

2. Використання запропонованого програмного ужитку для розрахунку значень економічних показників підприємств під час об'єднання дозволяє ефективно прогнозувати позитивний чи негативний ефект від об'єднання.

1. Поплавська Ж. Ефект взаємодії. Синергізм в економіці // Вісник НАН України. - 2001. - № 5. - С. 39-42.
2. Коломієць О. Побудова динамічної моделі об'єднання підприємств із синергічними взаємозв'язками // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". - 2002. - № 446. - С. 328-338.

**Я. П'янило, М. Притула, В. Павленко\***

Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім.

Я.С.Підстригача НАН України, м. Львів

\*Національна академія державної податкової служби України, м. Ірпінь

УДК 621.64.029

## АНАЛІЗ МОДЕЛЕЙ СТАЦІОНАРНОГО РУХУ ГАЗУ В ТРУБОПРОВОДАХ

© П'янило Я., Притула М., Павленко В., 2003

*Наведено основні співвідношення (математичні моделі), на базі яких проводиться гідравлічний розрахунок лінійних трубопроводів в стаціонарному випадку. На основі обчислювального експерименту проведено їх порівняльний аналіз. Запропоновано і обгрунтовано алгоритм розрахунку еквівалентів об'єктів газо-транспортних мереж.*

*Main correlations (mathematical models) which are the base for hydraulic calculation of linear pipelines in stationary case are given in this work. Their comparative analysis on the base of calculation experiment is done. Algorithmus of calculation of objects' equivalents of gas-transporter networks is proposed and proved.*

### Постановка проблеми

Моделюванню процесів руху газу в лінійних трубопроводах присвячено велику кількість робіт. Розглянуто широкий клас лінійних та нелінійних, стаціонарних та нестаціонарних моделей. Проаналізовано аналітичні та числові методи розв'язування відповідних задач математичної фізики. Проведено велику кількість фізичних та числових експериментів для знаходження гідродинамічних сталих і емпіричних залежностей між гідродинамічними величинами. Паралельно з цим розроблялось матема-

тичне забезпечення для служб, які займаються проектуванням та експлуатацією об'єктів газотранспортних мереж. Однак всі проведені роботи стосувались або окремих об'єктів, або досліджувались загальні властивості руху газу. Тому сьогодні не існує діючих програмних комплексів, які давали б можливість розв'язувати в оперативному режимі задачі оптимального управління транспортом газу. Більш того, немає достатньо повного обґрунтування критеріїв вибору певної математичної моделі та способу доведення її до числа.

### Огляд літератури

Рух газу в стаціонарному випадку в трубопроводах при ізотермічному режимі протікання описується таким диференціальним рівнянням балансу питомої енергії [1,2]

$$\frac{dp}{\rho} + \alpha d\left(\frac{v^2}{2}\right) + \lambda \frac{v^2}{2} \frac{dx}{D} + gdh = 0, \quad (1)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт Коріоліса (для ламінарного потоку  $\alpha = 2$ , а для турбулентного –  $\alpha = 1.1$ );  $\lambda$  – гідравлічний опір;  $D$  – внутрішній діаметр трубопроводу;  $h = h(x)$  – крива, що описує трасу газопроводу і в даному випадку моделюється похилою прямою

$$h = h(x) = \frac{\Delta h}{l} x + h_0. \quad (2)$$

Тут  $\Delta h$  – перепад висот між початковою та кінцевою точками трубопроводу;  $l$  – довжина газопроводу, а швидкість газу  $v$  та густина  $\rho$  обчислюються за формулами

$$v = \frac{4M}{\pi D^2 \rho}, \quad \rho = \frac{p}{gzRT}. \quad (3)$$

### Постановка задачі

Метою даної роботи є аналіз розв'язків рівняння (1) з врахуванням змінності параметрів, що входять в нього, при сталому вхідному тискові.

Формули для обчислення розподілу тиску вздовж горизонтального трубопроводу.

1) якщо враховувати зміну тиску й масових сил, то вихідний тиск обчислюється за формулами

$$p(x) = \sqrt{p_0^2 - \lambda z \frac{gRT}{D} \left(\frac{M}{S}\right)^2 x}, \quad (4)$$

для горизонтального трубопроводу та

$$p(x) = \sqrt{p_0^2 e^{-b} - \lambda z \frac{RT}{D} \left(\frac{M}{S}\right)^2 \frac{1 - e^{-b}}{b} x}, \quad (5)$$

для похилого, де позначено:

$$S = \frac{\pi D^2}{4}, \quad b = \frac{2g\Delta h}{zRT},$$

при  $z = \text{const}$ ,  $T = \text{const}$ .

2) зміна тиску, масових сил і характеру руху приводить до такої залежності вихідного тиску від довжини трубопроводу

$$p_0^2 - p^2(x) + 2zRT \left( \frac{M}{F} \right)^2 \ln \frac{p(x)}{p_0} = \frac{\lambda zRT}{D} \left( \frac{M}{F} \right)^2 x. \quad (6)$$

3) якщо врахувати залежність  $z = z(p)$  при  $T = \text{const}$ , то:

$$p^2(x) - p_0^2 + \frac{2}{3} f (p^3(x) - p_0^3) - 2RT \left( \frac{M}{F} \right)^2 \ln \frac{p(x)}{p_0} = -\frac{\lambda RT}{2D} \left( \frac{M}{F} \right)^2 x. \quad (7)$$

4) врахування залежності  $T = T(x)$  при  $z = \text{const}$  приводить до такого співвідношення

$$p^2(x) - p_0^2 = -2\eta \left\{ T_{gr} x + (T_0 - T_{gr}) \frac{1 - e^{-ax}}{a} - \left[ \frac{D_i}{a} \frac{p_0 - p_k}{L} + \frac{q\Delta h}{aLC_p} \right] \left[ x - \frac{1 - e^{-ax}}{a} \right] \right\}. \quad (8)$$

5) з врахуванням залежності  $T = T(x)$ ,  $z = (z, p)$  для рівняння (1) ітераційна схема має вигляд

$$p_{i+1}(x) = \left\{ p_n^2 - \eta_1 \int_0^x \frac{T(y) dy}{1 + (24 - 0.21(T(y) - T_{00})) \cdot 10^{-4} p_j(y)} \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

б) нехай на трасі існує  $N - 1$  пункт відбору газу, кожен з яких характеризується такими параметрами:  $l_i$  – відстань між пунктами відбору;  $\Delta m_i$  – маса газу, що відбирається;  $\Delta h_i$  – перепад висот між  $i - 1$ - та  $i$ -м пунктами відбору газу (тут  $i = 1, \overline{N-1}$ ). При таких позначеннях маса газу, що проходить через  $i$ -й пункт, визначається формулою

$$M_i = M_0 + \sum_{j=1}^i \Delta m_j,$$

де  $M_0$  – початкова маса газу. Введемо позначення

$$F_i(p) = \frac{p^2(1 + fp)^2 - \alpha RT (M_{i-1}/S)^2 (1 + 2fp)}{p(1 + fp) \left[ 0.5\lambda RT (M_{i-1}/S)^2 / D + g\Delta h p^2 (1 + fp)^2 / (RT l_i) \right]}. \quad (10)$$

Якщо весь трубопровід розбитий на лінійні ланки, кожна з яких міститься між двома сусідніми відборами, то тиски на кінцях ланок пов'язані таким інтегральним співвідношенням

$$\int_{p_i}^{p_{i+1}} F_i(p) dp = -l_{i+1} + l_i, \quad i = \overline{0, N-1}. \quad (11)$$

Якщо тепер підсумувати праві та ліві частини останнього співвідношення, враховуючи, що  $l_0 = 0$ ,  $l_N = l$ ,  $p_N = p_k$ , то для визначення вихідного тиску  $p_N$  отримуємо формулу:

$$\int_{p_N}^{p_0} \sum_{i=1}^N F_i(p) dp = -l. \quad (12)$$

Остання формула враховує залежність коефіцієнта надстисливості від тиску при сталій температурі та режим течії газу в трубопроводі.

На рис. 1 наведені залежності значень вихідних тисків від об'ємного розходу газу для вхідних тисків  $2.6 \cdot 10^6$  Н/м<sup>2</sup> (криві 1а, 1б),  $3.6 \cdot 10^6$  Н/м<sup>2</sup> (криві 2а, 2б),  $4.6 \cdot 10^6$  Н/м<sup>2</sup> (криві 3а, 3б), обчислені за формулами (1) (криві з індексом а) та (8) (криві з індексом б).

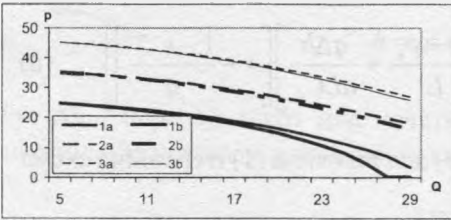


Рис. 1. Залежність вихідного тиску від об'ємного розходу при вхідних тисках, що дорівнюють  $2.6 \cdot 10^6$  Н/м<sup>2</sup> (криві 1),  $3.6 \cdot 10^6$  Н/м<sup>2</sup> (криві 2),  $4.6 \cdot 10^6$  Н/м<sup>2</sup> (криві 3)

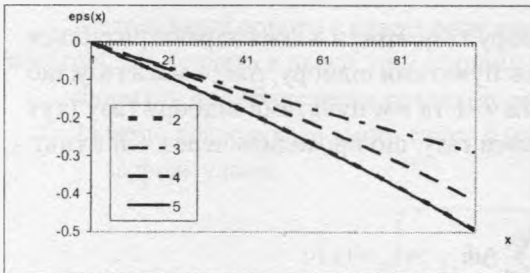


Рис. 2. Абсолютні похибки між значеннями вихідного тиску  $p_i(x)$ ,  $i = 2, 5$  та  $p_i(x)$  при об'ємному відборі газу  $800\,000 \text{ m}^3/\text{c}$

вихідний тиск, обчислений за формулою (14) при врахуванні залежності  $z = z(p)$  і сталій вхідній температурі;  $p_5(x)$  – перша ітерація вихідного тиску, обчисленого за формулою (18) при врахуванні залежності  $z = z(p, T)$ ; тут  $i$  – абсолютні похибки  $\text{eps}(x) = p_i(x) - p_1(x)$ ,  $i = 2, 5$ .

Результати досліджень впливу врахування залежності вихідного тиску від зміни параметрів газу подано на рис. 2 та 3, де позначено:  $p_1(x)$  – вихідний тиск, обчислений за формулою (4) при сталій вхідній температурі та сталому коефіцієнтові надстисливості, обчисленому за формулою (6), при сталій вхідній температурі та вхідному тиску;  $p_2(x)$  – вихідний тиск, обчислений за формулою (4) при сталій середній температурі та сталому коефіцієнтові надстисливості, обчисленому за формулою (6), при сталій середній температурі та вхідному тиску  $p_1(x)$ ;  $p_3(x)$  – вихідний тиск обчислений за формулою (17) при врахуванні залежності температури від довжини труби та сталому коефіцієнтові надстисливості, обчисленому за формулою (6), при сталій вхідній температурі та вхідному тиску;  $p_4(x)$  –

## Розрахунок еквівалентів

При побудові газотранспортних мереж, як і при визначенні гідравлічних параметрів лінійних ділянок газопроводів, використовують формули (4), (5). Як правило, на цих ділянках поряд з гідравлічним опором існують і місцеві опори:

- а) запірні арматура, повороти, трійники і т.п.;
- б) паралельні вітки та труби різного діаметру;
- в) перепади висот між початком та кінцем газопроводу.

Оскільки місцеві опори впливають на процес протікання газу і не підлягають квадратичному закону протікання, то їх замінюють на певний гідравлічний еквівалент.

Еквівалентизацію можна проводити декількома шляхами:

- а) визначають втрату тиску на місцевому опорі і замінюють цей опір ділянкою горизонтального газопроводу із такою ж втратою тиску;
- б) за замірними значеннями початкового та кінцевого тисків і об'ємного перенесення визначають значення гідравлічного опору, який би враховував і місцеві опори.

Відомо, що на процес протікання газу поряд з гідравлічним опором  $\lambda$  значно впливає і значення коефіцієнта стисливості  $z$ . У зв'язку з цим розглянемо другий варіант еквівалентизації, який базується на формулі (12), що враховує залежність  $z = z(p)$ . Позначимо

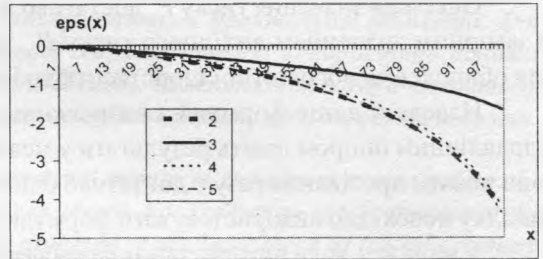


Рис. 3. Абсолютні похибки між значеннями вихідного тиску  $p_i(x)$ ,  $i = 2, 5$  та  $p_1(x)$  при об'ємному відборі газу  $1\,300\,000\text{ м}^3/\text{с}$

$$\Phi(\lambda, p_1, p_2, Q) = \sum_{i=0}^{N-1} \int_{p_i}^{p_{i+1}} F_i(p) + l.$$

- 1) визначаються значення тисків на початку та в кінці газопроводу ( $p_1$  та  $p_2$  відповідно) і об'ємний (масовий  $M$ ) перенос  $Q$ .
- 2) еквівалентний гідравлічний опір ( $\lambda_{\text{екв}}$ ) визначається із рівняння

$$\Phi(\lambda, p_1, p_2, Q) = 0,$$

відносно  $\lambda$ .

- 3) маючи  $p_1$  та  $p_2$ , визначають середнє значення коефіцієнта стисливості  $z_c$ .
- 4) знаючи тепер  $\lambda_{\text{екв}}$ ,  $z_c$  та  $p_1$  і  $p_2$ , за формулою (2.5) визначаємо еквівалентну довжину газопроводу  $l_{\text{екв}}$ .

У таблиці наведено значення витрати газу  $Q$  в  $\text{м}^3/\text{год}$ , замірних значень вхідного тиску  $P_{\text{вх}}$  та вихідного  $P_{\text{в}}$ , еквівалентованого гідравлічного опору  $\lambda_e$ , знайденого за формулою (3), еквівалентованих апроксимованих гідравлічних опорів  $\lambda_1$  та  $\lambda_2$  і відповідних їм значень вихідних тисків  $P_1$  та  $P_2$ , значення вихідного тиску  $P_3$ , обчислене при знайденій на основі замірних даних ( $Q = 3424\text{ м}^3/\text{год}$ , вхідному тиску 66 атм та вихідному тиску - 49.2 атм) абсолютній шорсткості згідно з уточненою формулою (5).

Значення еквівалентованих гідравлічних опорів та вихідних тисків при різних фактичних витратах газу для трубопроводу діаметром 1.4 м і довжиною 101000 м

$Q$	$P_{ст}$	$P_{вх}$	$\cdot 10^3$	$\cdot 10^4$	$P_1$	$\cdot 10^1$	$P_2$	$P_3$
3086	68,1	55,2	0,115	0,92	55,96	0,128	54,81	55,4
3446	68,4	51,7	0,12	0,92	52,93	0,128	51,40	52,1
2817	60,3	48,0	0,12	0,92	48,79	0,128	47,69	48,07
3479	68,1	50,8	0,123	0,92	52,19	0,128	50,61	51,4
2402	57,3	48,0	0,125	0,92	48,68	0,128	47,88	48,1
3389	69,9	54,0	0,125	0,92	55,41	0,128	54,00	54,7
3493	68,0	50,4	0,126	0,92	51,91	0,128	50,31	51,1
3050	63,9	49,9	0,127	0,92	51,10	0,128	49,87	50,4
3460	67,5	50,0	0,128	0,92	51,69	0,128	50,03	50,7

Зауважимо, що визначення абсолютного коефіцієнта шорсткості проводилось і при інших фактичних (замірних) значеннях витрати та вхідного і вихідного тиску. З отриманих результатів можна зробити такі висновки.

З аналізу замірних даних та зміни режиму протікання випливає, що результати обчислень абсолютного коефіцієнта шорсткості і, відповідно, вихідного тиску залежать від близькості режиму протікання до стаціонару: чим ближчим є режим протікання до стаціонару, тим стабільнішими є результати обчислень.

Оскільки значення тиску  $P_3$  достатньо добре (в межах точності замірів) збігається із замірним значенням вихідного тиску  $P_{вх}$ , то формулу (12) можна використовувати для обчислення абсолютної шорсткості, тобто для визначення стану труби.

Наведені вище формули з визначеним за замірними даними еквівалентованим гідравлічним опором дають результати у межах точності замірних приладів у випадку, коли режим протікання газу є достатньо близьким до стаціонарного. У протилежному випадку необхідно використовувати формули нестационарного протікання газу.

У випадку, коли використання формул нестационарного протікання газу для розрахунку режимів мереж є проблематичним, необхідно проводити заміри з врахуванням часу виходу режиму протікання газу на стаціонарний режим.

## Висновки

Аналіз отриманих результатів показує (рис. 1), що врахування залежності  $z = z(p)$  та другого доданку в формулі (1) приводить до уточнення результатів при великих відборах газу. Це пояснюється тим, що при збільшенні відбору та сталому вхідному тиску існує значний градієнт швидкості за довжиною труби і тоді не можна нехтувати другим доданком формули (1). Як випливає з рисунків та таблиць, довжина трубопроводу по-різному впливає на вихідний тиск, обчислений на основі моделей різної точності при заданому вхідному. Зокрема, врахування змінності деяких параметрів може привести до втрати точності обчислення. Звідси випливає, що при уточненні математичних моделей фізичних процесів за рахунок врахування додаткових сил або інших величин необхідно дослідити вплив кожної із величин на кінцевий результат.

1. Александров А.В., Яковлев Е.И. Проектирование и эксплуатация систем дальнего транспорта газа. - М.: Недра, 1974. - 443 с.
2. Бобровский С.А., Шербаков С.Г. Яковлев Е.И., Гарляускас А.И., Грачев В.В. Трубопроводный транспорт газа. - М.: Наука, 1976. - 495 с.
3. Черникин А.В., Галиуллин З.Т. Формула для расчета коэффициента гидравлического сопротивления газопроводов // Газовая промышленность. - 1998. - № 1. - С. 32-33.
4. Вольский Э.Л., Константинова И.М. Режим работы магистрального газопровода. - Л.: Недра, 1970. - 168 с.