

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ ТРАНСПОРТНОЇ МАШИНИ З ПРУЖНО-ЗЧЛЕНОВАНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ

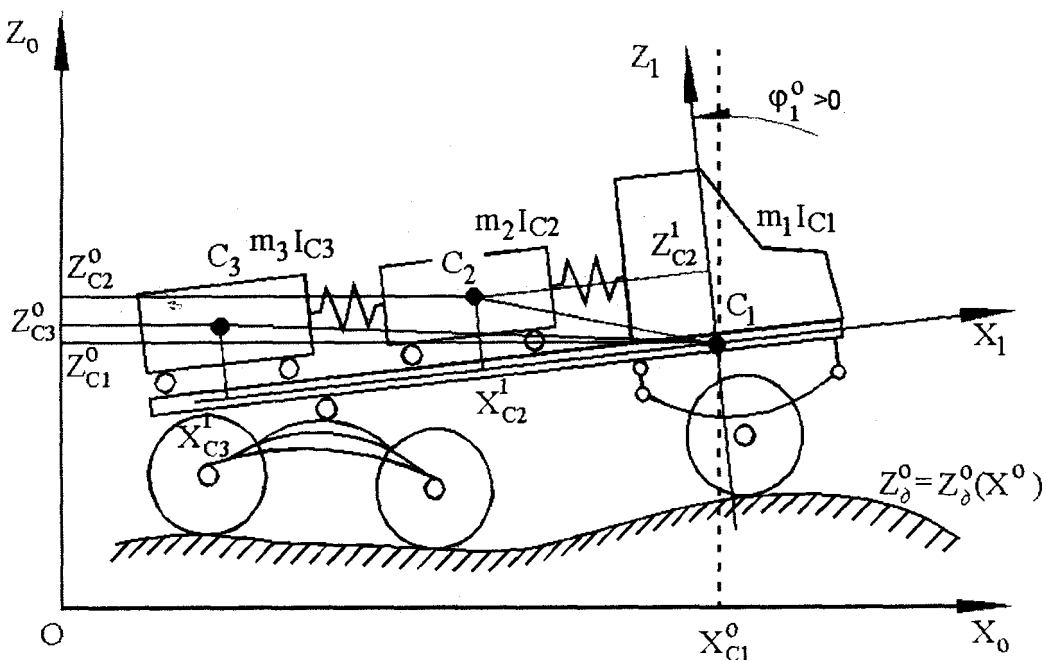
© Вікович І.А., Черевко Ю.М., 2005

Записано математичну модель руху транспортного засобу з послідовно пружно-зчленованими елементами.

Mathematical model of the movement of a vehicle with consecutively springy joint elements has been written.

Для зниження динамічних навантажень в елементах транспортних машин використовують різні амортизатори, демпфери, пружні підвіски. Іншим шляхом зниження динамічних зусиль в елементах транспортної машини можна запропонувати пружне зчеплення елементів транспортного засобу. Один з прикладів таких рішень на рівні кінематичних схем показано на рисунку.

Розглянемо розрахункову схему транспортної машини з послідовно пружно-зчленованими елементами (рисунок).



Розрахункова схема транспортної машини з пружно-зчленованими елементами

На цьому рисунку показано:

$X_0 O Z_0$  – плоска прямокутна нерухома система координат, вісь  $O X_0$  якої напрямлена горизонтально;

$X_1 C_1 Z_1$  – плоска прямокутна рухома система координат, що жорстко поєднана з шасі транспортної машини, початок якої збігається з центром мас  $C_1$  шасі;

$C_2, C_3$  – центри мас вантажів;

$X_{Ci}^0, Z_{Ci}^0, (i = 1, 2, 3)$  – координати центрів мас трьох зчленованих елементів в нерухомій системі координат  $X_0OZ_0$ ;

$X_{Ci}^1, Z_{Ci}^1, (i = 2, 3)$  – координати центрів мас другого і третього елементів в рухомій системі координат  $X_1C_1Z_1$ ;

$Z_o^0 = Z_o^0(X^0)$  – траєкторія профілю дороги в нерухомій системі координат  $X_0OZ_0$ ;

$m_i, I_{Ci}, (i = 1, 2, 3)$  – маси та моменти інерції щодо власних центрів мас трьох пружно-зчленованих елементів.

Надалі приймаємо, що шасі рухається плоскопаралельно, а елементи 2, 3 – поступально вздовж осі  $C_1X_1$  плоскої рухомої системи координат  $X_1C_1Z_1$ . В зв'язку з цим за узагальнені координати були прийняті:

$$X_{C1}^0, Z_{C1}^0, X_{C2}^1, Z_{C3}^1.$$

Координати центрів мас другого та третього елементів механічної системи в нерухомій системі координат записуються у вигляді [1]

$$\begin{cases} X_{Ci}^0 = X_{C1}^0 + X_{Ci}^0 \cos \varphi_1^o - Z_{Ci}^0 \sin \varphi_1^o; & i = 2, 3 \\ Z_{Ci}^0 = Z_{C1}^0 + X_{Ci}^0 \sin \varphi_1^o + Z_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o, \end{cases} \quad (1)$$

а похідні від них за часом:

$$\begin{cases} V_{CiX}^0 = \dot{X}_{C1}^0 + \dot{X}_{Ci}^0 \cos \varphi_1^o - \dot{\varphi}_1^o (X_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o + Z_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o); & i = 2, 3 \\ V_{CiZ}^0 = \dot{Z}_{C1}^0 + \dot{X}_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o + \dot{\varphi}_1^o (X_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o - Z_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o). \end{cases} \quad (2)$$

Моменти інерції другого та третього елементів відносно  $C_1$  дорівнюють

$$I_{Ci}^1 = I_{C1} + m_i \left[ \left( X_{Ci}^1 \right)^2 + \left( Z_{Ci}^1 \right)^2 \right], \quad i = 2, 3. \quad (3)$$

Кінетична енергія механічної системи в нерухомій координатній системі дорівнює

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} m_1 \left[ \left( \dot{X}_{C1}^o \right)^2 + \left( \dot{Z}_{C1}^o \right)^2 \right] + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=2}^3 m_i \left\{ \left[ \dot{X}_{C1}^0 + \dot{X}_{Ci}^0 \cos \varphi_1^o - \dot{\varphi}_1^o \left( X_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o + Z_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o \right) \right]^2 + \right. \\ & \left. + \left[ \dot{Z}_{C1}^0 + \dot{X}_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o + \dot{\varphi}_1^o \left( X_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o - Z_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o \right) \right]^2 \right\} + \\ & + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^3 I_{Ci} + \sum_{i=2}^3 m_i \left[ \left( X_{Ci}^1 \right)^2 + \left( Z_{Ci}^1 \right)^2 \right] \right\} \left( \dot{\varphi}_1^o \right)^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Для складання рівнянь руху елементів транспортної машини використаємо рівняння Лагранжа II роду в такій формі [2]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \quad i = 1 \dots 5, \quad (5)$$

де  $T$  – сумарна кінетична енергія інерційних елементів механічної системи;  $q_i, \dot{q}_i$  –  $i$ -та узагальнена координата та швидкість її зміни в часі;  $Q_i = \frac{\delta A_i}{\delta q_i}$  –  $i$ -та узагальнена сила;  $\delta A_i, \delta q_i$  –

елементарна робота сил, прикладена до елементів системи при варіації  $i$ -ї узагальненої координати.

Ліві частини п'ятьох диференціальних рівнянь, що відповідають п'яти узагальненим координатам, та їх повні й частинні похідні можна записати у такому вигляді:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{X}_{C1}^0} = \dot{X}_{C1}^0 \sum_{i=1}^3 m_i + \sum_{i=2}^3 m_i \left[ \dot{X}_{Ci} \cos \varphi_1^o - \dot{\varphi}_1^o \left( X_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o + Z_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o \right) \right];$$

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{X}_{C1}^0} \right) &= \ddot{X}_{C1}^0 \sum_{i=1}^3 m_i - \dot{\varphi}_1^o \sum_{i=2}^3 m_i \left( X_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o + Z_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o \right) + \\ &+ \left( \sum_{i=2}^3 m_i \ddot{X}_{Ci}^1 \right) \cos \varphi_1^o - (\dot{\varphi}_1^o)^2 \sum_{i=2}^3 m_i \left( X_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o - Z_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o \right) - \dot{\varphi}_1^o \left( \sum_{i=2}^3 m_i \dot{X}_{Ci}^1 \right) 2 \sin \varphi_1^o; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{Z}_{C1}^0} = \dot{Z}_{C1}^0 \sum_{i=1}^3 m_i + \sum_{i=2}^3 m_i \left[ \dot{X}_{Ci} \sin \varphi_1^o + \dot{\varphi}_1^o \left( X_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o - Z_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o \right) \right];$$

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{Z}_{C1}^0} \right) &= \ddot{Z}_{C1}^0 \sum_{i=1}^3 m_i + \dot{\varphi}_1^o \sum_{i=2}^3 m_i \left( X_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o - Z_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o \right) + \\ &+ \left( \sum_{i=2}^3 m_i \ddot{X}_{Ci}^1 \right) \sin \varphi_1^o - (\dot{\varphi}_1^o)^2 \sum_{i=2}^3 m_i \left( X_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o + Z_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o \right) + \dot{\varphi}_1^o \left( \sum_{i=2}^3 m_i \dot{X}_{Ci}^1 \right) 2 \cos \varphi_1^o; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial X_{C1}^0} = \frac{\partial T}{\partial Z_{C1}^0} = 0; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1^0} &= \sum_{i=2}^3 m_i \left\{ -\dot{X}_{C1}^0 \left( X_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o + Z_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o \right) + \dot{Z}_{C1}^0 \left( X_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o - Z_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o \right) - \right. \\ &\left. - \dot{X}_{Ci}^1 Z_{Ci}^1 + \dot{\varphi}_1^o \left[ \left( X_{Ci}^1 \right)^2 + \left( Z_{Ci}^1 \right)^2 \right] \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^3 I_{Ci} + \sum_{i=2}^3 m_i \left[ \left( X_{Ci}^1 \right)^2 + \left( Z_{Ci}^1 \right)^2 \right] \right\} \dot{\varphi}_1^o; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1^0} \right) &= -\ddot{X}_{C1}^0 \sum_{i=2}^3 m_i \left( X_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o + Z_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o \right) + \\ &+ \ddot{Z}_{C1}^0 \sum_{i=2}^3 m_i \left( X_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o - Z_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o \right) - \sum_{i=2}^3 \ddot{X}_{Ci}^1 Z_{Ci}^1 + \\ &+ \dot{\varphi}_1^o \left\{ \sum_{i=1}^3 I_{Ci} + 2 \sum_{i=2}^3 m_i \left[ \left( X_{Ci}^1 \right)^2 + \left( Z_{Ci}^1 \right)^2 \right] \right\}; \end{aligned} \quad (9)$$

$$-\dot{X}_{C1}^0 \left( \sum_{i=2}^3 m_i \dot{X}_{Ci}^1 \right) \sin \varphi_1^o + \dot{Z}_{C1}^0 \left( \sum_{i=2}^3 m_i \dot{X}_{Ci}^1 \right) \cos \varphi_1^o - \dot{X}_{C1}^0 \dot{\varphi}_1^o \sum_{i=2}^3 m_i \left( X_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o - Z_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o \right) -$$

$$-\dot{Z}_{C1}^o \dot{\varphi}_1^o \sum_{i=2}^3 m_i \dot{X}_{Ci}^1 (X_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o + Z_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o) + 4\dot{\varphi}_1^o \left( \sum_{i=2}^3 m_i \dot{X}_{Ci}^1 X_{Ci}^1 \right);$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_1^o} = -\dot{X}_{C1}^0 \sum_{i=2}^3 m_i \left[ \dot{X}_{C1}^0 \sin \varphi_1^o + \dot{\varphi}_1^o (X_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o - Z_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o) \right] + \quad (10)$$

$$+ \dot{Z}_{C1}^0 \sum_{i=2}^3 m_i \left[ \dot{X}_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o - \dot{\varphi}_1^o (X_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o + Z_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o) \right];$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{X}_i^0} = m_i \left\{ \dot{X}_{C1}^0 \cos \varphi_1^o + \dot{Z}_{C1}^0 \sin \varphi_1^o + \dot{X}_{Ci}^1 - \dot{\varphi}_1^o Z_{C1}^1 \right\}, \quad i = 2, 3;$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{X}_{Ci}^1} \right) = \ddot{X}_{C1}^0 m_i \cos \varphi_1^o + \ddot{Z}_{C1}^0 m_i \sin \varphi_1^o + \ddot{X}_{Ci}^1 m_i - \ddot{\varphi}_1^o Z_{C1}^1 m_i, \quad i = 2, 3; \quad (11)$$

$$\frac{\partial T}{\partial X_1^0} = -m_i \dot{X}_{C1}^0 \dot{\varphi}_1^o \sin \varphi_1^o + m_i \dot{Z}_{C1}^0 \dot{\varphi}_1^o \cos \varphi_1^o + 2\dot{X}_{Ci}^1 m_i (\dot{\varphi}_1^o)^2, \quad i = 2, 3. \quad (12)$$

Використовуючи рівняння (6), на основі залежностей (6)–(12) будемо математичну модель руху транспортної машини з пружно-зчленованими елементами:

$$\ddot{X}_{C1}^0 \sum_{i=1}^3 m_i - \ddot{\varphi}_1^o L_1 + \left( \sum_{i=2}^3 m_i \ddot{X}_{Ci}^1 \right) \cos \varphi_1^o - (\dot{\varphi}_1^o)^2 L_2 - 2\dot{\varphi}_1^o \left( \sum_{i=2}^3 m_i \dot{X}_{Ci}^1 \right) \sin \varphi_1^o = Q_{X_{C1}^0}; \quad (13)$$

$$\ddot{Z}_{C1}^0 \sum_{i=1}^3 m_i + \ddot{\varphi}_1^o L_2 + \left( \sum_{i=2}^3 m_i \ddot{X}_{Ci}^1 \right) \sin \varphi_1^o - (\dot{\varphi}_1^o)^2 L_1 + 2\dot{\varphi}_1^o \left( \sum_{i=2}^3 m_i \dot{X}_{Ci}^1 \right) \cos \varphi_1^o = Q_{Z_{C1}^0}; \quad (14)$$

$$-\ddot{X}_{C1}^0 L_1 + \ddot{Z}_{C1}^0 L_2 - \sum_{i=2}^3 \ddot{X}_{Ci}^1 Z_{Ci}^1 + \dot{\varphi}_1^o \left\{ \sum_{i=1}^3 I_{Ci} + 2 \sum_{i=2}^3 m_i \left[ (X_{Ci}^1)^2 + (Z_{Ci}^1)^2 \right] \right\} +$$

$$+ 4\dot{\varphi}_1^o \left( \sum_{i=2}^3 m_i \dot{X}_{Ci}^1 X_{Ci}^1 \right) = Q_{\varphi_1^0}; \quad (15)$$

$$\ddot{X}_{C1}^0 m_i \cos \varphi_1^o + \ddot{Z}_{C1}^0 m_i \sin \varphi_1^o + \ddot{X}_{Ci}^1 m_i - \ddot{\varphi}_1^o Z_{C1}^1 m_i;$$

$$-m_i \dot{X}_{C1}^0 \dot{\varphi}_1^o \sin \varphi_1^o + m_i \dot{Z}_{C1}^0 \dot{\varphi}_1^o \cos \varphi_1^o + 2\dot{X}_{Ci}^1 m_i (\dot{\varphi}_1^o)^2 = Q_{X_{Ci}^1}, \quad i = 2, 3, \quad (16)$$

де

$$L_1 = \sum_{i=2}^3 m_i \left( X_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o + Z_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o \right);$$

$$L_2 = \sum_{i=2}^3 m_i \left( X_{Ci}^1 \cos \varphi_1^o - Z_{Ci}^1 \sin \varphi_1^o \right).$$

Задаючи конкретні значення параметрам, формуючи ті чи інші початкові умови, математична модель (13)–(16) дає змогу розв'язувати широкий клас задач, які виникають під час дослідження руху транспортних машин з пружно-зчленованими елементами.

Важливими і актуальними є екстремальні режими руху транспортних машин з пружно-зчепленими елементами та вантажами: такі, як режими руху транспортних засобів при обгоні,

гальмуванні, різкій зміні швидкості, внаслідок погіршення дорожнього полотна. Експериментальні режими роботи є значно менше дослідженими і у перспективі ми їх аналізуватимемо.

1. Гельфанд И.М. *Лекции по линейной алгебре.* – М.: Наука, 1996. – 326. 2. Лурье А.И. *Аналитическая механика.* – М.: Госиздат физ.-мат. литер., 1961. – 824 с.

УДК 631.33.024.2

І.Б. Назар, В.М. Палаш  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра зварювального виробництва, діагностики  
та відновлення металоконструкцій

## **ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОЦЕСУ ВІДНОВЛЕННЯ ДИСКІВ СОШНИКІВ ЗЕРНОВИХ СІВАЛОК**

© Палаш В.М., Назар І.Б., 2005

**Проведено експериментальні дослідження втомної міцності та жорсткості зварних з'єднань відновлених дисків сошників зернових сівалок. На основі отриманих результатів оптимізовано параметри технологічного процесу відновлення робочого зовнішнього діаметра дисків сошників шляхом ресурсощадних технологій.**

**Experimental researches of tireless durability and inflexibility of the welded connections of the picked up thread disks of corn machines are conducted in work. On the basis of the got results the parameters of technological process of renewal of working external diameter of disks are optimized by a way resource of keeping technologies.**

Диски сошників зернових сівалок СЗ-5,4, Клен-6, СЗУ-3,6 тощо переважно зношуються за зовнішнім діаметром і підлягають відновленню їх робочої ділянки. На сьогодні агротехнічна галузь України щорічно потребує до 3 млн. нових дисків загальною вартістю близько 115 млн. грн. Для їх виготовлення необхідно майже 5,4 тис. т листової сталі 65Г. В зв'язку з цим, актуальним питанням є ремонт спрацьованих дисків із застосуванням таких способів, які б передбачали відновлення їх геометричних розмірів з метою збільшення ресурсу роботи дисків.

Одним із перспективних шляхів відновлення дисків сошників, виготовлених із сталі 65Г, є застосування методу електродугового приварювання робочої дугоподібної ділянки диска без попереднього підігрівання та кінцевої термічної обробки [1]. Для з'єднання використовуються розроблені марки порошкових високомарганцевистих дротів, які формують метал шва із структурою аустеніту, здатного до зміцнення. Зношування робочої ділянки диска зумовлене інтенсивною дією на нього частинок абразивної маси різного фізико-механічного складу, геометричних параметрів та хімічних властивостей. Однак, окрім абразивного зношення, під час експлуатації диск перебуває під дією складних знакозмінних циклічних, втомних і ударних навантажень, які зумовлюють виникнення в ньому пружних і пластичних деформацій та в окремих випадках його руйнування. Отже, необхідно дослідити здатність відремонтованого диска чинити опір таким навантаженням.

В роботі поставлено завдання оптимізувати параметри технологічного процесу відновлення дисків сошників на підставі випробовування на жорсткість та втомну міцність.

**Випробування дисків на жорсткість** проводилось в умовах статичного вигину, яке за характером та величиною зусилля є найбільш близьким до робочих навантажень під час посівних робіт. Такий режим випробовування дає змогу оцінити здатність відремонтованого диска чинити