

## ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАКОНУ ЗМІНИ СТРУМУ ТА ЗУСИЛЛЯ НА ЕЛЕКТРОМАГНІТІ РЕЗОНАНСНОЇ ВІБРОМАШИНИ ПРИ ЖИВЛЕННІ ЇЇ ВІД ДЖЕРЕЛА ШИРОТНО-ІМПУЛЬСНО МОДУЛЬОВАНОЇ (ШІМ) НАПРУГИ

© Таянов С.А., Чубик Р.В., Сенів С.Б., 2005

Проаналізовано закон зміни струму та зусилля на електромагніті резонансної вібраційної машини при живленні її за допомогою широтно-імпульсно модульованої синусоїди. Показано доцільність застосування ШІМ [3] синусоїди із частотою, в 2 рази меншою, ніж резонансна частота машини.

*A law of change of current and effort on electromagnet of resonance vibration machine, in case of it supply with the help latitudinal – impulsively modulated (LIM) sinusoids is analyzed in the given article. Expedience of application of LIM [3] sinusoids with frequency in the 2 times smaller for the resonance frequency of the machine is shown..*

**Постановка проблеми.** Розвиток сучасних технологій все вище та вище піднімає планку вимог до сучасних технологічних машин. Мабуть чи не однією із найважливіших вимог є мінімальне енергоспоживання, адаптивність, тобто швидке переналадження за зміни параметрів технологічного процесу. У випадку із вібраційними технологічними машинами забезпечити мінімальне споживання енергії можливо тільки тоді, коли механічна система буде знаходитись постійно в біларезонансному стані.

**Аналіз останніх досліджень.** Домогтись того, щоб вібраційна механічна система постійно знаходилася в біларезонансному стані, можливо лише завдяки застосуванню сучасних технологій [5, 6], а саме: адаптивних систем керування на базі промислового мікроконтролера [1] із застосуванням зворотного зв'язку за амплітудою коливань або за прискоренням коливань. Застосування адаптивних систем керування із зворотним зв'язком покращить існуючі характеристики, такі як споживана потужність, продуктивність. Доцільність використання таких систем із застосуванням ШІМ синусоїдальної напруги, що подається на електромагніт вібромашини, обумовлена ще й тим, що машина отримує цілий ряд нових переваг, до яких можна віднести:

1. Пропадає необхідність налагодження машини в дорезонансний [2, 4] режим роботи (процес налагодження полягає в підгонці пружин і є працемістким і довготривалим).
2. Забезпечення стабільної продуктивності, незалежно від маси завантаження машини (тобто система керування буде намагатися утримувати амплітуду коливань на заданому рівні, незалежно від зміни маси завантаження).
3. Можливість об'єднання у стандартну внутрішню заводську мережу та можливість спілкування із іншими технологічними машинами та центральним комп'ютером. Це стане можливим керувати усіма вібромашинами та їх параметрами (продуктивністю), проводити моніторинг коефіцієнта їхнього завантаження. І загалом це уможливить вписатися вібраційним технологічним машинам у сучасні технологічні процеси із їх високою культурою та високим рівнем автоматизації.

**Постановка задачі.** У цій роботі пропонується дослідити, за якими законами змінюється струм в котушці електромагніту, та зусилля  $F(t)$ , яке він розвиває, за умови, що на електромагніт вібромашини поступає  $U_{\text{ШІМ}}(t)$  широтно-імпульсно модульована синусоїдальна напруга.

**Визначення закону зміни зусилля в електромагніті вібробудника при живленні вібромашини ШІМ напругою.** Для подальших досліджень, спираючись на [3], пропонується записати напругу  $U_{ШІМ}(t)$ , що поступає на електромагніт вібромашини, у такому вигляді (1):

$$U_{ШІМ}(t) = U \cdot \sum_{j=0}^{K \cdot N} (\Phi(t - (j-1) \cdot \Delta T) - 2 \cdot \Phi(t - j \cdot \Delta T) + \Phi(t - (j+1) \cdot \Delta T)), \quad (1)$$

де  $p(j) = \frac{\Delta T}{2} \cdot (Y(j) + 1)$ ;  $Y(j) = \sin(\frac{2 \cdot \pi \cdot j}{N})$ ;  $N = INT(\frac{T}{\Delta T})$ ;  $N$  – кількість мікроперіодів [7] за один період синусоїдальної напруги, яку ми моделюємо тривалостями імпульсів  $p(j)$ ;  $K$  – кількість періодів ШІМ синусоїди, яку моделюємо;  $\Delta T$  – тривалість мікроперіоду [7];  $T = \frac{1}{f}$ , де  $f$  – частота ШІМ синусоїди;  $\Phi(t)$  – функція Хевісайда (повертає 1, коли  $t \geq 0$ , та 0 – в іншому випадку);  $U$  – максимальна миттєва напруга однофазної мережі за модулем, яка обчислюється за формулою  $U = Ud \cdot \sqrt{2}$  [9], де  $Ud$  – діюча напруга мережі живлення. На рис. 1 зображена ШІМ синусоїдальна напруга  $U_{ШІМ}(t)$  з частотою  $f = 25$  (Гц) та  $\Delta T = 6 \cdot 10^{-4}$  (с), отримана за допомогою виразу (1), та реальна синусоїдальна напруга  $U(t) = U \cdot \sin(\omega \cdot t)$ , де  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$  – колова частота, яку ми закодували за допомогою широтно-імпульсної модуляції.

Для електромагніту вібромашини є характерним те, що активний опір обмотки змінного струму електромагніту є здебільшого малим порівняно із реактивним опором, який має індуктивний характер. Тоді згідно з [8] магнітний потік  $\Psi(t)$ , що проходить через переріз магнітопроводу однофазного вібробуджувача, визначається за формулою (2)

$$\Psi(t) = \alpha - \frac{U_{ШІМ}(t)}{z \cdot \omega} \cdot \cos(\omega \cdot t), \quad (2)$$

де  $\alpha$  – стала складова магнітного потоку;  $z$  – кількість витків обмотки електромагніту вібромашини.

У разі, коли однофазний вібробуджувач живиться від двополярної синусоїдальної напруги, яку ми формусмо за допомогою широтно-імпульсної модуляції  $U_{ШІМ}(t)$ , то згідно із [8]  $\alpha = 0$ .

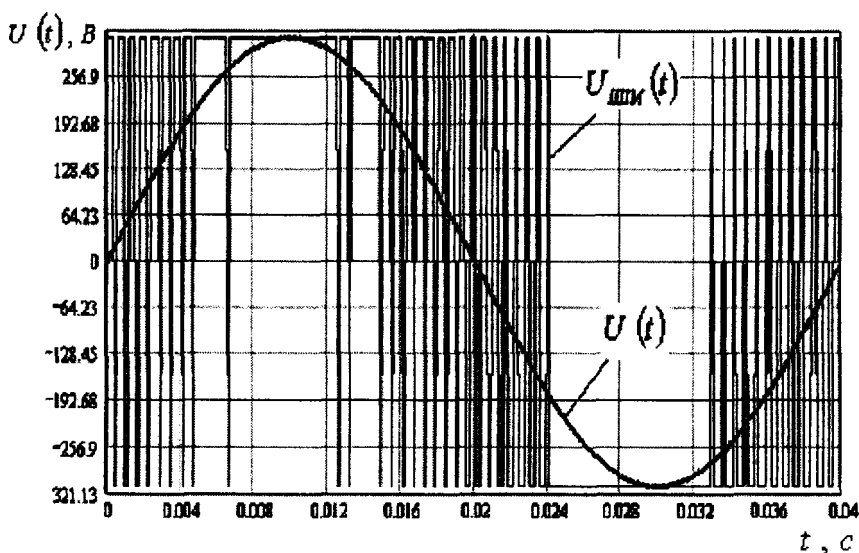


Рис. 1. Синусоїдальна напруга, сформована за допомогою ШІМ

На рис. 2 зображено, як змінюється магнітний потік  $\Psi(t)$ , що проходить через переріз магнітопроводу. Як бачимо із рис. 2, магнітний потік  $\Psi(t)$  – це функція, яка промодульована широтно-імпульсною модуляцією та додатково промодульована за амплітудою. Максимум, який закодований широтно-імпульсною модуляцією, збігається із мінімумом амплітудної модуляції, і навпаки, тобто між ними є зсув фаз  $90^\circ$ . Завдяки цьому виникає збільшення частоти в 2 рази, на якій передається потужність магнітного потоку  $\Psi(t)$ . На рис. 3, б показано, як змінюється спектральна густина потужності [10] магнітного потоку  $\Psi(t)$ . Спектральна густина потужності визначається за формулою (3)

$$Sh_i = (h_i)^2, \quad (3)$$

де  $i$  – номер гармоніки;  $h_i = |A_k + j \cdot B_k|$ ,  $A_k$  та  $B_k$  – коефіцієнти Фур'є для магнітного потоку  $\Psi(t)$ .  $U(t)$ .

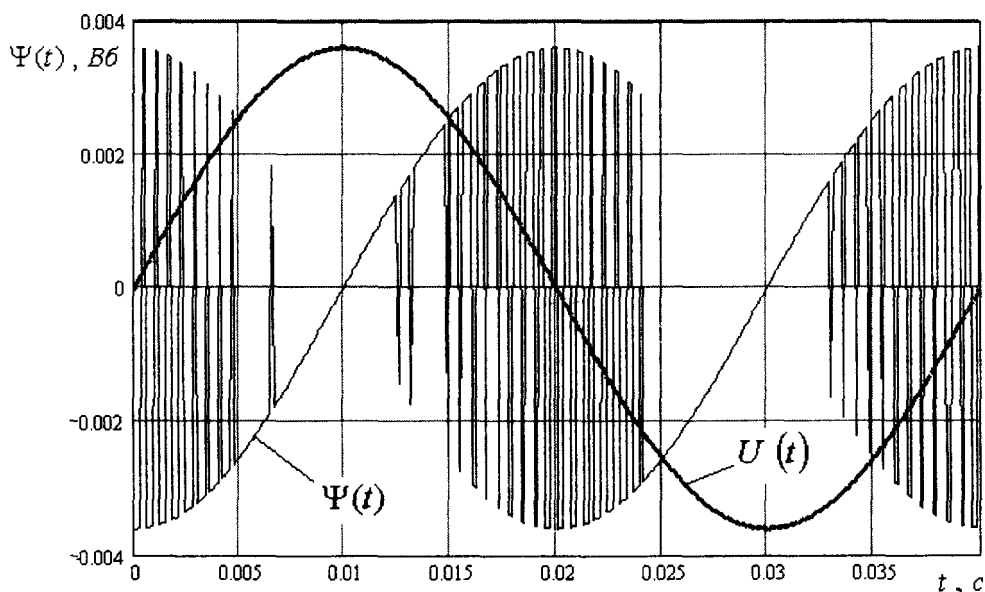


Рис. 2. Зміна магнітного потоку за один період ШІМ синусоїдальної напруги

Аналізуючи рис. 3, а, б можна побачити, що основна потужність магнітного потоку передається на гармоніці  $i=3$ , що відповідає частоті 50 Гц, та амплітудне значення якої  $Sh_3 = 8.858 \cdot 10^{-7} (B^2 \cdot c)$ , а наступна, співрозмірна за своїм значенням гармоніка  $i=69$ ,  $Sh_{69} = 6.029 \cdot 10^{-7} (B^2 \cdot c)$ . Частота гармоніки із номером  $i=69$  дорівнює 1725 Гц, тому створені нею струми не будуть виконувати корисної роботи з формування зусилля електромагніту  $F(t)$  та підуть на нагрівання обмотки електромагніту. Враховуючи залежності зображених на рис. 3, а, можна говорити про те, що основна потужність реальної синусоїдальної напруги  $U(t)$ , яку ми сформуваємо за допомогою широтно-імпульсної модуляції, передається на гармоніці  $i=2$ , де  $f=25$  Гц, а основна потужність магнітного потоку  $\Psi(t)$  на гармоніці  $i=3$ , що відповідає частоті  $f=50$  Гц. Відповідно і частота зміни зусилля  $F(t)$  електромагніту вібростанини буде дорівнювати частоті, на якій передається основна потужність магнітного потоку. В цьому можна переконатися, скориставшись [8], враховуючи те, що для нашого випадку  $\alpha=0$ , та зусилля, яке розвиває електромагніт, можна буде обчислити за формулою (4)

$$F(t) = -\frac{(U_{\text{ШИМ}}(t))^2}{2 \cdot z^2 \cdot \omega^2 \cdot \mu_0 \cdot S} \cdot (1 + \cos(2 \cdot \omega \cdot t)), \quad (4)$$

де  $\mu_0$  – магнітна проникність вакууму;  $S$  – площа торцевого перерізу сердечника електромагніту.

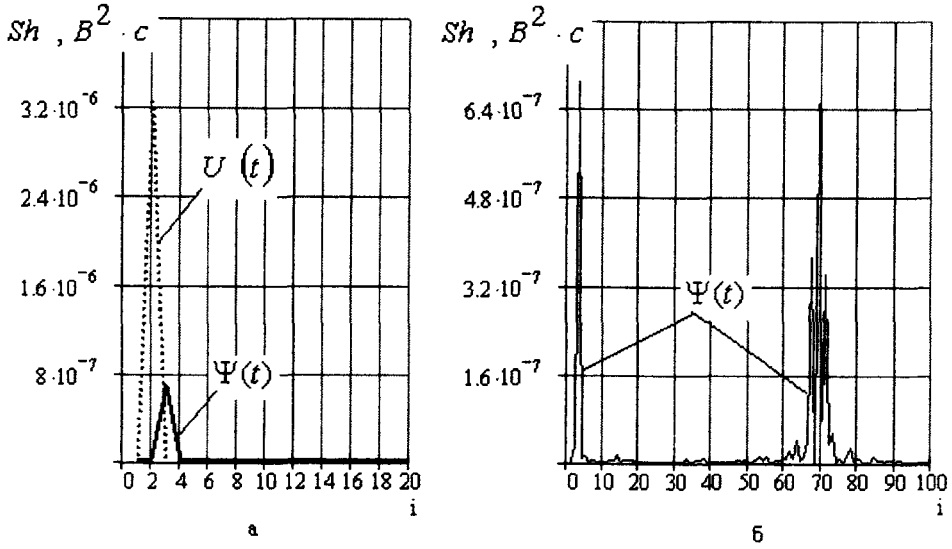


Рис. 3. Спектральна густина потужності магнітного потоку  $\Psi(t)$  при ШІМ-нарузі на електромагніті

На рис. 4 зображено, як змінюється зусилля  $F(t)$ , яке розвиває електромагніт вібронасини за умови, що до котушки електромагніту підведено ШІМ синусоїдальну напругу  $U_{\text{ШИМ}}(t)$ . Як зрозуміло із рис. 4, на один період ШІМ синусоїд  $U_{\text{ШИМ}}(t)$  припадає два періоди  $F(t)$  – відповідно частота зусиль електромагніту дорівнює частоті, на якій передається найбільша потужність магнітного потоку, та в два рази більша від частоти (1)  $U_{\text{ШИМ}}(t)$  широтно-імпульсно модульованої синусоїди.

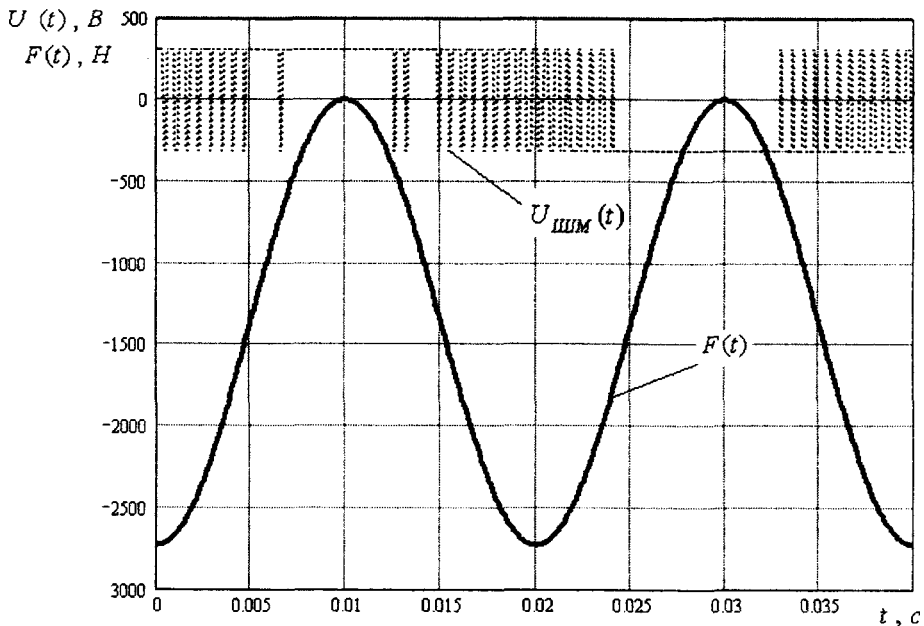


Рис. 4. Зусилля, яке розвиває електромагніт вібронасини під час використання ШІМ синусоїдальної напруги

Для того, щоб остаточно переконатися в цьому, пропонується дослідити переміщення якоря  $s(t)$  за формулою (5) згідно з [8] відносно сердечника, відряховуючи переміщення від недеформованого стану пружної системи в бік збільшення зазора:

$$s(t) = F(t) \cdot (-k_0 - k_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t - \varphi_2)), \quad (5)$$

де  $k_0 = \frac{1}{c}$ , ( $c = 4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot m$ )  $c$  – жорсткість пружної системи;  $m$  – приведена маса коливної системи;  $\nu = 1, 2, \dots$ ,  $\gamma = 0.01$  – коефіцієнт опору;  $k_2 = ((c - \nu^2 \cdot \omega^2 \cdot m)^2 + \gamma^2 \cdot \omega^2 \cdot \nu^2)^{-\frac{1}{2}}$ ,  
 $\text{tg}(\varphi_2) = \frac{\gamma \cdot \nu \cdot \omega}{c - \nu^2 \cdot \omega^2 \cdot m}$ .

З рис. 5 зрозуміло, що переміщення якоря відносно сердечника здійснюється за синусоїдальним законом з частотою, у два рази більшою, ніж частота ШІМ синусоїди.

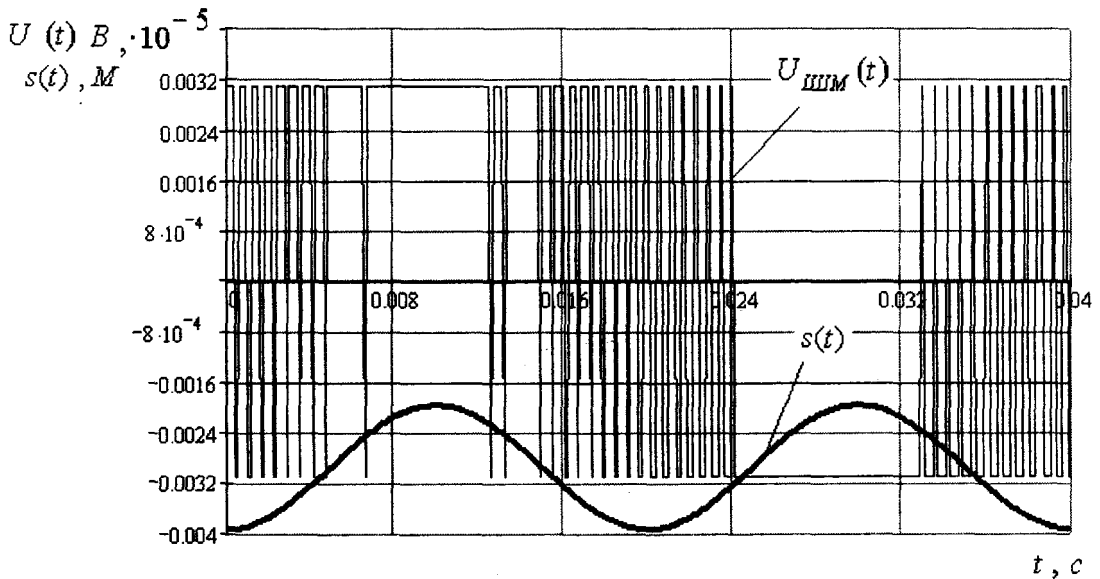


Рис. 5. Переміщення якоря відносно сердечника за подачі ШІМ синусоїдальної напруги на електромагніті

**Визначення закону зміни струму в електромагніті вібробудника при живленні вібротомашини ШІМ напругою.** Згідно з [11] диференціальне рівняння, що описує закон зміни сили струму, що протікає в котушці вібробудника, має вигляд (6) із врахуванням (1)

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{L(t)} \cdot \left[ R_k + \frac{dL(t)}{dt} \right] \cdot i(t) = \frac{U_{\text{ШІМ}}}{L(t)}, \quad (6)$$

де  $U_{\text{ШІМ}}(t)$  – ШІМ синусоїдальна напруга, що подається на котушку електромагніту вібротомашини (1);  $i(t)$  – закон зміни струму, що протікає в котушці;  $R_k$  – активний опір котушки вібробудника;  $L(t)$  – індуктивність вібробудника, яка обчислюється (7) згідно з [11]

$$L(t) = \frac{\mu_0 \cdot S \cdot \varpi^2}{a} \cdot \frac{1}{1 + \frac{x(t)}{a}}, \quad (7)$$

де  $\varpi$  – кількість витків котушки вібробудника;  $a$  – приведена відстань між якорем та осердям;  $x(t)$  – закон руху коливної механічної системи.

Якщо вібробудник працює в резонансному режимі, то максимальні значення сил пружності та сил інерції значно перевищують електромагнітну силу, яку розвиває електромагніт. Отже,

наближено можна прийняти, що закон руху дорівнює (8) згідно з [11], враховуючи також те, що частота коливань механічної системи у два рази більша від частоти напруги, що подається на електромагніт вібростанини

$$x(t) = A \cdot \sin((2 \cdot \omega) \cdot t + \zeta), \quad (8)$$

де  $A = 0.7 \cdot 10^{-3} (M)$  – амплітуда відносних коливань механічної системи;  $\zeta = \frac{-\pi}{2}$  – зсув фаз між переміщенням та силою.

Розв'язок рівняння (6) проведено числовим способом за допомогою методу Рунге–Кутта [12] з адаптованим кроком для одноктного електромагнітного вібростаника з такими параметрами: частота ШІМ сигналу  $f = 25$  Гц, кількість витків обмотки змінного струму  $\varpi = 550$ , тривалість мікроперіоду  $\Delta T = 5 \cdot 10^{-4} c$ , активний опір котушки вібростаника  $R_K = 20 \text{ Ом}$ ,  $S = 0.0035 M$  площа торцевого перерізу сердечника електромагніту,  $a = 4.8 \cdot 10^{-3} M$  приведена відстань між якорем та осердям. Також отримано результати, підтверджені розв'язком (6) за допомогою функції Odesolve математичного процесора MathCAD [12]. Розв'язок рівняння (6) за допомогою методу Рунге–Кутта з адаптованим кроком показано на рис. 6. На рис. 7 показано зв'язок між параметрами рівнянь (1), (6), (7) та (8) для одноктного електромагнітного вібростаника.

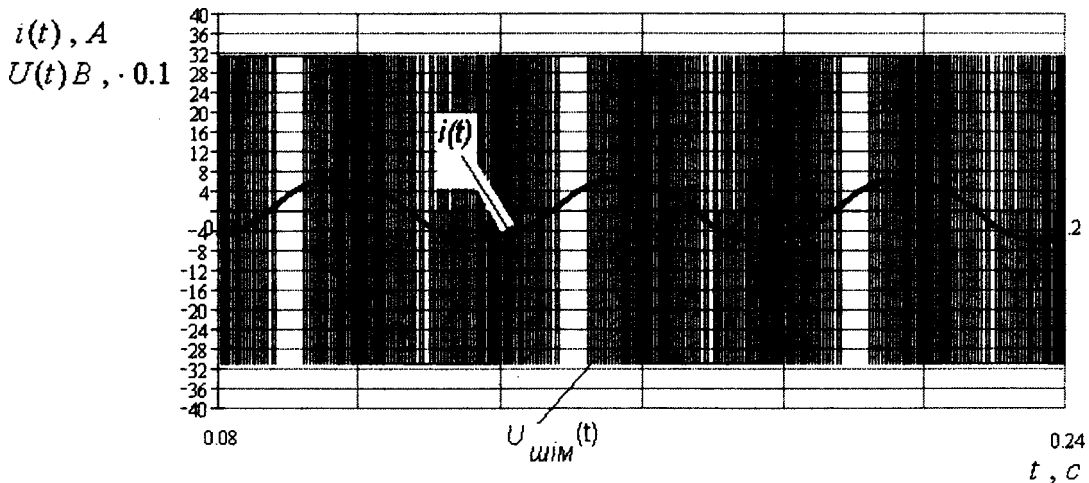


Рис. 6. Залежність струму та напруги (графічний розв'язок рівняння 6) в котушці одноктного електромагнітного вібростаника від часу при живленні вібростаника ШІМ синусоїдальною напругою

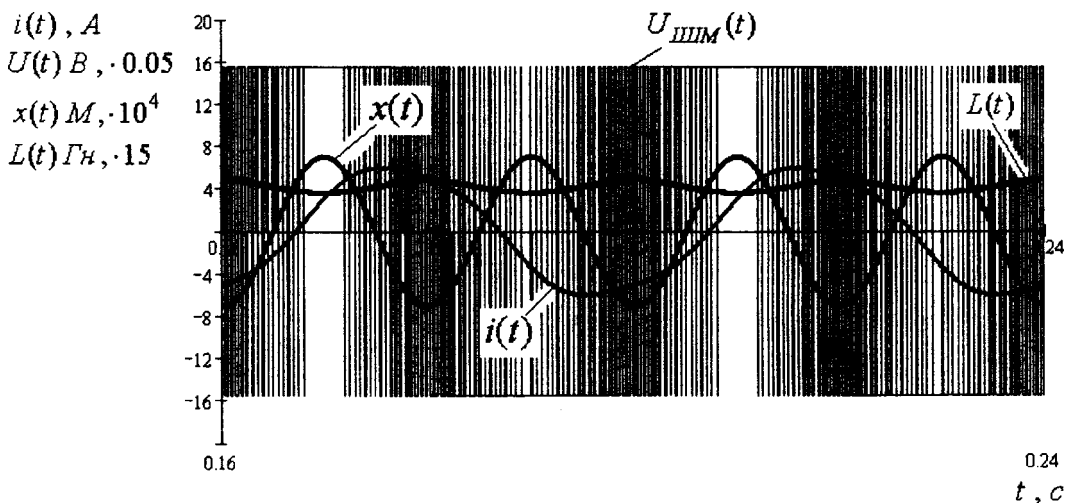


Рис. 7. Зв'язок між переміщенням якоря, індуктивністю та струмом електромагніту при живленні його ШІМ синусоїдальною напругою

Аналізуючи рис. 6, можна зробити висновок, що між ШІМ синусоїдальною напругою та струмом в котушці електромагнітного вібробудника існує характерний для індуктивного навантаження зсув фаз у  $90^\circ$ , а зміна струму відбувається за синусоїдальним гармонійним законом. Рис. 7 також підтверджує отримані вище результати про гармонійну зміну зусилля електромагніту.

**Висновок.** Отримані результати доводять, що при живленні електромагнітного вібробудника вібромашини ШІМ синусоїдальною напругою, сила, яку розвиває електромагніт, та переміщення якоря відносно сердечника, відбувається за гармонійним синусоїдальним законом із частотою в два рази більшою, ніж частота синусоїди, що сформована широтно-імпульсною модуляцією.

1. Стрепко І.Т., Тимченко О.В., Дурня Б.В. *Проектування систем керування на однокристальних мікроЕОМ.* – К.: Вид-во “Фенікс”, 1998. – 285. 2. Крюков Б.И. *Динамика вибрационных машин резонансного типа.* – К.: Наукова думка, 1997. – 230 с. 3. Михайлов О.П. *Автоматизированный электропривод станков и промышленных роботов: Учеб. для вузов.* – М.: Машиностроение, 1990. – 304 с. 4. Лавендела Э.Э. *Синтез оптимальных вибромашин.* – Рига: Зинатне, 1970. – 210 с. 5. Добрынин С.А., Фельдман М.С., Фирсов Г.И. *Методы автоматизированного исследования вибрации машин.* – М.: Машиностроение, 1987. – 225 с. 6. Гетманов А.Г., Дегтяренко П.И., Мандровский-Соколов Б.Ю. и др. *Автоматическое управление вибрационными испытаниями.* – М.: Энергия, 1978. – 112 с. 7. Гаврильченко О.В., Таянов С.А., Чубик Р.В. *Аналіз похибки форми та частоти при формуванні синусоїдального сигналу з допомогою ШІМ для системи керування вібротранспортером // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”.* – 2003. – № 480. – С. 47–52. 8. Лавендел Э.Э. *Вибрации в технике: Справочник. В 6 т.* – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 4: *Вибрационные процессы и машины.* – 510 с. 9. Морковский Ф.Т., Трегуб А.П. *Общая электротехника.* – М.: МАШГИЗ, 1963. – 322 с. 10. Сергієнко А.Б. *Цифровая обработка сигналов.* – СПб.: Питер, 2003. – 603 с. 11. Малкин Д. Д. *Теория электромагнитных вибраторов // Тр. НИИ Часпрома “Технология часового производства”.* – М., 1971. – Вып. 3(6). – С. 75–85. 12. Дьяконов В. *MathCAD 8/2000.* – СПб., 2001. – 590 с.