УДК 621.924

З.А. Стоцько, Т.О. Стефанович
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра електронного машинобудування

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗПОДІЛУ МАСИ РЕЧОВИНИ В СТРУМЕНІ РОЗПИЛЕННЯ ПІД ЧАС СТРУМЕНЕВОГО ОБРОБЛЕННЯ ПОВЕРХОНЬ НЕЗВ'ЯЗАНИМИ ТВЕРДИМИ ТІЛАМИ

© *Стоцько З.А., Стефанович Т.О., 2005*

Обгрунтовано необхідність врахування розподілу маси речовини в струмені розпилення під час моделювання процесу струменевого оброблення. Побудовано математичну модель розподілу маси і запропоновано алгоритм для обчислення розподілу маси речовини в струмені.

Mass distribution should be taken during blast finishing simulation. The mathematical model of mass distribution is created. Algorithm for calculation of mass distribution in suspension jet is offered.

Актуальність проблеми. Одним з основних напрямків застосування струменевого оброблення поверхонь незв'язаними твердими тілами є оброблення деталей машин, особливо складної конфігурації (штампів, прес-форм, лопатей помп, фасонного литва тощо). Використання струменевого оброблення на викінчувальних операціях під час оброблення штампів і прес-форм є, як правило, найкращою альтернативою їх ручному доведенню. Якщо для очищення від окалини і ручного полірування під час оброблення гартованого штампа невеликих розмірів затрачаємо приблизно 3 години, то при застосуванні струменевого оброблення – 5–8 хв. Експерименти показують, що із збільшенням розміру штампа і ускладненням його конфігурації використання струменевого оброблення дає значну економію трудовитрат і часу [1].

Аналіз літературних джерел вказує на те, що рекомендації з призначення оптимальних режимів струменевого оброблення деталей машин, особливо складної конфігурації, подаються на основі численних експериментальних досліджень, які, як правило, є суперечливими. Недостатньо досліджено й висвітлено вплив технологічних параметрів струменевого оброблення на фізико-механічні параметри якості поверхонь. В зв'язку з цим виникає потреба у створенні теоретичних засад процесу і побудові універсальної математичної моделі, на основі якої будуть розроблені рекомендації з призначення оптимальних режимів оброблення залежно від параметрів обладнання, схеми оброблення, умов розпилення і властивостей робочого середовища, фізико-механічних властивостей оброблюваних поверхонь.

Постановка задачі досліджень. В основу математичної моделі процесу оброблення поверхонь струменем незв'язаних твердих тіл покладено енергетичну концепцію, за якою робота з пластичного деформування і різання оброблюваних поверхонь здійснюється завдяки перетворенню кінетичної енергії, яку мають пакети твердих тіл у струмені, за винятком її втрат на різних етапах процесу. Щоб застосувати запропоновану енергетичну концепцію, необхідно встановити, як розподіляються маси і швидкості пакетів твердих тіл у струмені. Завдання цієї роботи полягає у побудові математичної моделі розподілу маси речовини у струмені розпилення, яка ляже в основу загальної математичної моделі процесу струменевого оброблення поверхонь незв'язаними твердими тілами.

Аналіз останніх досліджень. Під час вивчення процесу струменевого оброблення незв'язаними твердими тілами дослідниками не розглядався і не враховувався розподіл маси речовини в струмені розпилення. Наприклад, у [2] під час побудови залежності для визначення величини лінійного знімання матеріалу за певний проміжок часу рекомендується приймати значення маси,

усереднене по площі поверхні, на якій відбувається руйнування матеріалу. В [3] при розгляді струменя незв'язаних твердих тіл з нього виділяється одне тіло, яке з середньою швидкістю струменя вдаряється об поверхню деталі і при ударі виконує роботу, змінюючи стан цієї поверхні. Недоліками цих підходів є те, що усереднення маси речовини в поперечному перерізі струменя розпилення не уможливлює адекватно описати процес, оскільки за даними експериментальних досліджень густина потоку незв'язаних твердих тіл в центральній частині струменя значно більша, ніж на периферії, що ілюструє графік, показаний на рис. 1. Його форма практично не залежить від тиску в робочому бункері струменевої установки [4].

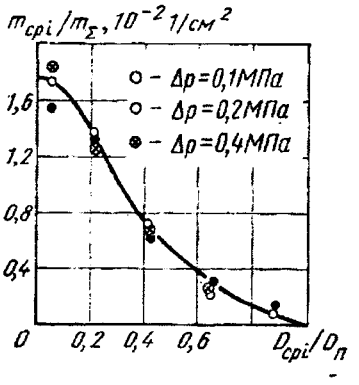


Рис. 1. Розподіл витрат дробу по поперечному перерізу струменя на одиницю площі оброблюваної поверхні:
$m_{cp\,i}$ – середні витрати дробу на одиницю площі в і-тому кільцевому секторі експериментальної установки; m_{Σ} – сумарні витрати дробу;
$D_{cp\,i}$ – середній діаметр і-того кільцевого сектора експериментальної установки;
D_n – діаметр плями контакту струменя незв'язаних твердих тіл з оброблюваної поверхні

Тобто залежність розподілу маси в поперечному перерізі струменя розпилення від відстані до розглядуваної ділянки поперечного перерізу є імовірнісною характеристикою, яка носить нелінійний характер, що потрібно враховувати під час побудови загальної математичної моделі процесу струменевого оброблення поверхонь незв'язаними твердими тілами.

Побудова математичної моделі розподілу маси незв'язаних твердих тіл у струмені розпилення. Маса речовини, що розпилена струменевим апаратом за час Δt, визначається за формулою

$$M(\Delta t) = Q_m \cdot \Delta t, \tag{1}$$

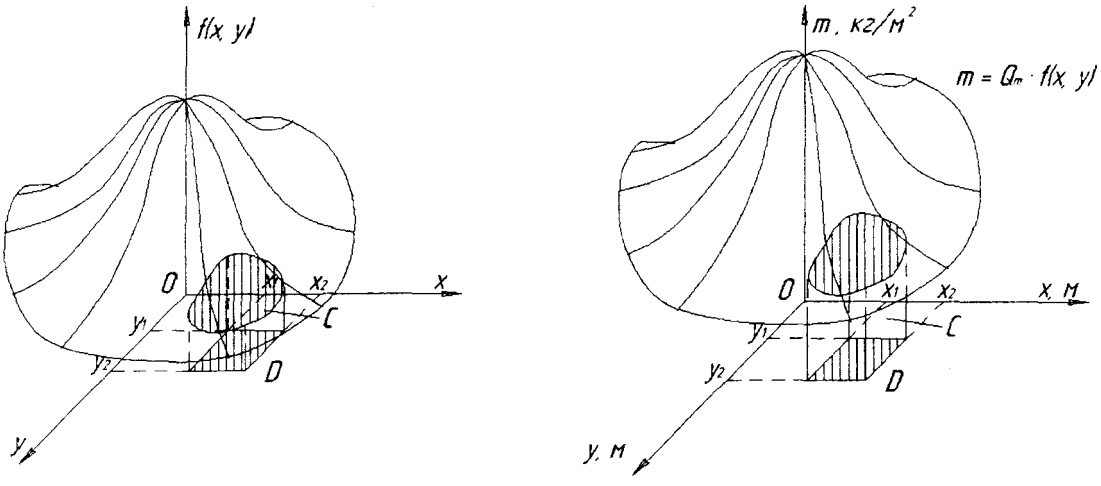
де Q_m – продуктивність розпилювача або витрата робочого середовища по масі за одиницю часу;
Δt – проміжок часу, за який відбувається розпилення.

Припустимо, що струмінь незв'язаних твердих тіл перетинається площиною хОу, яка лежить на деякій відстані від струменевого апарата і збігається з поверхнею оброблення.

Виділимо на поверхні, яку піддають обробленню, область D (рис. 2, *а*). Попадання твердого тіла в прямокутник D, обмежений абсцисами x_1 і x_2 та ординатами y_1 і y_2, може бути інтерпретоване, як попадання випадкової точки (X, У) в межі заданої області D на площині хОу, що характеризується певною функцією розподілу і густиною розподілу системи двох випадкових величин f (x,y). Якщо скористатися "механічною" інтерпретацією розподілу системи як розподілу одиничної маси по площині хОу, то функція f (x,y) являє собою густину розподілу маси в точці (x, y), а $P(D(x,y))$ – ймовірність попадання випадкової величини в область D [5].

Маса незв'язаних твердих тіл, яка попаде за час Δt в область D, обмежену абсцисами x_1 і x_2 та ординатами y_1 і y_2, дорівнює

$$M(D) = M(\Delta t) \cdot P(D(x,y)). \tag{2}$$



а *б*

Рис. 2. До визначення інтенсивності розподілу маси по площині xOy і маси незв'язаних твердих тіл, яка попаде в область D

Оскільки за одиницю часу розподіляється маса, що дорівнює продуктивності розпилювача Q_m, то добуток $Q_m \cdot f(x,y)$ являє собою густину розподілу маси, розпиленої за одиницю часу, на площині xOy, або інакше – інтенсивність розподілу маси по площині xOy (рис. 2, *б*):

$$m = Q_m \cdot f(x, y). \tag{3}$$

Геометрично ймовірність попадання випадкової величини в область D дорівнює об'єму тіла C, яке обмежене зверху поверхнею розподілу і опирається на область D (рис. 2, *б*). Тому

$$P(D(x, y)) = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} f(x, y) dy dx, \tag{4}$$

де $f(x,y)$ – густина ймовірності.

Маса незв'язаних твердих тіл, яка попаде за час Δt в область D, обмежену абсцисами x_1 і x_2 та ординатами y_1 та y_2, дорівнює

$$M(D) = Q_m \cdot \Delta t \cdot \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} f(x, y) dy dx. \tag{5}$$

Для загального випадку, коли область на оброблюваній поверхні обмежена абсцисами x_i і x_{i+1} та ординатами y_j і y_{j+1}, формула (5) для обчислення маси незв'язаних твердих тіл, яка попаде за час Δt в таку область, запишеться у вигляді

$$M_{ij} = Q_m \cdot \Delta t \cdot \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_{y_j}^{y_{j+1}} f(x, y) dx. \tag{6}$$

Вираз (6) є універсальною моделлю розподілу маси робочого середовища в поперечних перерізах струменя розпилення. Її універсальність полягає в тому, що залежно від конструкції струменевого апарата, параметрів струменевої установки, умов розпилення робочого середовища, підінтегральна функція може набувати різного вигляду, а загальна структура моделі при цьому не змінюється. Для врахування схеми обробки достатньо внести відповідні зміни в межі інтегрування.

Для визначення розподілу маси речовини в поздовжніх перерізах струменя розпилення введемо припущення, що уся маса робочого середовища, розпилена струменевим апаратом, досягає оброблюваної поверхні. Тобто витрати робочого середовища в будь-якому поперечному перерізі струменя розпилення є величиною, сталою в часі.

Алгоритм для виконання обчислень. Обчислення маси M_{ij} за (6) для кожної області оброблюваної поверхні пов'язане з великою кількістю однотипних розрахунків. Тому для її обчислення доцільно використовувати системи автоматизованих розрахунків. Алгоритм для обчислення маси незв'язаних твердих тіл M_{ij}, яка попадає на ділянку, обмежену абсцисами x_i і x_{i+i} та ординатами y_j та y_{j+1}, складається із декількох кроків:

1) обчислити значення витрат струменевого апарата за масою Q_m і задати час Δt, за який відбувається оброблення;
2) вибрати підінтегральну функцію розподілу z = f(x, y) і побудувати її графік;
3) виділити на графіку функції розподілу досліджувану область:
   по осі Ox область обмежена координатами $[-n_x \cdot \sigma;\ n_x \cdot \sigma]$;
   по осі Oy область обмежена координатами $[-n_y \cdot \sigma;\ n_y \cdot \sigma]$;
4) розбити вибрану область на окремі інтервали з кроком розбиття (рис. 3):
   по осі Ox – k_x;
   по осі Oy – k_y;

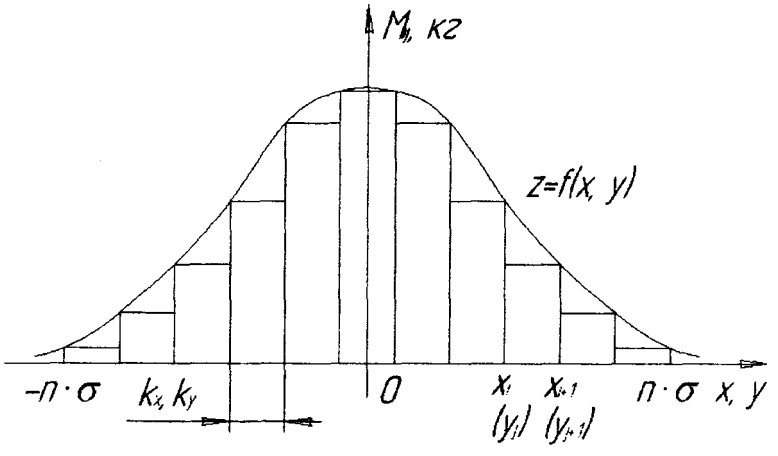


Рис. 3. До алгоритму обчислення маси M_{ij}

5) ввести лічильники циклу i та j, які можуть набувати тільки цілих невід'ємних значень:
   для осі Ox – $i \in [1, 2, 3, \ldots + \infty]$;
   для осі Oy – $j \in [1, 2, 3, \ldots + \infty]$;
6) присвоїти лічильникам циклу початкові значення:
   $i{:=}1;\ \ j{:=}1;$
7) обчислити початкові та кінцеві координати i-го інтервалу для осі Ox та j-го інтервалу для осі Oy за формулами:
   $x_i = (n - k_x \cdot i) \cdot \sigma;$ $\qquad x_{i+1} = (n - k_x \cdot (i-1)) \cdot \sigma;$
   $y_j = (n - k_y \cdot i) \cdot \sigma;$ $\qquad y_{j+1} = (n - k_y \cdot (j-1)) \cdot \sigma.$
8) обчислити значення M_{ij} за формулою (6)

$$M_{ij} = Q_m \cdot \Delta t \cdot \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_{y_j}^{y_{j+1}} f(x, y) dx$$

9) збільшити лічильник циклу i на одиницю: $i{:=}\ i + 1;$
10) перевірити, чи виконується умова $i \le \dfrac{2 \cdot n_x}{k_x}$ (ця умова вводиться для того, щоб під час обчислень не вийти за межі інтервалу $[n_x \cdot \sigma;\ n_x \cdot \sigma]$. Вона отримана з нерівностей:

$$x_i \le (-n_x \cdot \sigma);\ (n - k \cdot i) \cdot \sigma \le (-n_x \cdot \sigma), \text{ звідки } i \le \frac{2 \cdot n_x}{k_x});$$

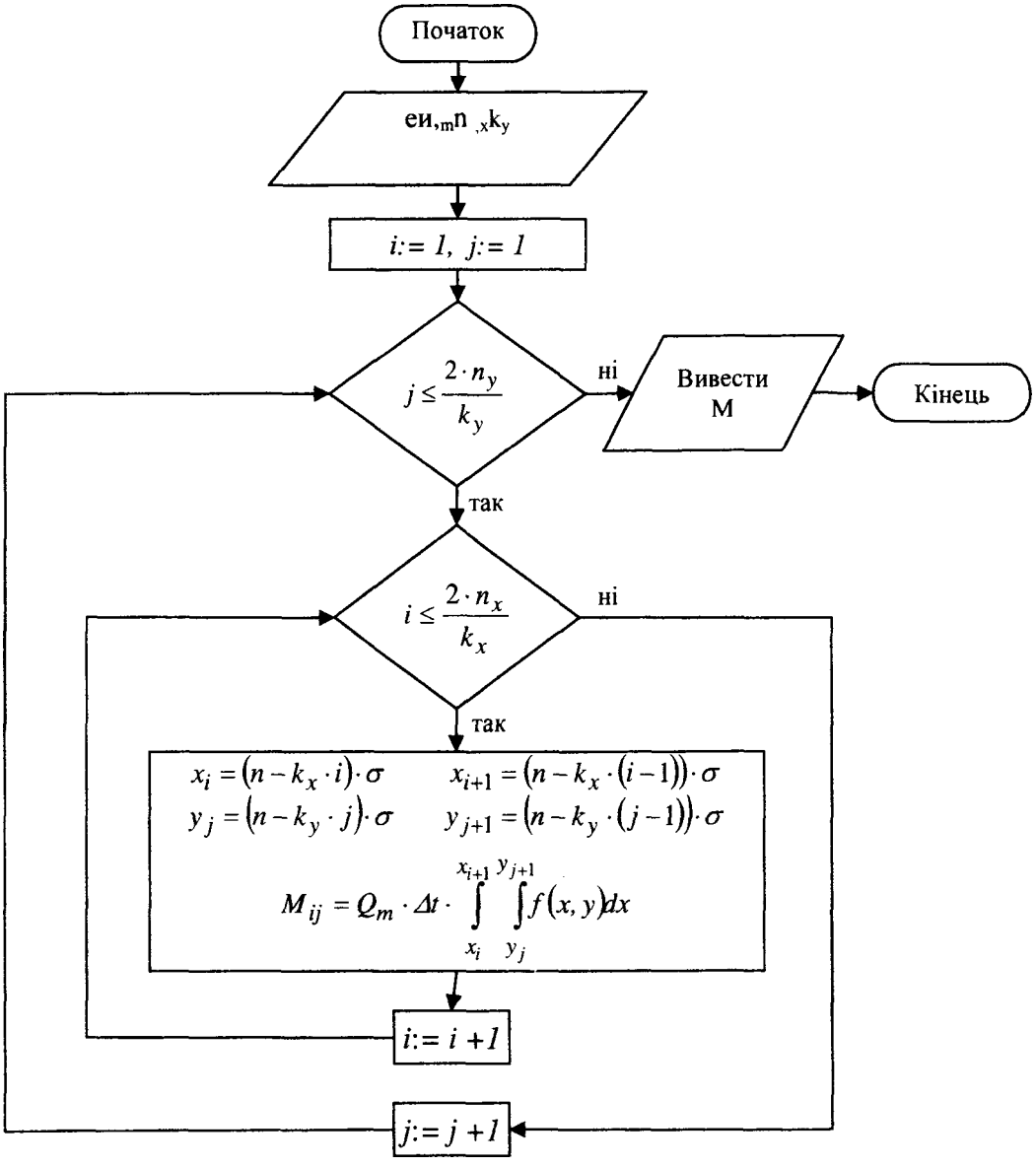


Рис. 4. Блок-схема алгоритму для обчислення розподілу маси незв'язаних твердих тіл по поперечному перерізу струменя

11) збільшити лічильник циклу j на одиницю: $j := j + 1$;

12) перевірити, чи виконується умова $j \le \frac{2 \cdot n_y}{k_y}$ (ця умова, аналогічна до умови в п. 10 і вводиться для того, щоб під час обчислень не вийти за межі інтервалу $[n_y \cdot \sigma; n_y \cdot \sigma]$);

13) вивести результати обчислення у вигляді матриці M:

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & \dots & \dots & M_{1\left(\frac{2 \cdot n_y}{k_y}\right)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & M_{ij} & \dots \\ M_{\left(\frac{2 \cdot n_x}{k_x}\right)1} & \dots & \dots & M_{\left(\frac{2 \cdot n_x}{k_x}\right)\left(\frac{2 \cdot n_y}{k_y}\right)} \end{pmatrix};$$

14) за даними матриці побудувати графік розподілу маси в поперечному перерізі струменя розпилення у вигляді тривимірної гістограми.

Блок-схема для запропонованого алгоритму обчислення маси незв'язаних твердих тіл в поперечних перерізах струменя показана на рис. 4.

Висновки. Широке застосування процесу струменевого оброблення поверхонь незв'язаними твердими тілами на фінішних операціях під час оброблення деталей машин, особливо складної конфігурації, потребує створення теоретичних засад процесу і побудови універсальної математичної моделі, на основі якої можуть бути розроблені рекомендації з призначення оптимальних режимів обробки. Під час побудови універсальної математичної моделі важливим завданням є встановити, як розподіляється маса речовини у струмені розпилення. За даними експериментальних досліджень залежність розподілу маси в поперечному перерізі струменя розпилення від відстані до розглядуваної ділянки поперечного перерізу є імовірнісною характеристикою, яка носить яскраво виражений нелінійний характер.

В основу математичної моделі розподілу маси речовини, запропонованої авторами у цій роботі, покладено припущення, що попадання твердого тіла в певну область оброблюваної поверхні може бути інтерпретоване, як попадання випадкової точки в межі цієї області. Перевагою моделі є її універсальність, яка полягає в тому, що залежно від схеми оброблення, конструкції струменевого апарата, параметрів струменевої установки, умов розпилення робочого середовища, підінтегральна функція може набувати різного вигляду, а загальна структура моделі при цьому не змінюється. Для проведення обчислень розподілу маси речовини в струмені розпилення доцільно використовувати запропонований алгоритм автоматизованих розрахунків.

1. Билик Ш.М. Абразивно-жидкостная обработка металлов. – М.: Машгиз, 1960. – 196 с. 2. Проволоцкий А.Е. Струйно-абразивная обработка деталей машин. – К.: Техніка, 1989. – 177 с. 3. Петросов В.В. Гидродробеструйное упрочнение деталей и инструмента. – М.: Машиностроение, 1977. – 166 с. 4. Рыковский Б.П., Смирнов В.А., Щетинин Г.М. Местное упрочнение деталей поверхностным наклепом. – М.: Машиностроение, 1985. – 152 с. 5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Гос. изд. физ.-матем. лит., 1962. – 564 с.