

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ РОЗПОДІЛУ ТИСКУ ПО ДОВЖИНІ ГАЗОПРОВОДУ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ РЕЖИМІ РУХУ ГАЗУ

© Лесовой Л., Близняк Л., 2004

The method of definition of distribution of pressure on gas pipe-line when unsteady condition of movement of natural gas is worked out. The finite-difference method in order to solve the system of differential equations is used.

Постановка проблеми. У обліку природного газу однією з важливих задач є підвищення точності визначення кількості газу в газопроводі. Сьогодні кількість природного газу визначають за умови стаціонарності потоку газу. Проте такі збурення, як різке збільшення або зменшення забору газу споживачами, збільшення або зменшення підкачки газу, раптове увімкнення або відімкнення компресорних станцій, відкриття чи закриття засувки тощо призводять до нестационарного режиму руху газу. Нехтування нестационарністю потоку газу спричиняє виникнення істотної похибки при визначенні розподілу тиску природного газу по довжині газопроводу, а відтак і при визначенні кількості газу в газопроводі [1].

Завдання досліджень. На основі сказаного актуальною задачею є розробка методики визначення розподілу тиску по довжині магістрального газопроводу при нестационарному режимі його руху.

Аналіз останніх досліджень. Сьогодні існує чимало праць, що стосуються нестационарності потоку природного газу [2, 3, 4, 5, 6].

Для магістрального горизонтального газопроводу система рівнянь, що описує одновимірний нестационарний режим руху природного газу має вигляд [2, 3, 4]

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda \rho u^2}{2D} = 0 \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

де p — тиск природного газу в газопроводі; λ — коефіцієнт гідравлічного опору, який визначають за рівнянням Colebrook-White

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,74 - 2 \log_{10} \left(\frac{2\pi R_a}{D} + \frac{18,7}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \quad (2)$$

де R_a — абсолютна шорсткість газопроводу, яку визначають з [7]; ρ — густина природного газу; u — швидкість природного газу; c — швидкість звуку в природному газі.

Розглянемо систему рівнянь вигляду

$$\begin{cases} \frac{\partial p^2}{\partial x} + \frac{\lambda c^2}{2DF^2} \cdot \frac{\partial q_m^2}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial q_m}{\partial x} \cdot \frac{1}{F} = - \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} \end{cases} \quad (3)$$

яку отримують з системи рівнянь (1), підставивши $p/\rho = c^2$ і масову витрату $q_m = \rho uF$, де $F = \frac{\pi D^2}{4}$ — площа поперечного перерізу газопроводу (розглядають газопровід круглого перерізу).

Систему рівнянь (3) зводять до одного рівняння. Для цього диференціюють перше рівняння системи рівнянь (3) по x , і підставляють друге рівняння у перше. Внаслідок цих перетворень одержують диференціальне рівняння

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} - \frac{\lambda q_m}{D p F} \cdot \frac{\partial p^2}{\partial \tau} = 0. \quad (4)$$

Виконавши у рівнянні (4) лінеаризацію та ввівши нову змінну $t = \frac{DF}{\lambda} \left(\frac{p}{q_m} \right)_{cp} \tau = A\tau$, одержимо [2]

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{1}{A} \frac{\partial P}{\partial \tau} = 0 \quad (5)$$

де $P = p^2$ — квадрат тиску в газопроводі; A — коефіцієнт, який визначають за рівнянням

$$A = \frac{DF}{\lambda} \frac{P_{cp}}{q_m} \quad (6)$$

Рівняння (5) — параболічного типу. Для виділення єдиного розв'язання необхідно визначити початкову та граничні умови. Для рівняння параболічного типу розглядають крайову задачу першого роду [9] виду

$$P(x, 0) = f(x), \quad 0 \leq x \leq L; \quad (7)$$

$$P(0, \tau) = \varphi_1(\tau), \quad 0 \leq \tau \leq T; \quad (8)$$

$$P(L, \tau) = \varphi_2(\tau), \quad 0 \leq \tau \leq T \quad (9)$$

де $P(x, 0)$ — розподіл квадрата тиску по довжині газопроводу L в початковий момент часу $\tau = 0$, який описується рівнянням $f(x)$; $P(0, \tau)$ — зміна квадрата тиску на вході газопроводу за період T , яка описується рівнянням $\varphi_1(\tau)$; $P(L, \tau)$ зміна квадрата тиску на виході газопроводу за період T , яка описується рівнянням $\varphi_2(\tau)$.

Для розв'язання рівняння (5) зручно застосовувати числовий метод кінцевих різниць. Суть цього методу полягає у заміні похідних відповідними їм різницями [8]

$$\frac{\partial P(x, \tau)}{\partial x} \approx \frac{P(x + \Delta x, \tau) - P(x, \tau)}{\Delta x}; \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 P(x, \tau)}{\partial x^2} \approx \frac{P(x + \Delta x, \tau) - 2P(x, \tau) + P(x - \Delta x, \tau)}{\Delta x^2}; \quad (11)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} \approx \frac{P(x, \tau + \Delta \tau) - P(x, \tau)}{\Delta \tau}, \quad (12)$$

де Δx — приріст координати по довжині газопроводу; $\Delta \tau$ — приріст в часі.

Встановимо крайові умови для задачі визначення розподілу тиску природного газу по довжині газопроводу. Нехай у початковий момент часу $\tau = 0$ режим руху природного газу був стаціонарним, тобто

$$p(x,0) = \sqrt{p^2(0,0) - (p^2(0,0) - p^2(L,0)) \frac{x}{L}}. \quad (13)$$

Тиск на вході газопроводу та на його виході за час T змінювався за лінійними законами, тобто

$$p(0, \tau) = p(0,0) + k_1 \tau \quad (14)$$

$$p(L, \tau) = p(L,0) + k_2 \tau \quad (15)$$

де k_1 і k_2 — коефіцієнти, які визначають за формулами

$$k_1 = \frac{p(0, T) - p(0,0)}{T} \quad (16)$$

$$k_2 = \frac{p(L, T) - p(L,0)}{T}. \quad (17)$$

Отже, необхідно знайти розв'язання $P(x, \tau)$ у прямокутнику, обмеженому прямими, $\tau = 0$, $x = 0$, $x = L$, $\tau = T$, якщо задані значення шуканої функції на трьох його сторонах: $\tau = 0$, $x = 0$, $x = L$. Покриємо нашу область сіткою, утвореною прямими

$$x = i\Delta x, \quad i = 1, 2, \dots,$$

$$\tau = j\Delta \tau, \quad j = 1, 2, \dots,$$

і будемо визначати значення розв'язку у вузлах сітки, тобто в точках перетину цих прямих. Введемо позначення $P(i\Delta x, j\Delta \tau) = P_{i,j}$. Запишемо замість рівняння (5) відповідне йому рівняння в кінцевих різницях для точки $(i\Delta x, j\Delta \tau)$. Відповідно до (11) і (12) одержимо

$$\frac{P_{i+1,j} - 2P_{i,j} + P_{i-1,j}}{\Delta x^2} - A \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{\Delta \tau} = 0. \quad (18)$$

Визначимо $P_{i,j+1}$

$$P_{i,j+1} = \left(1 - \frac{2A\Delta \tau}{\Delta x^2}\right) P_{i,j} + A \frac{\Delta \tau}{\Delta x^2} (P_{i+1,j} + P_{i-1,j}). \quad (19)$$

З (19) видно, що якщо відомі три значення у j -му ряді $P_{i,j}$, $P_{i+1,j}$, $P_{i-1,j}$, то можна знайти значення $P_{i,j+1}$ у $(j+1)$ -му ряді. Нам відомі всі значення на прямій $\tau=0$ (див. (13)). За (19) знайдемо значення у всіх внутрішніх точках відрізка $\tau=\Delta \tau$. Значення у крайніх точках цього відрізка нам відомі з (14) і (15). Так рядок за рядком знайдемо значення шуканого розв'язку у всіх вузлах сітки.

Незважаючи на простоту застосування методу кінцевих різниць, він при недостатньо продуманому виборі кроку (приросту $\Delta \tau$ або Δx) може втратити стійкість або буде малозбіжним, тобто при подрібненні кроку точність методу не буде збільшуватися. Придатність розв'язку, одержаного різницевою апроксимацією, вимагає дослідження. Не завжди можна зменшити похибку подрібненням кроку сітки, навіть якщо різницеве рівняння допускає точне розв'язання. При одному і тому самому кроці сітки можна одержати значну розбіжність. Тому придатні тільки такі схеми, у яких зі зменшенням кроку сітки розв'язання різницевого рівняння зводиться до розв'язання розглядуваного диференційного.

Для (8) розв'язання різницевого рівняння зводиться до розв'язку параболічного лише за умови $\Delta \tau \leq \frac{\Delta x^2}{2A}$. Якщо прийняти $\Delta \tau = \frac{\Delta x^2}{2A}$, то (19) спроститься

$$P_{i,j+1} = \frac{1}{2} (P_{i+1,j} + P_{i-1,j}). \quad (20)$$

На базі вищерозглянутого матеріалу нами була розроблена методика визначення розподілу тиску по довжині газопроводу при нестационарному режимі руху природного газу, яка наведена нижче.

Методика визначення розподілу тиску газу по довжині газопроводу у разі нестационарного режиму його руху

1. Для визначення розподілу тиску природного газу в газопроводі у разі нестационарного режиму руху газу задають значення таких вхідних величин:

- масова витрата природного газу на вході магістрального газопроводу, Q_m ;
- температура природного газу, t ;
- тиск природного газу на вході магістрального газопроводу у початковий момент часу, $p(0,0)$;
- тиск природного газу на виході магістрального газопроводу у початковий момент часу, $p(L,0)$;
- проміжок часу T , упродовж якого змінювався тиск природного газу на вході в магістральний газопровід і на його виході;
- тиск природного газу на вході магістрального газопроводу у момент часу T , $p(0, T)$;
- тиск природного газу на виході магістрального газопроводу у момент часу T , $p(L, T)$;
- внутрішній діаметр газопроводу, D ;
- довжина магістрального газопроводу, L ;
- абсолютна шорсткість газопроводу, R_a ;
- густина природного газу в стандартних умовах, ρ_c ;
- молярна частка CO_2 в природному газі, x_y ;
- молярна частка N_2 в природному газі, x_a .

2. Розраховують p_{cp} за формулою

$$p_{cp} = \frac{2}{3} \left(p(0,0) + \frac{p^2(L,0)}{p(0,0) + p(L,0)} \right) \quad (21)$$

3. Обчислюють динамічну в'язкість природного газу за [9]

$$\mu = \mu_t c_\mu \quad (22)$$

$$\mu_T = 3,24 \frac{(t + 275,15)^{0,5} + 1,37 - 9,09\rho_c^{0,125}}{\rho_c^{0,5} + 2,08 - 1,5(x_a + x_y)}; \quad (23)$$

$$c_\mu = 1 + \frac{p_\Pi^2}{30(T_\Pi - 1)} \quad (24)$$

$$p_\Pi = p_{cp} / p_{пк} \quad (25)$$

$$T_\Pi = (t + 275,15) / T_{пк} \quad (26)$$

$$p_{пк} = 2,9585(1,608 - 0,05994\rho_c + x_y - 0,392x_a) \quad (27)$$

$$T_{пк} = 88,25(0,9915 + 1,759\rho_c - x_y - 1,681x_a) \quad (28)$$

4. Визначають число Рейнольдса за формулою

$$Re = \frac{4q_m}{\pi \mu D} \quad (29)$$

5. За (2) визначають коефіцієнт гідравлічного опору.
6. За (6) розраховують коефіцієнт А.
7. Розраховують приріст (крок) по довжині газопроводу Δx , за формулою

$$\Delta x = \frac{L}{N}, \quad (30)$$

де N — кількість точок, на які ділять газопровід довжиною L .

8. Визначають приріст координати $\Delta \tau$ за формулою

$$\Delta \tau = \frac{\Delta x^2}{2A}; \quad (31)$$

9. Визначають кількість точок M , на які ділять інтервал часу T

$$M = T / \Delta \tau \quad (32)$$

10. Розраховують значення квадрата тиску в початковий момент часу $\tau = 0$ в кожній i -й точці $(x_{i-1} + \Delta x)$ газопроводу за (13).

11. Визначають коефіцієнти k_1 та k_2 за (16) та (17) відповідно.

12. Розраховують значення квадрата тиску на вході газопроводу та на його виході при $x = 0$ і $x = L$ в кожний j -й момент часу $(\tau_{j-1} + \Delta \tau)$ за (14) (15) відповідно.

13. Розраховують значення квадрата тиску, якщо $0 < x < L$ в кожний момент часу $(\tau + \Delta \tau)$ за (20).

14. Добувають корінь квадратний з одержаних значень $P_{i,j}$.

Розглянемо приклад розрахунку розподілу тиску природного газу по довжині магістрального газопроводу методом кінцевих різниць для вхідних даних, наведених у табл. 1. Значення розподілу тиску газу по довжині газопроводу при нестационарному режимі його руху для цього прикладу наведені у табл. 2. На рисунку зображено графік розподілу тиску по довжині газопроводу з інтервалом часу 1200 с.

Таблиця 1

**Вхідні дані та розраховані допоміжні величини
для розглядуваного прикладу визначення розподілу тиску
по довжині газопроводу при нестационарному режимі руху газу**

№ з/п	Вхідні дані		№ з/п	Допоміжні величини		Формула
1	2	3	4	5	6	7
1	q_m , кг/с	50	1	P_{cp}	3415700	(21)
2	t , °C	20	2	$P_{нк}$	4,6275	(27)
3	$p(0,0)$, Па	3800000	3	$T_{нк}$	192,4606	(28)
4	$p(L,0)$, Па	3000000	4	p_n	0,7381	(25)
5	$p(0,T)$, Па	4300000	5	T_n	1,4816	(26)
6	$p(L,T)$, Па	2500000	6	c_μ	1,0377	(24)
7	T , с	7200	7	μ_T	10,7348	(23)
8	D , м	0,6	8	μ	$1,1140 \cdot 10^{-5}$	(22)

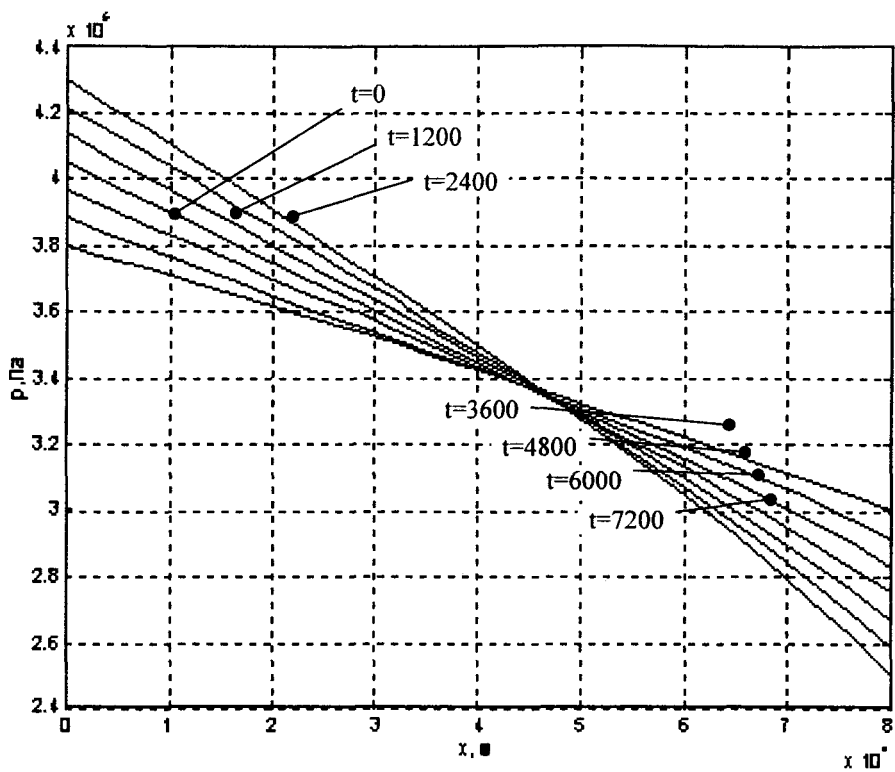
1	2	3	4	5	6	7
9	$L, \text{ м}$	80000	9	Re	$9,5249 \cdot 10^6$	(29)
10	N	20	10	λ	0,0169	(2)
11	$R_a, \text{ м}$	0,00001				
12	$\rho_c, \text{ кг/м}^3$	0,685	11	A	$6,8489 \cdot 10^5$	(6)
13	x_y	0,000668				
14	x_a	0,008858	13	Δx	4000	(30)
			14	$\Delta \tau$	12	(31)
			15	M	600	(32)
			16	k_1	69,4444	(16)
			17	k_2	-69,4444	(17)

Таблиця 2

Розподіл тиску по довжині газопроводу при нестационарному режимі його руху

X, м	$\tau, \text{ с}$						
	0	1200	2400	3600	4800	6000	7200
1	2	3	4	5	6	7	8
0	3,8000*	3,8833	3,9667	4,0500	4,1333	4,2167	4,3000
4000	3,7640	3,8352	3,9117	3,9887	4,0660	4,1435	4,2213
8000	3,7277	3,7880	3,8575	3,9280	3,9991	4,0706	4,1426
12000	3,6911	3,7415	3,8040	3,8678	3,9324	3,9978	4,0639
16000	3,6540	3,6958	3,7510	3,8079	3,8660	3,9251	3,9850
20000	3,6166	3,6505	3,6983	3,7483	3,7996	3,8521	3,9058
24000	3,5788	3,6056	3,6459	3,6887	3,7331	3,7789	3,8260
28000	3,5406	3,5609	3,5936	3,6290	3,6663	3,7051	3,7454
32000	3,5020	3,5163	3,5412	3,5691	3,5990	3,6307	3,6640
36000	3,4629	3,4716	3,4886	3,5087	3,5311	3,5553	3,5814
40000	3,4234	3,4265	3,4355	3,4478	3,4623	3,4789	3,4974
44000	3,3835	3,3811	3,3819	3,3860	3,3924	3,4010	3,4117
48000	3,3431	3,3349	3,3274	3,3231	3,3213	3,3216	3,3240
52000	3,3021	3,2879	3,2719	3,2590	3,2485	3,2402	3,2341
56000	3,2607	3,2399	3,2151	3,1933	3,1739	3,1566	3,1415
60000	3,2187	3,1906	3,1569	3,1259	3,0971	3,0704	3,0457
64000	3,1762	3,1399	3,0969	3,0564	3,0178	2,9812	2,9464
68000	3,1330	3,0874	3,0349	2,9844	2,9356	2,8884	2,8429
72000	3,0893	3,0328	2,9705	2,9096	2,8500	2,7917	2,7346
76000	3,0450	2,9761	2,9035	2,8317	2,7606	2,6902	2,6206
80000	3,0000	2,9167	2,8333	2,7500	2,6667	2,5833	2,5000

Примітка. Значення тиску газу в табл. 2 подано в МПа.



Розподіл тиску природного газу по довжині газопроводу в різні моменти часу

Висновки. Розроблена методика розрахунку розподілу тиску по довжині газопроводу із застосуванням методу кінцевих різниць для розв'язування диференціальних рівнянь дає змогу визначати розподіл тиску по довжині магістрального газопроводу при нестационарному режимі руху природного газу. Ця методика може застосовуватись для визначення кількості природного газу при нестационарному режимі його руху та зведенні матеріальних балансів у газотранспортних системах.

1. Пистун Е.П., Лесовой Л.В. О точности определения количества природного газа в магистральных трубопроводах // Контрольно-измерительная техника. Вып. 42.— Львов, 1982.
2. Александров А.В., Яковлев Е. И. Проектирование и эксплуатация систем дальнего транспорта газа. М., 1974.
3. Вольский Э.Л., Константинова И.М. Режимы работы магистрального газопровода. Л., 1970.
4. Вопросы транспорта природного газа / Под. ред. Е.М. Минского и И.Е. Ходановича. М., 1964.
5. Жидкова М.А. Трубопроводный транспорт газа. К., 1973.
6. Темпель Ф.Г. Технология транспорта газа. Л., 1976.
7. ГОСТ 8.563.2-97, Рекомендации по практическому применению: Метод, материал. — Казань, 2002.
8. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. М., 1976.
9. ГОСТ 30319.1-96. Газ природный. Методы расчета физических свойств. — М., 1997.