

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВІДТВОРЕННЯ І ЗАДАННЯ КОНТРОЛЬНОГО ОБ'ЄМУ ГАЗУ УСТАНОВКАМИ ДЗВОНОВОГО ТИПУ

© Вошинський В., 2004

The mathematical modelling of reproduction and task of control volume of gas by bell installations is carried out. The mathematical model of control volume of gas superseded by a bell is received at constant pressure. The influence of change of pressure under a bell on control volume of gas is investigated. The dependence is received which determines change of control volume from change of pressure under a bell.

Постановка проблеми. Дзвоніві установки об'єму газу [1] порівняно з трубопоршневыми мають найвищу точність і можуть бути використані як первинні еталони об'єму газу для передачі мірного об'єму лічильникам газу і робочим еталонам турбінного, ротаційного та барабанного типів. Метрологічні характеристики таких установок повинні бути підтверджені результатами метрологічної атестації. Тому контрольний об'єм, відтворений установками дзвонового типу, має мати таку похибку, щоб забезпечити співвідношення, за точністю достатнє для перевірки лічильників газу і робочих еталонів.

Аналіз останніх робіт. Ряд відомих робіт [1, 2, 3] спрямовані на підвищення їх точності. У [1, 2] наведено теоретичні дослідження і сформульовано принципи побудови дзвонівих установок об'єму газу. Найбільше уваги приділено переміщенню дзвону, але недостатньо досліджувалися чинники, які впливають на контрольний об'єм газу, витісненого дзвоном. Частково це питання вирішувалось в [3], де і запропонована нова неklasична модель витіснювача дзвонової установки. Робота [4] орієнтована на оцінку точності відтворюваного об'єму під час переміщення дзвона, враховуючи зміну впливу рівня розділювальної рідини, але в результаті наведено аналіз відомих залежностей та показана необхідність подальших досліджень дзвонівих установок в динамічному режимі. У [5] зроблено спробу змоделювати похибку дзвонової установки від непостійності тиску під дзвоном, але не враховано зміну рівня розділювача і, відповідно, об'єм, який витісняється дзвоном.

Задачі досліджень. Метою цієї роботи є розробка математичної моделі відтворення контрольного об'єму газу установками дзвонового типу при постійному та змінному тиску під дзвоном залежно від конструктивних та фізичних чинників.

Основний матеріал. Для розв'язання цієї задачі необхідно скласти математичну модель дзвона, який переміщується і витісняє із заданою витратою контрольний об'єм газу. В математичній моделі обмежимось геометричними параметрами дзвону і ємності з рідиною, а вплив зміни тиску під дзвоном визначимо додатково як поправку до контрольного об'єму.

Схему роботи дзвонової установки зображено на рисунку. Ємність 1 з розділювальною рідиною, в яку занурений дзвін 2, зрівноважений противагою 3 через систему диференційних шківів, причому шків 4 і 5 мають циліндричний профіль, а шків 6 має профіль архімедової спіралі. Під дзвін 2 подають повітря повітродувкою 7 при відкритій засувці 8. На вимірювальній ділянці розміщений повірювальний лічильник газу 9, при повірці якого засувка 10 відчинена, а засувка 11 регулює задану витрату повітря. Система диференційних шківів дає змогу компенсувати зміну виштовхувальної сили рідини розділювача.

Елементарний об'єм dV_x , витіснений дзвоном, визначимо за формулою:

$$dV_x = \frac{\pi D_B^2}{4} dx + S_1 dh, \quad (1)$$

де D_B — внутрішній діаметр дзвона; dx — переміщення дзвона; S_1 — площа розділювача між внутрішнім діаметром дзвона і внутрішнім діаметром ємності; dh — переміщення рідини під час занурення в неї дзвона.

Об'єм витісненої рідини дорівнює об'єму зануреної частини дзвона, тобто:

$$S_{\text{Д}} \cdot (dx + dh) = (S_1 + S_2) dh, \quad (2)$$

де $S_{\text{Д}}$ — поперечний переріз циліндричної частини дзвона; S_2 — площа розділювача між дзвоном і більшим діаметром ємності.

Рівняння (2) запишемо у вигляді:

$$dh = \left(\frac{S_{\text{Д}}}{S_1 + S_2 - S_{\text{Д}}} \right) dx. \quad (3)$$

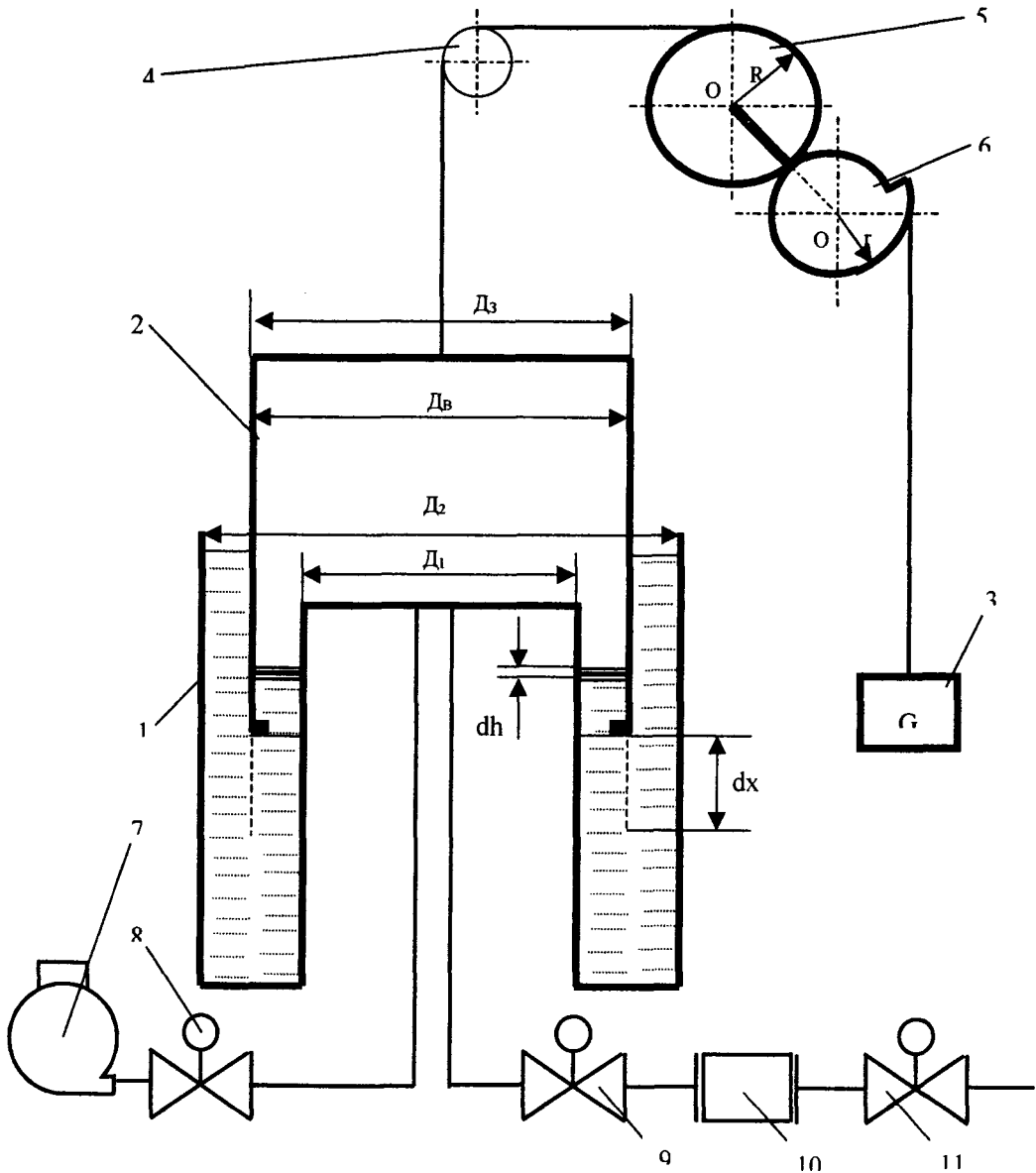


Схема роботи установки дзвонного типу

Одержане значення (3) підставимо в (1), тоді:

$$dV_X = \frac{\pi D_B^2}{4} dx + \frac{S_1 \cdot S_{\text{Д}}}{S_1 + S_2 - S_{\text{Д}}} dx. \quad (4)$$

Проінтегруємо одержаний вираз, і

$$V_X = H \left(\frac{\pi D_B^2}{4} + \frac{S_1 \cdot S_D}{S_1 + S_2 - S_D} \right). \quad (5)$$

Врахуємо значення площ: $S_1 = \frac{\pi}{4} (D_B^2 - D_1^2)$; $S_D = \frac{\pi}{4} (D_3^2 - D_B^2)$; $S_2 = \frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_3^2)$, вираз (5) набуває вигляду:

$$V_X = \frac{\pi H}{4} \left[\frac{D_B^4 - D_B^2 \cdot D_3^2 + D_B^2 \cdot D_2^2 - D_1^2 \cdot D_3^2}{2D_B^2 - 2D_3^2 - D_1^2 + D_2^2} \right]. \quad (6)$$

Звідки розрахункова довжина лінійки дзвона між мітками “старт” і “стоп” дорівнює:

$$H = \frac{4V}{\pi A}. \quad (7)$$

$$\text{де } A = \left[\frac{D_B^4 - D_B^2 \cdot D_3^2 + D_B^2 \cdot D_2^2 - D_1^2 \cdot D_3^2}{2D_B^2 - 2D_3^2 - D_1^2 + D_2^2} \right].$$

Отримані рівняння (6) і (7) справедливі при постійному тиску і температурі під дзвоном. Рівняння (6) є математичною моделлю дзвона. Але в процесі одного вимірювання внаслідок неточностей геометричних розмірів, нерівномірності переміщень дзвона, зміни фізичних факторів газу, змінюється тиск під дзвоном, і водночас змінюється рівень розділювальної рідини і, як наслідок — змінюється контрольний об’єм газу. Тому розглянемо детальніше вплив такого чинника як тиск. Якщо тиск під дзвоном змінився на величину dp , то, відповідно, змінився рівень розділювальної рідини на dh , а об’єм — на величину dV , який дорівнює:

$$dV = dV_X + dV_p. \quad (8)$$

де dV_X — елементарний об’єм, який витісняється дзвоном при постійному тиску згідно з рівнянням (4); dV_p — зміна витісненого об’єму внаслідок зміни тиску під дзвоном визначимо за виразом:

$$dV_p = S_1 \cdot dh. \quad (9)$$

Враховуючи рівність зміни об’єму на площах розділювальної рідини ($S_1 h_1 = S_2 h_2$) зміна гідростатичного тиску рідини буде мати вигляд

$$\frac{dp}{\rho g} = \left(1 + \frac{S_1}{S_2} \right) dh, \quad (10)$$

Звідки зміна рівня рідини в піддзвоновому просторі дорівнюватиме:

$$dh = \frac{S_2}{S_1 + S_2} \cdot \frac{1}{\rho g} dp, \quad (11)$$

де ρ — густина розділювальної рідини; g — прискорення вільного падіння.

Підставимо отримане значення (11) у формулу (9) і одержимо:

$$dV_p = \left(\frac{S_1 \cdot S_2}{S_1 + S_2} \right) \cdot \frac{1}{\rho g} dp. \quad (12)$$

Зміна тиску dp під дзвоном залежить від його переміщення dx . Тому проінтегруємо рівняння (12) та подамо зміну тиску під дзвоном як середнє значення по всій довжині його переміщення і одержуємо:

$$\Delta V_p = \left(\frac{S_1 \cdot S_2}{S_1 + S_2} \right) \cdot \frac{1}{\rho g} \cdot \frac{1}{n} \sum_1^n \Delta p_i, \quad (13)$$

де n — кількість вимірювань при відтворенні контрольного об’єму, i — порядковий номер вимірювання ($i = 0, 1, 2, \dots$). Підставимо в (13) значення площ S_1 і S_2 , будемо мати:

$$\Delta V_p = \frac{(D_B^2 - D_1^2) \cdot (D_2^2 - D_3^2)}{(D_B^2 - D_1^2 + D_2^2 - D_3^2)} \cdot \frac{1}{\rho g} \cdot \frac{1}{n} \sum_1^n \Delta p_i. \quad (14)$$

Експериментальні дослідження, виконані автором, підтверджують прямо пропорційну залежність зміни тиску під дзвоном від його переміщення. Його величина залежить від точності виготовлення компенсаційної системи виштовхувальної сили замкової рідини розділювача [6], а також від точності виготовлення дзвона та циліндричних елементів ємності дзвонів установок. Тому достатньо вимірювати тиск під дзвоном на початку і наприкінці витіснення контрольного об'єму як різницю тисків під дзвоном. Тоді (14) буде мати вигляд:

$$\Delta V_p = \frac{(D_B^2 - D_1^2) \cdot (D_2^2 - D_3^2)}{(D_B^2 - D_1^2 + D_2^2 - D_3^2)} \cdot \frac{p_n - p_k}{\rho g}, \quad (15)$$

де p_n, p_k — тиск під дзвоном на початку і наприкінці витіснення контрольного об'єму, відповідно.

Із рівняння (8) визначаємо довжину лінійки з поправкою (15).

$$H = \frac{4V - \Delta V_p}{\pi A}. \quad (16)$$

Отримане рівняння (15) може бути використане як поправка від зміни тиску до витісненого дзвоном об'єму газу згідно з (6), а (16) для розрахунку довжини лінійки.

Одержані результати теоретичних досліджень використані при метрологічній атестації діючих дзвонів установок типу РКДУ-0,44 та РКДУ-2,8, а також робочого еталона об'єму газу типу РЕОВГ-0,5. Відповідно до виміряних геометричних розмірів D_B і D_3 ; D_1 і D_2 та заданого контрольного об'ємом V була визначена довжина лінійки H між мітками "старт" і "стоп" за (7) і (16). Після цього були виконані експериментальні дослідження згаданих установок на зміну тиску під дзвоном під час його переміщення. Відхилення були незначними. В установці РКДУ-2,8 при тиску під дзвоном 4,0 кПа його зміна була 8 Па, в установці РКДУ-0,44 при тиску 5,0 кПа його зміна була 6 Па, а в робочому еталоні об'єму газу РЕОВГ-0,5 при тиску 2,5 кПа зміна тиску під дзвоном становила 4 Па. Відповідно до вищевказаних досліджень такі коливання тиску під дзвоном можуть спричинити похибку до 0,05 %. Тому в програмне забезпечення системи збору і обробки результатів вимірювання була введена поправка ΔV до контрольного об'єму V згідно з (16). На довжині мірної частини лінійки H виконується 200 вимірів тиску під дзвоном, а поправка ΔV_p визначається за його середнім значенням. Для визначення достовірності отриманої математичної моделі на згаданих установках дзвонів типу були виконані випробування робочого еталона об'єму газу ротацийного типу фірми "Istromet" (Нідерланди) в діапазоні від 1 до 200 м³/год. Відхилення були не більше ніж 0,03 %.

Висновки.

1. Отримана математична модель відтворення і задання контрольного об'єму установками об'єму газу дзвонів типу, де враховані геометричні параметри дзвона та ємності з розділювальною рідиною, що дало можливість уточнити відому математичну модель та зменшити похибку задання контрольного об'єму при градуюванні робочих еталонів об'єму та повірці лічильників газу.

2. Виконані теоретичні і експериментальні дослідження впливу зміни тиску під дзвоном при витісненні контрольного об'єму газу. Доведено, що зміни тиску під дзвоном необхідно враховувати як поправку до контрольного об'єму в програмному забезпеченні системи збору і обробки результатів вимірювання установки дзвонів типу з подальшою перевіркою при метрологічній атестації.

3. В результаті виконаних досліджень уточнений контрольний об'єм в діючих установках дзвонів типу з відхиленням від робочих еталонів фірми "Інстромет" (Нідерланди) до 0,03 %.

4. Отримана математична модель може бути використана для метрологічної атестації як діючих, так і нових дзвонів установок.

1. Бродин И.С. Теория, принципы построения и внедрение испытательных расходо-измерительных комплексов для технического и метрологического обеспечения измерений расхода газа // Автореф. ... д-ра техн. наук. — СПб, 1992. 2. Павловский А.Н. Измерение расхода и количества жидкостей, газа и пара. — М., 1987. 3. Пістун С.П., Бродин Ю.І. Дослідження впливу замкової рідини в дзвонових установках задання об'єму газу на її точність // Методи та прилади контролю якості. 2001. — № 7. — С. 125—127. 4. Мельничук С.І. Дослідження впливу замкової рідини в установках дзвонового типу на точність відтворення об'єму газу // Методи та прилади контролю якості. — 2002, № 9. — С. 82—84. 5. Середюк О.Є. Математичне моделювання похибки від непостійності тиску в дзвонових витратомірювальних установках // Методи та прилади контролю якості. — 1998, № 2. — С. 23—27. 6. Воцинський В.С., Воцинський В.В. Спосіб компенсації виштовхувальної сили замкової рідини розділювача в робочих еталонах газу дзвонового типу // Методи та прилади контролю якості, № 9, 2002. — С. 44—45.

УДК 621.01:621-868, 621.9.048.6.06(088.8)

О. Гаврильченко, О. Ланець, Я. Шпак
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра автоматизації та комплексної механізації машинобудівної промисловості

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ВЗАЄМОДІЇ ВОДИЛА ТА ПРИТИРА ВІБРАЦІЙНОЇ ПРИТИРОЧНОЇ МАШИНИ

© Гаврильченко О., Ланець О., Шпак Я., 2004

In article exposition of decision of task of joining led to lapp in the process of work of resonance vibration lapping machine with the angular oscillations of lapping disk is given. The mathematical description of process of joining led to lapp was conducted with the use of the approximated functions of Heaviside and Dirac. The calculations were conducted with the use of number method.

Постановка проблеми. Одним з шляхів перевірки роботи та технологічних можливостей будь-якої машини є її математичне моделювання, яке дає змогу наближено спрогнозувати поведінку машини. Чим точніше буде відтворена математична модель, тим реальнішими будуть результати. Точність відтворення залежить від багатьох чинників: використовуваного математичного апарату та забезпечення, методу обчислень, можливостей комп'ютера.

Так, математичний опис роботи резонансної вібраційної притирочної машини з кутовими коливаннями притира вимагає використання функцій Хевісайда та Дірака в системах диференціальних рівнянь другого порядку. Аналітичне розв'язання таких систем диференціальних рівнянь є надзвичайно громіздким, тому необхідно використовувати числові методи розв'язання. Однак числові розв'язання, як показує практика, з використанням ідеалізованих функцій Хевісайда та Дірака дають значну похибку під час обчислень. Основною причиною цього є неспроможність застосованого методу обчислень адекватно реагувати на стрибкоподібні імпульси.

Отже, розв'язуючи числовим способом задачі з використанням функцій Хевісайда та Дірака, було експериментально виявлено, що математичні методи не можуть адекватно обробити ідеалізовані функції Хевісайда та Дірака. Результат того — неправильний розв'язок системи диференціальних рівнянь.