

УДК 519.68

Р.О. Тичковський, Г.Г. Цегелик

Львівський національний університет імені Івана Франка,
кафедра математичного моделювання соціально-економічних процесів

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ ФАЙЛІВ СЕРЕД ВУЗЛІВ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ МЕРЕЖ І МЕТОДИ ЇХ РЕАЛІЗАЦІЇ

© Тичковський Р.О., Цегелик Г.Г., 2002

The approach to the building of mathematical models for optimal file and their copies allocation amongst nodes of computing networks is described. The heuristic algorithm for realization of the received mathematical models is proposed. The comparison of efficiency heuristic and genetic algorithms is made on the basis of numerical experiments.

Наведено три математичні моделі оптимального розподілу файлів серед вузлів обчислювальних мереж при наявності однієї копії, фіксованої кількості копій і змінної кількості копій кожного файла. Запропоновано евристичний алгоритм для реалізації моделі у випадку визначення оптимальної кількості копій файлів. На прикладі порівнюється ефективність використання евристичного алгоритму для розв'язування задачі і генетичного.

Найбільш прогресивною формою використання комп'ютерної техніки є мережі ЕОМ. Однак ефективність доступу до інформації, що міститься у вузлах мережі ЕОМ, значною мірою визначається розподілом інформаційних ресурсів серед її вузлів. Тому однією з основних проблем, що виникають при проектуванні і експлуатації комп'ютерних мереж, є проблема оптимального (з точки зору реакції системи на запити користувачів) розподілу інформаційних ресурсів (файлів) серед її вузлів. Проблема оптимального розподілу файлів серед вузлів обчислювальних мереж (ОМ) розкривають чимало робіт, в основному зарубіжних авторів. Однак основою більшості цих робіт є математична теорія черг [1]. Тому при розв'язуванні задач в рамках цієї проблеми або отримуються дуже складні математичні моделі, точних методів реалізації яких не існує, або враховуються нереальні обмеження, що приводить до неадекватності математичних моделей реальному процесу, який перебігає в ОМ. Крім того, для складних топологічних структур мережі взагалі неможливо на основі теорії черг будувати реальні математичні моделі. У зв'язку з цим в [2] був запропонований інший підхід до розв'язування задач у межах вказаної проблеми, в основі якого лежить використання критеріїв оптимальності, на які не впливає схема обробки запитів у вузлах ОМ. Такими критеріями є: обсяг даних, що пересилаються по каналах зв'язку за одиницю часу; загальна вартість трафіка, породженого функціонуванням мережі протягом одиниці часу; середній час реакції системи на запити користувачів; загальний час, неохідний для обслуговування запитів, які надходять за одиницю часу, тощо. Цей підхід дає можливість будувати математичні моделі

оптимального розподілу файлів серед вузлів ОМ залежно від різних факторів, які впливають на структуру і функціонування ОМ. До таких факторів належать: критерій оптимальності; топологія ОМ; обмеження, що стосуються об'єму пам'яті, відведеної для збереження файлів; пропускну здатність каналів зв'язку; продуктивність ЕОМ у вузлах мережі; кількість копій кожного файла; кількість типів запитів з одного і того ж вузла до одного і того ж файла; схема обробки запитів у вузлах мережі; наявність чи відсутність запитів на модифікацію файлів.

Для побудови математичної моделі оптимального розподілу файлів серед вузлів ОМ повинен бути заданий несуперечливий набір факторів. Залежно від того чи іншого набору факторів отримують різні математичні моделі. Зокрема, якщо за критерій оптимальності прийняти обсяг даних, що пересилаються по каналах зв'язку, за одиницю часу і ввести величини:

n – кількість вузлів обчислювальної мережі;

m – кількість файлів розподіленої бази даних, які необхідно розмістити серед вузлів мережі;

K_j – j -й вузол мережі;

F_i – i -й файл бази даних;

L_{ij} – об'єм пам'яті, необхідний для збереження файла F_i , у вузлі K_j ;

b_j – об'єм пам'яті вузла K_j , відведеної для розміщення файлів;

λ_{ij} – інтенсивність запитів до файла F_i , які надходять на термінальні пристрої вузла K_j ;

α_{ij} – об'єм запиту до файла F_i , що надходить на термінал вузла K_j ;

β_{ij} – об'єм даних, що становлять відповідь при виконанні запиту до файла F_i , що надходить на термінал вузла K_j , то математична модель оптимального розподілу однієї копії кожного файла серед вузлів ОМ буде такою:

$$L = \sum_{i=1}^m \sum_{s=1}^n Q_{is} x_{is} \rightarrow \min$$

за умов

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, m);$$

$$\sum_{i=1}^m L_{ij} x_{ij} \leq b_j \quad (j = 1, 2, \dots, n);$$

$$x_{ij} \in \{0 \cup 1\} \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n),$$

де $Q_{is} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq s}}^n \lambda_{ij} (\alpha_{ij} + \beta_{ij})$ – об'єм даних, що пересилаються із вузла K_s і в цей вузол

по каналах зв'язку мережі при звертанні до файла F_i внаслідок функціонування системи впродовж одиниці часу, якщо файл F_i зберігається у вузлі K_s ; x_{ij} – шукані величини:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ якщо файл } F_i \text{ міститься у вузлі } K_j, \\ 0, \text{ у протилежному випадку.} \end{cases}$$

Якщо в мережі використовується k_i копій i -го файла ($i=1,2,\dots,m$), то математична модель оптимального розподілу фіксованої кількості копій кожного файла в ОМ набере вигляд:

$$L = \sum_{i=1}^m \sum_{s=1}^n Q_{is} x_{is} \rightarrow \min$$

за умов

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = k_i \quad (i = 1, 2, \dots, m);$$

$$\sum_{i=1}^m L_{ij} x_{ij} \leq b_j \quad (j = 1, 2, \dots, n);$$

$$x_{ij} \in \{0 \cup 1\} \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n).$$

Для реалізації вказаних моделей в [2, 3] запропоновано евристичні алгоритми.

Розглянемо тепер побудову математичної моделі визначення оптимальної кількості копій файлів та їх розподілу серед вузлів ОМ. За критерій оптимальності приймемо загальну вартість трафіка, породженого функціонуванням мережі протягом одиниці часу. Нехай, крім введених у попередніх моделях, відомі ще такі величини:

$\bar{\lambda}_{ij}$ – інтенсивність повідомлень корекції до файла F_i , які надходять на термінал вузла K_j ;

$\bar{\alpha}_{ij}$ – середній об'єм повідомлення корекції до файла F_i , що надходить на термінал вузла K_j ;

$\bar{\beta}_{ij}$ – середній об'єм даних, які становлять відповідь на повідомлення корекції до файла F_i , що надходить на термінал вузла K_j ;

r_{sj} – вартість передачі одиниці інформації з вузла K_s у вузол K_j ($r_{ss} = 0, s = 1, 2, \dots, n; r_{sj} > 0, s \neq j$).

Тоді математична модель матиме вигляд:

$$L = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^n \bar{\lambda}_{ij} (\bar{\alpha}_{ij} + \bar{\beta}_{ij}) r_{js} x_{is} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \min_{\substack{\alpha_{ij} \\ \beta_{ij}}} (\alpha_{ij} + \beta_{ij}) r_{js} \rightarrow \min \quad (1)$$

за умов

$$1 \leq \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq k_i \quad (i = 1, 2, \dots, m); \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m L_{ij} x_{ij} \leq b_j \quad (j = 1, 2, \dots, n); \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0 \cup 1\} \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n), \quad (4)$$

де k_i ($1 \leq k_i \leq n$) – максимальна кількість копій i -го файла.

Для розв'язування задачі (1)–(4) розроблено евристичний алгоритм, суть якого полягає

у такому. Нехай $N_k = C_n^k$ – кількість можливих варіантів розподілу k копій файла ($1 \leq k \leq n$), а $M_r = \sum_{k=1}^r N_k$ – кількість можливих варіантів розподілу копій файла, який може мати від однієї до r копій. Кожному такому варіанту розподілу із множини M_r варіантів поставимо у відповідність послідовність двійкових цифр $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$, де

$$\varepsilon_j = \begin{cases} 1, & \text{якщо копія файла знаходиться в } j\text{-му вузлі;} \\ 0, & \text{у протилежному випадку.} \end{cases}$$

Наприклад, якщо $n=4$, то можливим варіантам розподілу копій файла серед чотирьох вузлів мережі будуть відповідати такі послідовності двійкових цифр: у випадку однієї копії – $(1, 0, 0, 0)$, $(0, 1, 0, 0)$, $(0, 0, 1, 0)$, $(0, 0, 0, 1)$; у випадку двох копій – $(1, 1, 0, 0)$, $(0, 1, 1, 0)$, $(0, 0, 1, 1)$, $(1, 0, 1, 0)$, $(0, 1, 0, 1)$, $(1, 0, 0, 1)$; у випадку трьох копій – $(1, 1, 1, 0)$, $(1, 1, 0, 1)$, $(1, 0, 1, 1)$, $(0, 1, 1, 1)$; у випадку чотирьох копій – $(1, 1, 1, 1)$. Тому $N_1 = 4$, $N_2 = 6$, $N_3 = 4$, $N_4 = 1$, $M_1 = 4$, $M_2 = 10$, $M_3 = 14$, $M_4 = 15$.

Множину натуральних чисел від 1 до M_k позначимо через P_i . Через M_{is} позначимо множину індексів j ($j = 1, 2, \dots, n$), яка визначається так: $j \in M_{is}$, якщо при s -му варіанті розподілу копій файла F_i копія цього файла міститься у вузлі K_j .

Нехай

$$y_{is} = \begin{cases} 1, & \text{якщо копія файла } F_i \text{ розподілена по } s\text{-му варіанту,} \\ 0, & \text{у протилежному випадку;} \end{cases}$$

$$Q_{is} = u_{is} + \bar{u}_{is} \quad (i = 1, 2, \dots, m; s \in P_i),$$

де

$$u_{is} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \in M_{is}}}^n \min_{s, x, \lambda} \lambda_{ij} (\alpha_{ij} + \beta_{ij}) r_{js} -$$

вартість пересилання об'єму даних по каналах зв'язку при виконанні запитів до файла F_i , внаслідок функціонування ОМ впродовж одиниці часу у випадку, коли копії файла F_i розподілені по s -му варіанту;

$$\bar{u}_{is} = \sum_{j=1}^n \sum_{k \in M_{is}} \bar{\lambda}_{ij} (\bar{\alpha}_{ij} + \bar{\beta}_{ij}) r_{jk} -$$

вартість пересилання об'єму даних по каналах зв'язку при обслуговуванні повідомлень корекції файла F_i , внаслідок функціонування ОМ впродовж одиниці часу у випадку, коли копії файла F_i розподілені по s -ому варіанту. То цільова функція (1) набирає вигляду:

$$L = \sum_{i=1}^m \sum_{s \in P_i} Q_{is} y_{is} \rightarrow \min.$$

Евристичний алгоритм для розв'язування задачі (1)–(4) складається із таких етапів.

1 етап. Знаходження початкового розподілу

1. Знаходимо величини Q_{is} ($i = 1, 2, \dots, m; s \in P_1$).

2. Для всіх i ($i = 1, 2, \dots, m$) визначаємо $\min_{s \in P_1} Q_{is}$. Нехай $\min_{s \in P_1} Q_{is} = Q_{is_i}$ ($i = 1, 2, \dots, m$).

3. Знаходимо початковий розподіл файлів, тобто визначаємо матрицю $X = [x_{ij}]_{m,n}$, в якій в i -му рядку записуємо s_i -й варіант розподілу копій i -го файла.

4. Поліпшення початкового розподілу. Оскільки $\min_{s \in P_1} Q_{is}$ для деяких індексів i може досягатись для більш ніж одного індексу s , то початковий розподіл може бути неоднозначним. В цьому випадку за початковий розподіл беремо той, який точніше задовольняє умову (3).

II етап. Перерозподіл файлів

1. Для всіх j ($j = 1, 2, \dots, n$) перевіряємо виконання умови (3). Якщо ця умова для всіх j виконується, то на цьому робота алгоритму закінчується. Розподіл X є оптимальний. Якщо для деякого індексу $j=r$ умова (3) не виконується, то формуємо вектор ознак $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$, де $\varepsilon_j = 0$ ($j = 1, 2, \dots, n$) і переходимо до пункту 2.

2. Для кожного i , для якого $x_{ir} = 1$, знаходимо $\min_{s \in P_1} (Q_{is} - Q_{iq_1})$, де q_1 – варіант розподілу файла F_1 і мінімум береться по тих індексах $s \in P_1$, для яких виконуються умови:

а) $r \notin M_{is}$,

б) якщо індекс $j \in M_{is}$, то $\varepsilon_j = 0$.

Нехай $\min_{s \in P_1} (Q_{is} - Q_{iq_1}) = Q_{is_i} - Q_{iq_1}$.

Далі знаходимо $\min_{i, x_{ir}=1} (Q_{is_i} - Q_{iq_1}) = Q_{is_i} - Q_{iq_1}$

Тоді в матриці X рядок, який відповідає варіанту розподілу q_1 копій файла F_1 змінюємо на рядок, який відповідає варіанту розподілу s_i копій файла F_1 .

3. Перевіряємо умову (3) для $j=r$. Якщо вона не виконується, то переходимо до пункту 2. Якщо умова виконується, то елементу ε_r присвоюємо значення 1 і переходимо до пункту 4.

4. Для всіх j для яких $\varepsilon_j = 0$ перевіряємо виконання умови (3). Якщо для всіх таких j умова виконується, то на цьому робота алгоритму завершується. Розподіл X приймається за розв'язок задачі. Якщо для деякого індексу $j=r$ умова (3) не виконується, то переходимо до пункту 2.

Приклад. Нехай $n=4, m=9, i$

$$\begin{aligned}
 [\lambda_{ij}] = \begin{bmatrix} 2301 \\ 3112 \\ 0421 \\ 1111 \\ 3130 \\ 2223 \\ 1331 \\ 2013 \\ 2212 \end{bmatrix}; [\alpha_{ij} + \beta_{ij}] = \begin{bmatrix} 2202 \\ 1231 \\ 0212 \\ 3321 \\ 2130 \\ 4321 \\ 1121 \\ 2012 \\ 2222 \end{bmatrix}; [\tilde{\lambda}_{ij}] = \begin{bmatrix} 2000 \\ 0310 \\ 0113 \\ 1020 \\ 3100 \\ 0112 \\ 0003 \\ 0200 \\ 1131 \end{bmatrix}; [\bar{\alpha}_{ij} + \bar{\beta}_{ij}] = \begin{bmatrix} 3000 \\ 0220 \\ 0323 \\ 2020 \\ 1300 \\ 0223 \\ 0002 \\ 0300 \\ 2213 \end{bmatrix}; \\
 [r_{ij}] = \begin{bmatrix} 0123 \\ 1032 \\ 2304 \\ 3240 \end{bmatrix}; [b_j] = \begin{bmatrix} 4025 \\ 6050 \\ 5120 \\ 4010 \end{bmatrix}; L_{ij} = 1000 \text{ для всіх } j = 1, 2, \dots, 4; i = 1, 2, \dots, 9.
 \end{aligned}$$

Розв'яжемо задачу запропонованим евристичним алгоритмом і результат порівняємо з результатом розв'язування задачі генетичним алгоритмом. Для роботи евристичного алгоритму обчислено матрицю

$$Q = \begin{bmatrix} 42 & 46 & 50 & 14 & 28 & 26 & 40 & 12 & 24 & 24 & 36 & 10 & 24 & 22 & 36 \\ 45 & 38 & 48 & 22 & 38 & 31 & 47 & 24 & 38 & 36 & 50 & 26 & 42 & 38 & 54 \\ 38 & 77 & 75 & 34 & 44 & 73 & 83 & 52 & 60 & 93 & 101 & 66 & 76 & 107 & 117 \\ 45 & 23 & 38 & 25 & 45 & 23 & 43 & 18 & 37 & 18 & 37 & 28 & 48 & 28 & 48 \\ 71 & 30 & 44 & 36 & 51 & 24 & 39 & 22 & 37 & 19 & 34 & 24 & 39 & 21 & 36 \\ 64 & 76 & 70 & 44 & 50 & 62 & 68 & 47 & 50 & 69 & 72 & 56 & 62 & 78 & 84 \\ 33 & 39 & 33 & 33 & 31 & 39 & 37 & 36 & 33 & 48 & 45 & 44 & 42 & 56 & 54 \\ 28 & 50 & 38 & 19 & 19 & 34 & 34 & 26 & 20 & 42 & 36 & 20 & 20 & 36 & 36 \\ 50 & 58 & 60 & 35 & 49 & 51 & 65 & 37 & 47 & 55 & 65 & 46 & 60 & 64 & 78 \end{bmatrix}$$

У результаті розв'язування задачі евристичним і генетичним алгоритмами отримано відповідно такі розподіли:

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1100 \\ 0100 \\ 0100 \\ 1010 \\ 1010 \\ 0100 \\ 0011 \\ 0101 \\ 0100 \end{bmatrix}; \quad X_2 = \begin{bmatrix} 1100 \\ 0100 \\ 0001 \\ 1000 \\ 0110 \\ 0100 \\ 0011 \\ 0101 \\ 0100 \end{bmatrix}$$

Цільова функція при цьому набуває, відповідно, значення: $L(X_1) = 233$ та $L(X_2) = 198$.

Час виконання евристичного алгоритму 1 мс. Час виконання генетичного алгоритму 2 хв 11 с 16 мс. Розрахунки проводились на комп'ютері з процесором Pentium III – 1 ГГц.

Евристичний алгоритм має той недолік, що ми не маємо гарантії при розв'язуванні задачі цим методом отримати оптимальний розв'язок (одержаний допустимий розв'язок є оптимальним або близьким до оптимального). Генетичний алгоритм дає оптимальний розв'язок, але вимагає багато ресурсів ЕОМ для реалізації.

Висновки. Наведено три математичні моделі оптимального розподілу файлів серед вузлів обчислювальних мереж, які відповідають випадкам однієї копії, фіксованої кількості копій і змінної кількості копій кожного файла. Запропонований евристичний метод реалізації побудованих математичних моделей, у випадку змінної кількості копій кожного файла, який є узагальненням евристичного методу, розробленого для випадків однієї і фіксованої кількості копій кожного файла. Ефективність евристичного методу порівнюється на прикладі з генетичним алгоритмом.

1. Колесников Д. Г., *Оптимизация распределения информационных файлов в сетях ЭВМ с параллельной обработкой*. Дис. канд. техн. наук. Ростов-на-Дону, 1999. 2. Цегелик Г. Г. *Системы распределённых баз данных*. – Львов: Світ, 1990. – 186с. 3. Цегелик Г. Г., Демидович А. В. *Построение математических моделей оптимального размещения копий файлов распределённых баз данных*// АВТ– 1998 .– N1. – С.53–63. 4. Демидович О. В., Цегелик Г. Г. *Використання генетичних алгоритмів для управління оптимальним розподілом інформаційних ресурсів в обчислювальних мережах* // Пр. П'ятої української конференції з автоматичного управління "Автоматика – 98". – Ч.4. – Київ, 1998. –С.59–66.

УДК 681.3:519.76

Ю. Ю. Черепанова,

Харківський національний університет радіоелектроніки,
кафедра ПЗ ЕОМ

ТЕСТУВАННЯ ТЕОРЕТИЧНИХ ЗНАТЬ ЗА ДОПОМОГОЮ ТЕЗАУРУСА СЕМАНТИЧНИХ ПОЛІВ

© Черепанова Ю.Ю., 2002

The problem testing of theoretical knowledge by automated testing systems is considered. Methods of construction of semantic models of natural language answer by means of the thesaurus of semantic fields are proposed.

Розглянуто проблему тестування теоретичних знань в автоматизованих системах контролю. Запропоновано методи тестування теоретичних знань на основі використання тезауруса семантичних полів для побудови концептуальних моделей тексту відповіді на природній мові

Вступ

Ефективність будь-якої системи освіти багато в чому визначається якістю засобів контролю знань. Цей контроль потрібен як при попередньому тестуванні для визначення початкового рівня знань, так і після проходження курсу навчання для контролю засвоєння