

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ І СИСТЕМ

УДК 5377.8; 621.3.01

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТОРОЇДАЛЬНОГО ШИХТОВАНОГО ТРАНСФОРМАТОРА

© Василь Чабан, Дмитро Пелешко, Богдан Балич, Андрій Огородник
 НУ "Львівська політехніка", м. Львів, вул.С. Бандери, 12

Пропонується математична модель тороїдального трансформатора, побудована на поєднанні рівнянь вектор-потенціалу і рівнянь магнетної індукції.

There is proposed a mathematical model of toroidal laminated transformer based on interconnection of vector potential and magnet induction equations.

Пропонована стаття є подальшим розвитком наукових пошуків авторів. На відміну від [2, 3], в даній статті трансформатор розглядається в цілому, тобто враховується наявність зон обмоток намагнечування та магнетопроводу (див. рисунок). Це вдалось зробити, поєднавши рівняння векторного потенціалу та магнетної індукції в межах однієї моделі.

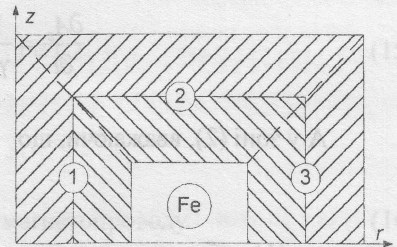
Рівняння електромагнетного поля використаємо у вигляді [1]

$$-\Gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{N} \nabla \times \mathbf{A}) - \delta_{\text{стор}}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times (\Gamma^{-1} (\nabla \times \mathbf{H})); \quad (2)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{A}}{dt}; \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}; \quad \mathbf{H} = \mathbf{NB};$$

$$\mathbf{E} = \Gamma^{-1} (\nabla \times \mathbf{H}), \quad (3)$$



Поперечний переріз чверті тіла тороїдального трансформатора і зони інтегрування рівнянь електромагнетного поля

де \mathbf{A} – вектор-потенціал електромагнетного поля; \mathbf{B}, \mathbf{H} – вектори магнетної індукції та напруженості магнетного поля; $\delta_{\text{стор}}$ – вектор сторонньої густини струму; Γ – матриця електропровідностей; \mathbf{N} – матриця статичних релативностей; ∇ – оператор набла; t – час.

У циліндричній системі координат вектори електромагнетного поля скеруємо так

$$\mathbf{A} = \mathbf{r}_0 A_r + \mathbf{z}_0 A_z; \quad \mathbf{B} = \alpha_0 B_\alpha; \quad \mathbf{H} = \alpha_0 H_\alpha; \quad \mathbf{E} = \mathbf{r}_0 E_r + \mathbf{z}_0 E_z. \quad (4)$$

де $\alpha_0, \mathbf{r}_0, \mathbf{z}_0$ – просторові орти циліндричної системи координат.

У зоні поперечного перерізу осердя трансформатора (на рисунку ця зона зображена як Fe) використаємо рівняння (2), яке за умов (4) набуде вигляду (виведення подається в [3])

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{1}{\gamma_z} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} - \frac{H}{r^2} \right); \quad E_r = -\frac{1}{\gamma_z} \left(\frac{\partial H}{\partial r} + \frac{H}{r} \right); \quad H = \nu B, \quad (5)$$

де γ_z – діагональний елемент матриці Γ ; ν – кутовий компонент матриці \mathbf{N} . Згідно з [1] їх знаходимо за виразами

$$\gamma_z = \frac{d_f \gamma_f}{d_f + d_0}; \quad \nu = \chi (\nu_f) \nu_f, \quad (6)$$

де γ_f – електропровідність феромагнетика; $\nu_f(B)$ – статична релативність феромагнетика, яку знаходимо з характеристики намагнетчування феромагнетика $H_f = H_f(B_f)$; χ – коефіцієнт анізотропії шихтованого осердя [1]; d_0, d_f – товщини електротехнічної бляхи та ізоляційного лаку.

У зоні обмоток намагнетчування (на рисунку ці зони зображені як 1, 2, 3) використаємо рівняння векторного потенціалу (1), яке за умов (4) набуде спрощеного вигляду у кожній з вказаних на рисунку зон (виведення дається у [2]). Так, у зонах (1) і (3) за припущення

$$A_r = 0; \quad \delta_r = 0, \quad (7)$$

отримаємо

$$\frac{\partial A_z}{\partial t} = \frac{1}{\gamma_z} \left(\frac{\nu_\alpha}{r} \frac{\partial A_z}{\partial r} + \nu_\alpha \frac{\partial^2 A_z}{\partial r^2} \right) \pm \frac{\delta_z}{\gamma_z}. \quad (8)$$

A у зоні (2), вважаючи, що

$$A_z = 0; \quad \delta_z = 0, \quad (9)$$

рівняння (1) набуде вигляду

$$\frac{\partial A_r}{\partial t} = \frac{1}{\gamma_r} \left(\nu_\alpha \frac{\partial^2 A_r}{\partial z^2} \right) \pm \frac{\delta_r}{\gamma_r}. \quad (10)$$

Спрощення (7), (9) не є обов'язковими. У даному випадку їх зроблено з метою полегшення комп'ютерного розрахунку.

На межах зон (позначених штриховою лінією) використовуємо (8) і (10) одночасно. Крім цього, покладемо $\delta_z = \delta_r = \delta$, де $k = 1, \dots, n$ - кількість обмоток намагнечування.

Модуль густини струму знаходимо з рівняння

$$i_k = \int_{S_k} \delta_k dS_k, \quad (11)$$

де i_k - струм k -ї обмотки; S_k - площа поперечного перерізу провідника k -ї обмотки, як

$$\delta_k = \frac{i_k}{S_k}. \quad (12)$$

Еквівалентування зон обмоток намагнечування здійснюємо за [1].

На зовнішніх границях інтегрування, виходячи з того, що магнетний потік розсіювання соленоїда дорівнює нулю ($B_r = 0$, Γ - зовнішня границя зони інтегрування), та, зважаючи на (3), (4), знаходимо вирази крайових умов

$$\frac{\partial A_r}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial A_z}{\partial r} = 0. \quad (13)$$

Взаємозв'язок рівнянь різнорідних зон знаходимо із закону повного струму на межі феромагнетика та зон обмоток намагнечування (при радіусах R_1 і R_2)

$$B|_{r=R_j} = \frac{\sum_{k=1}^n w_k i_k}{2\pi R_j \nu(R_j)}, \quad j = 1, 2, \quad (14)$$

де w_k - число витків k -ї обмотки.

Зважаючи на (7), крайові умови на межах з феромагнетиком матимуть вигляд: паралельні до осі z

$$\frac{\partial A_z}{\partial r} \Big|_{r=R_j} = B|_{r=R_j}; \quad j = 1, 2, \quad (15)$$

паралельні до осі r

$$\frac{\partial A_r}{\partial r} \Big|_{r=R_j} = B|_{r=R_j}, \quad j' - \text{висота магнетопроводу.} \quad (16)$$

Уздовж перерізу, що збігається з віссю r , крайові умови знаходимо, виходячи з умови симетрії поля.

Струми намагнечування згідно з [3] знаходимо з рівняння

$$\frac{di_k}{dt} = \frac{1}{w_k^2 \xi} \left(u_k - i_k r'_k - w_k \xi \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^n w_p \frac{di_p}{dt} - w_k Q \right), \quad k=1,2,\dots,n. \quad (17)$$

де

$$\xi = \frac{a \cdot \Delta}{6\pi} \left(\frac{\mu^\partial(R_1)}{R_1} + \frac{\mu^\partial(R_2)}{R_2} \right); \quad Q = \frac{a \cdot \Delta}{3} \sum_{j=2}^{m-1} \lambda_j \frac{dB_j}{dt},$$

тут u_k – напруга k -ї обмотки; μ^∂ – диференціальна магнетна проникність; a – висота тороїда; Δ – крок сітки просторової дискретизації; $\lambda_j = 2, 4$ – коефіцієнт формули Сімпсона; m – число вузлів просторової сітки.

Рівняння (5), (8), (10), (17) утворюють систему диференціальних рівнянь математичної моделі розрахунку перехідних процесів тороїдального трансформатора.

1. В. Чабан. Математичне моделювання електромагнетних процесів. - К., 1992.
2. Д. Пелешко. Розрахунок полів дисипації. // 36. наук. праць. Київ, Ін-т проблем моделювання в енергетиці. НАН України, N 4. С.182-186. 1999.
3. В. Чабан, Д. Пелешко, Б. Балич. Диференціальні рівняння однофазного мостикового випрямляча з шихтованим тороїдальним трансформатором. // Технічні Вісті. 2000. N1(10). 2(11). С.96-99.

УДК 621.398

РІЗНИЦЕВО-АДАПТИВНА СИСТЕМА З ФІКСОВАНИМ ПЕРІОДОМ КОРИГУВАННЯ ТА ПОКАДРОВОЮ СТРУКТУРОЮ СИГНАЛУ

©Орест Івахів, Юрій Мочернюк, Ігор Шигера
 НУ "Львівська політехніка", м. Львів, вул.С. Бантери, 12

Описано різницево-адаптивну систему багатоточкових досліджень. Отримано вирази для оцінки необхідної швидкості передавання інформації.