МЕТОДИ Й АЛГОРИТМИ СУЧАСНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Ю. Чабанюк
Вінницький інститут регіональної економіки та управління

УДК 681.513.5

УПРАВЛІННЯ ПРОЦЕСАМИ ТЕПЛОМАСООБМІНУ В ДИСПЕРСНОМУ ШАРІ

Розглянуті питання оптимального управління процесами тепломасообміну і тепломасопереносу в дисперсному шарі на прикладі вапняково-обпалювальної печі, побудовані алгоритми оптимального упаравління для певного класу систем з розподіленими параметрами.

The measurements in the distributed systems in general, and for a case dispersion of a layer in particular, are a complex technical problem. Such questions, as a choice of a site and quantity of gauges with the purpose of maintenance by the information for management and forecast, opportunity of construction of estimations of parameters in conditions of noise, accuracy of estimations and other. Are important and are interesting both with theoretical, and from the practical point of view.

Вступ

Розглянуті в даній роботі питання пов'язані з управлінням процесом тепломасообміну в дисперсному шарі, а саме, процесами обпалення в режимних зонах вапняково-обпалювальної печі. В теоретичному огляді вказані задачі, які належать до теорії оптимального управління системи з розподіленими параметрами. Ці питання розглядаються в роботах А.Г.Бутковського, Ю.І.Самойленко, Ю.П.Ладікова, А.І.Єгорова, Т.К.Сіразетдінова, В.І.Плотнікова, Ж.Л.Ліонса, Х.Ерцберга, Д.Рассела, С.Г.Цафестаса, Дж.Сейнфелда, К.С.Ченга та ін. Разом з тим у вказаній теорії лишається багато невирішених питань, зокрема задача керованості. Нижче будуть розглянуті задачі побудови алгоритмів оптимального управління для певного класу систем з розподіленими параметрами [1].

Як критерій оптимальності використовується інтеграл середньоквадратичного відхилення розподілу параметра від заданої функції довжини. Практична доцільність постановки таких задач зумовлена тим, що якість обпаленого вапняку доцільно пов'язати з цими показниками.

Поняття керованості, як і поняття спостережуваність, має першочергове значення для коректного розв'язання задач керування. Оскільки, приступаючи до побудови пристрою керування, доцільно дізнатися, чи можливо керувати даним процесом існуючими засобами. Необхідно зауважити, що для систем з розподіленими параметрами сьогодні немає таких конструктивних ознак керованості, як для систем, що описуються звичайними диференціальними рівняннями, що пояснюється складністю об'єктів, які описуються рівняннями в частинних похідних [2].

Постановка задачі

Нижче обмежимося розглядом задачі керованості процесу тепло- і масообміну в дисперсному шарі, який описується системою

$$\frac{\partial\theta}{\partial x}=\alpha_1(T-\theta)+\beta_{11}U_1+\beta_{12}U_2,\qquad \frac{\partial T}{\partial z}=\alpha_2(\theta-T)+\beta_{12}U_1+\beta_{22}U_2,$$
$$\theta(0,z)=\hat{\theta}(z),T(x,0)=U_S(x), \tag{1}$$

Ця система буде керованою, якщо існують допустимі функції керування U_1, U_2, U_S, які переводять систему з довільного початкового $\theta(0,z)\in M$ в довільне $\bar{\theta}(L,z)\in M$, де задане $L>0$, M – заданий функціональний метричний простір.

Розглянемо важливий для практики випадок граничного управління, тобто $\beta_{ij}=0$, $(i=1,2)$, $(j=1,\varepsilon)$.

Ця задача має ряд особливостей. Головна особливість полягає в спектральних властивостях системи (1). Сьогодні найбільші успіхи в дослідженні керованості розподілених систем пов'язані з системами, які мають дискретний спектр. Система (1) має безперервний спектр. Тому будемо досліджувати проблему керованості тепломасообміну в дисперсному шарі в спрощеній постановці.

Розіб'ємо шар за висотою z на n підшарів товщиною Δz. Апроксимуємо похідну за z різницевим оператором $\dfrac{\partial T}{\partial z}=\dfrac{T_{j+1}-T_j}{\Delta z}, j=1,\dots,n-1$. Легко показати, що

$$T_{j+1}=a_1^jT_1+a_2\sum_{i=1}^{j-1}a_1^{i-1}\theta_{j-i}, \tag{2}$$

де $a_1=(1-\alpha_2\Delta z), a_2=(\alpha_2\Delta z)$.

Тоді система (1) перетворюється на систему звичайних диференційних рівнянь

$$\frac{\partial Y}{\partial x}=AY+BU, \tag{3}$$

де

$$Y=\begin{bmatrix}\theta_1\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ \theta_n\end{bmatrix}, A=\alpha_2\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ a_2a_1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0\\ a_1a_1^{n-1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_2a_1 & -1\end{bmatrix}, B=\alpha_2\begin{bmatrix}1\\ a_1\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ a_1^{n-1}\end{bmatrix}, U=T(0,x)$$

Такий вигляд апроксимації відомий як метод прямих, причому в ньому показано, що похибка апроксимації пропорційна Δz^2.

Перевіримо систему на повну керованість. Легко побачити, що система (3) некерована. Дійсно матриця A має n кратних коренів, матриця B – вектор-стовпець. Як відомо, система вигляду (3) керована тоді і лише тоді, коли виконуються такі умови: ніякі дві клітини канонічної жорданової форми матриці A не мають однакових власних значень; елементи B відмінні від нуля.

Оскільки перша з цих умов порушується, то умова повної керованості системи (3) не виконується. З цього не суворо випливає некерованість системи (1) за граничними умовами. Для перевірки цього необхідні більш складні і тонкі методи, оскільки система (3) є кінцевомірною апроксимацією (1). При цьому замість простору станів M системи (1) розглядається евклідовий простір.

Тим не менше повна керованість системи (1) за граничним управлінням уявляється сумнівною, тому що це не виконується для кінцевих наборів – векторів евклідового простору. Тому доцільно розглянути загальне поняття керованості, так звану δ – керованість, тобто будемо вимагати переводу з початкового стану $\theta(0, z)$ в простір довільно заданого стану. Нижче будемо розглядати тільки такі задачі керування тепломасообміном, які не вимагають умови повної керованості і оптимальне граничне управління в дисперсному шарі в квазілінійному випадку.

Розглянемо задачу оптимального вибору температурного профілю для однієї з режимних зон обпалу вертикальної печі. Теплообмін в зоні описується рівняннями:

$$\frac{\partial\theta}{\partial x}=\alpha_1(\theta,T,\hat{a})(T-\theta);\quad \frac{\partial T}{\partial z}=\alpha_2(\theta,T,\hat{a})(\theta-T);\ \theta(0,z)=\hat{\theta}(z), T(x,0)=U(x),$$

де $\hat{\theta}(z)$ – n-разів диференційована функція, $U(x)$ – кусково-гладка функція керування. Необхідно знайти $U(x)$ таке, що:

$$y=\min_U\int_0^L\int_0^H(\theta(z,x)-\theta^*(x))^2\,dzdx+\rho\int_0^L U^2(x)dx\,, \tag{4}$$

де $\theta^*(x)$ – задана гладка функція, ρ – ваговий множник.

Перепишемо рівняння стану в матричному вигляді:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \dfrac{\partial\theta}{\partial x} \\ \dfrac{\partial T}{\partial x} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \dfrac{\partial\theta}{\partial z} \\ \dfrac{\partial T}{\partial z} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} \alpha_1(\theta-T) \\ \alpha_2(T-\theta) \end{pmatrix}=0. \tag{5}$$

Утворимо гамільтоніан:

$$H(T,\theta,U)=(\theta(z,x)-\theta^*(x))^2+\lambda_1\alpha_1(\theta-T)+\lambda_2\alpha_2(T-\theta). \tag{6}$$

Варіюючи функціонал (4), отримаємо необхідні умови оптимальності:

$$\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}=\theta(z,x)-\theta^*(x)+\lambda_1\frac{\partial}{\partial\theta}(\alpha_1(\theta-T))+\lambda_2\frac{\partial}{\partial\theta}(\alpha_2(T-\theta)); \tag{7}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\alpha_2(T-\theta))=\lambda_1\frac{\partial}{\partial T}(\alpha_1(\theta-T))+\lambda_2\frac{\partial T}{\partial z}\frac{\partial}{\partial T}(\alpha_2(T-\theta)); \tag{8}$$

$$\rho U(x)+\psi=0. \tag{9}$$

Початкові і граничні умови для системи (7) – (9) дають умови трансверсальності

$$\lambda_1(z,L)=0,\lambda_2(H,z)=0,\psi=\lambda_2(x,0), \tag{10}$$

де λ_1, λ_2, ψ – множники Лагранжа. У силу нелінійності вказаних рівнянь отримати аналітичний розв'язок неможливо. Тому задачу вирішимо за допомогою числової процедури. Як відомо, при розв‘язанні задач даного типу широко застосовуються ітераційні методи, які використовують градієнтні методи першого і другого порядків.

Для оптимального управління теплообміном в дисперсному шарі в лінійному випадку необхідне перетворення моделі теплообміну в шарі:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial z\partial x}=\alpha_2\left(\frac{\partial T}{\partial z}+\frac{\partial\theta}{\partial z}\right), \tag{11}$$

але оскільки

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial z\partial x}+\alpha_2\frac{\partial\theta}{\partial x}+\alpha_2\frac{\partial\theta}{\partial z}=0;\quad \theta(0,z)=\theta^*(z),\theta(x,0)=\hat{\theta}(x),$$

то в результаті отримаємо:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial z\partial x}+\alpha_2\frac{\partial\theta}{\partial x}+\alpha_2\frac{\partial\theta}{\partial z}=0;\quad \theta(0,z)=\theta^*(z),\theta(x,0)=\hat{\theta}(x). \tag{12}$$

Керований процес теплообміну в дисперсному шарі запишемо у вигляді:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial z\partial x}+\alpha_1\frac{\partial\theta}{\partial x}+\alpha_2\frac{\partial\theta}{\partial z}=\beta U_p;\quad \theta(0,z)=\hat{\theta}(z),\theta(x,0)=U_{гр},\hat{\theta}(0)=U_{гр}(0), \tag{13}$$

де α_1, α_2 – коефіцієнти теплообміну, β – лінійний оператор, θ – фазова змінна, $U_p, U_{гр}$ – управління з доступної множини U_∂, α_1, α_2, $\hat{\theta}$ – функції з гільбертового простору L_2. До процесів, які описуються рівняннями (12), належать, наприклад, процес сорбції газу, який проходить через шар адсорбенту, теплообмін між газом і дисперсним шаром за схемою перехресного струму та ін.

У деяких технологічних виробництвах, в основі яких лежать вказані тепломасообмінні процеси, виникає задача витримки поля розподілення керуючого параметра (ними можуть бути температура чи концентрація), що в середньому найменше ухиляється від заданого профілю. Точний математичний вираз дана задача отримає, якщо ввести відповідний функціонал якості

$$y(U)=\int_0^L\int_0^H(\theta(z,x)-\hat{\theta}(x))^2\,dzdx+\int_\Omega(NU,U)d\Omega, \tag{14}$$

де $\hat{\theta}(x)$ – задані функції, які відображають бажаний профіль, Ω – область значень U, $\partial\Omega$ – границя .

Сформулюємо дві задачі оптимального управління процесом тепломасообміну, який описує (13). Нехай задано спостереження $z = C\theta(U)$, де C – деякий лінійний оператор. Кожному управлінню U відповідає значення функціонала $y(U)$, який заданий в гільбертовому просторі квадратичною формою виду

$$y(U)=((C\theta(U)-z_\partial),(C\theta(U)-z_\partial)+(U,NU)). \tag{15}$$

Задача 1. Знайти $\inf\limits_U y(U)$ при обмеженнях виду (13).

Задача 2. Нехай $B\equiv 0,\theta(z,0)=0$. Знайти $\inf\limits_U y(U)$ при обмеженнях (13).

Задача 1 відома як задача з розподіленим управлінням. Задача 2 називається задачею граничного управління. Оптимальне управління в задачі 1 задовольняє лінійне інтегральне рівняння виду:

$$U(x,z)=k_0(x,z)-N^{-1}\beta\int_0^x\int_0^z U(\xi,\eta)\left[\int_H^x\int_L^z v_2(t,\tau)\bar{v}(\xi,\eta,t,\tau)dtd\tau\right]d\xi d\eta. \tag{16}$$

Наслідок: у випадку, коли α_i = const(i =1,2), оптимальне управління в задачі 1 задовольняє лінійне інтегральне рівняння виду:

$$U(x,z)=k_0(x,z)-N^{-1}\beta\int_0^x\int_0^z U(\xi,\eta)\left[\int_H^x\int_L^z I_0(\sqrt{4\alpha_1\alpha_2(t-H)(\tau-L)})dtd\tau\right]d\xi d\eta. \tag{17}$$

де I_0 – функція Бесселя першого роду нульового порядку.

Оптимальне управління в задачі 2 задовольняє лінійне інтегральне рівняння виду:

$$U(z) = k_1(z) - N^{-1}\int_0^H\int_L^z U(\tau)v_2(t,\tau)dtd\tau, \tag{18}$$

де

$$k_1 = -\int_0^H\int_L^z z_\partial v_2(t,\tau)dtd\tau.$$

Необхідною умовою для одержання виразів для оптимального управління є знаходження відповідних функцій Рімана. У випадку постійних коефіцієнтів вихідного рівняння функції Рімана виражаються через функції Бесселя нульового порядку уявного аргументу.

1. Ротач В. Я. Расчет динамики промышленных систем регулирования. — М.: Энергия, 1973. – 440с.
2. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. — М.: Наука, 1991. – 432 с.

Е.Ушаков
Вінницький інститут регіональної економіки та управління

УДК 621.382

РОЗРОБКА МЕТОДУ АЛГОРИТМІЧНОГО СИНТЕЗУ АДАПТИВНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИМИ ОБ'ЄКТАМИ, ЩО ЗАДАНІ ПАРАМЕТРИЧНОЮ ФУНКЦІЄЮ

Запропоновано метод алгоритмічного синтезу адаптивних систем управління нестаціонарними об'єктами, заданими параметричною функцією, що автоматично враховує поточну інформацію про параметричний стан об'єкта управління, тобто його динамічні властивості в процесі нормальної експлуатації. Це компенсаційний метод самонастроювальної моделі об'єкта керування з паралельним вмиканням.

The method of algorithmic synthesis of adaptive control systems of non-stationary objects given by parametrical function, automatically taking into account the current