

7. Ушаков Е.П., Богач І.В., Наталіч О.М. Математичне моделювання процесів фільтрації // Наукові праці Одеської державної академії харчових технологій. – Одеса, 2001, №3.

Я. Ковівчак

Національний університет “Львівська політехніка”

УДК 614.313

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНЕТНОГО ПОЛЯ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНИХ ПРИСТРОЇВ СИСТЕМ АВТОМАТИКИ ТА КЕРУВАННЯ

© Ковівчак Я., 2003

Розглядається аналіз методів розрахунку електромагнетного поля в електродинамічних пристроях систем автоматики та керування. Наведено математичне обґрунтування можливих підходів до розрахунку поля в електромеханічних виконавчих елементах. Показується, що єдино можливий спосіб моделювання електромагнетних процесів в рухомих об'єктах – розрахунок поля у власних системах координат рухомих та нерухомих тіл. Граничні умови на лінії розділу руху знаходяться за рахунок механічного переміщення середовищ.

The paper is devoted to the analysis of computational methods of electromagnetic field of electrodynamic devices of systems of automatics and management. The mathematical substantiation of the possible approaches in calculation of electromagnetic field of electromechanical correlate effectors is given. The unique possible method of model operation of electromagnetic processes in movable objects - that calculation of the field in natural coordinate systems of movable and fixed mediums is demonstrated. The finding of boundary conditions on a boundary of a motion is carried out due to mechanical travel of mediums.

Вступ

Керування складними технологічними процесами у сучасних промислових підприємствах здійснюється за допомогою систем автоматизованого управління. Основними виконавчими елементами таких систем є електродинамічні перетворювачі різної конструкції. У цих пристроях електричний сигнал перетворюється у лінійне або кутове переміщення керуючого органу, що за відповідним алгоритмом безпосередньо керує виробничим процесом.

У проектуванні, виготовленні та експлуатації систем автоматизованого управління використовують різні методи оцінки поведінки як системи загалом, так і її складових елементів при відтворенні складних технологічних операцій.

Найбільш перспективним для цього є метод, який базується на побудові повної математичної моделі системи, що містить в собі математичні моделі складових елементів та враховує всі наявні взаємозв'язки між ними. Ефективність такої моделі буде залежати від адекватності розроблених математичних моделей окремих компонентів відповідним фізичним аналогам, оскільки це суттєво впливатиме на роботу системи загалом.

Для більшості систем управління такий параметер, як стійкість, є визначальним, тому значну увагу приділяють методам математичного моделювання її ключових елементів, до яких належать виконавчі електромеханічні пристрої. В цих пристроях енергія електромагнетного поля перетворюється в механічне переміщення регулюючих органів системи.

Математичне моделювання електромеханічних перетворювачів здійснюють на основі як методів теорії електромагнетних кіл, так і методів теорії електромагнетного поля. Методи теорії кіл передбачають ряд допущень, які не дають змогу найбільш повно врахувати фізичні явища при їх моделюванні. У певних випадках це приводить до значної втрати точності моделі. Найбільш перспективним для цього є використання в математичному моделюванні методів теорії електромагнетного поля.

Незважаючи на свою складність, методи теорії поля знаходять все більше застосування для моделювання складних фізичних процесів електростатичних та електромеханічних об'єктів різного призначення.

Формулювання проблеми

Математичне моделювання електромеханічних перетворювачів передбачає проведення розрахунку електромагнетного поля в рухомих середовищах. Це вимагає розв'язання низки проблем, які виникають при цьому, а саме: врахування в моделі середовищ з різними електромагнетними характеристиками, врахування взаємного переміщення елементів пристрою між собою, знаходження граничних умов для рівнянь поля на внутрішніх і зовнішніх межах та між рухомими і нерухомими зонами.

Важливою проблемою є формування основних алгебро-диференціальних рівнянь математичної моделі в одній системі координат, в якій розглядається процес.

Розв'язання вказаних проблем дасть змогу побудувати точні й ефективні польові математичні моделі електромеханічних виконавчих елементів.

Аналіз відомих методів

Існує три відомі підходи до розрахунку електромагнетного поля в рухомих середовищах.

Згідно з першим підходом передбачається приведення основних векторів поля в рухомих середовищах до однієї нерухомої системи координат. Граничні умови як на межі руху, так і між нерухомими зонами розраховуються в одних приведених координатах. Перехід до реальної картини поля в кожному з середовищ здійснюється перерахунком отриманих результатів у фізичні координати [1, 2, 3].

Другий підхід передбачає розрахунок електромагнетного поля в рухомих та нерухомих середовищах у фізичних координатах. При цьому підході необхідно розв'язати задачу знаходження граничних умов на лінії розділу руху. В результаті розрахунку ми отримаємо реальну картину електромагнетного процесу у всіх зонах [2, 3].

Третій підхід – механістичний, який передбачає переміщення тіл на задану відстань $\Delta x = \mathcal{G}\Delta t$ (\mathcal{G} – лінійна швидкість переміщення; Δt – крок часового інтегрування системи диференціальних рівнянь). Після цього електромагнетне поле та граничні умови між усіма зонами розраховуються у вузлах сітки однієї нерухомої системи координат у заданий фіксований момент часу. Отримані розрахункові величини відповідають реальним значенням векторів у фізичних координатах кожного середовища.

Проналізуємо викладені методи на конкретному прикладі. Нехай необхідно розрахувати електромагнетний процес у середовищах, наведених на рис. 1, що рухаються з різними кутовими швидкостями ω_1 і ω_2 відносно нерухомої осі. Систему координат тіла 1 позначимо індексом ('), а тіла 2 – індексом (").

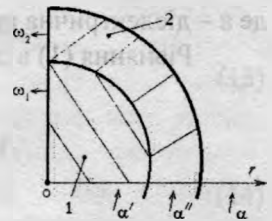


Рис. 1. Зони поперечного перерізу двох рухомих середовищ

Застосування рівнянь Максвелла для розрахунку електромагнетного поля в розглянутих зонах справедливо як в системі координат $r\alpha'$, так і в координатах $r\alpha''$, але при умові, що вектори \mathbf{H} , \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{D} основних рівнянь в кожному з випадків будуть належати до однієї системи координат.

При проведенні розрахунку електромагнетного поля в одному середовищі, але в різних системах координат, основні електромагнетні величини також необхідно привести до одних координат.

Електромагнетний процес в системі координат розраховуємо за допомогою рівнянь Максвелла, записаних у вигляді

$$\nabla \times \mathbf{H} = \gamma \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}; \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2)$$

де \mathbf{H} – вектор напруженості магнетного поля; \mathbf{E} – вектор напруженості електричного поля; \mathbf{B} – вектор магнетної індукції; \mathbf{D} – вектор електричної індукції; ∇ – оператор набла.

Електромагнетні вектори систем координат тіл 1 і 2 приводимо до координат завдяки виразам

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}' + \omega_1 \mathbf{r} \times \mathbf{B}'; \quad (3)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}'' + \omega_2 \mathbf{r} \times \mathbf{B}''. \quad (4)$$

Рівняння (1) з урахуванням (3) і (4) набуде вигляду

$$\nabla \times \mathbf{H} = \gamma(\mathbf{E}' + \omega_1 \mathbf{r} \times \mathbf{B}') + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{E}' + \omega_1 \mathbf{r} \times \mathbf{B}'); \quad (5)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \gamma(\mathbf{E}'' + \omega_2 \mathbf{r} \times \mathbf{B}'') + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{E}'' + \omega_2 \mathbf{r} \times \mathbf{B}''), \quad (6)$$

де ε – діелектрична проникність середовищ.

Рівняння (1) в системах координат i має вигляд

$$\nabla \times \mathbf{H}' = \gamma \mathbf{E}' + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t} \quad \text{та} \quad \nabla \times \mathbf{H}'' = \gamma \mathbf{E}'' + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}''}{\partial t}. \quad (7)$$

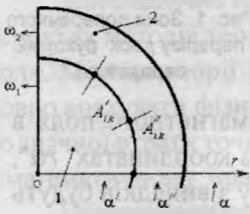


Рис.2. Положення середовищ в момент часу $t = 0$ с

Отже, можна зробити висновок, що $\mathbf{H} \neq \mathbf{H}' \neq \mathbf{H}''$. З виразів (3) і (4) бачимо, що $\mathbf{E} \neq \mathbf{E}' \neq \mathbf{E}''$.

Електромагнетні характеристики середовищ не залежать від системи координат, тому $\mathbf{B} \neq \mathbf{B}' \neq \mathbf{B}''$ і $\mathbf{D} \neq \mathbf{D}' \neq \mathbf{D}''$.

Вищенаведений аналіз дає підставу стверджувати, що електромагнетний процес в середовищі залежить від системи координат, в якій розглядається.

У більшості практичних розрахунків використовують рівняння Максвелла, записані в потенціалах. Для спрощення аналізу розглянемо розрахунок плоско-паралельного поля в квазістационарному наближенні в тілах, наведених на рис 1.

Рівняння записані стосовно функції векторного потенціалу в системах координат r, α, i ; в квазістационарному наближенні мають такий вигляд:

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\Gamma^{-1} \nabla \times \mathbf{N} \nabla \times \mathbf{A}; \quad (8)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}'}{\partial t} = -\Gamma^{-1} \nabla \times \mathbf{N} \nabla \times \mathbf{A}'; \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}''}{\partial t} = -\Gamma^{-1} \nabla \times \mathbf{N} \nabla \times \mathbf{A}'', \quad (10)$$

де \mathbf{A} – векторний потенціал електромагнетного поля; Γ – матриця статичних електропровідностей; \mathbf{N} – матриця статичних обернених магнетних проникностей середовищ.

Приведення функції векторного потенціала в тілах 1 і 2 до системи координат r, α здійснюємо за виразами (3) і (4) у формі

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{A}'}{\partial t} - \boldsymbol{\omega}_1 r \times \mathbf{B}'; \quad \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{A}''}{\partial t} - \boldsymbol{\omega}_2 r \times \mathbf{B}'', \quad (11)$$

де

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}; \quad \mathbf{E}' = -\frac{\partial \mathbf{A}'}{\partial t}; \quad \mathbf{E}'' = -\frac{\partial \mathbf{A}''}{\partial t}. \quad (12)$$

Враховуючи (9) і (10), рівняння (11) видозміняться

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\Gamma^{-1} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}' - \boldsymbol{\omega}_1 r \times \mathbf{B}'; \quad (13)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\Gamma^{-1} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}' - \boldsymbol{\omega}_2 r \times \mathbf{B}'. \quad (14)$$

Відповідно до першого підходу вирази (13) і (14) використовуються для розрахунку електромагнетного процесу в рухомих середовищах 1 і 2.

У лівій частині рівнянь (13), (14) є часова похідна від функції векторного потенціалу, записаного в системі координат r, α . Права частина рівнянь містить функцію векторного потенціалу і функцію вектора магнетної індукції в системах координат r, α' і r, α'' . У кожному з цих виразів присутні дві невідомі – функція векторного потенціалу в різних системах координат. Отже, рівняння (13), (14) не можна інтегрувати за часом. Єдиним можливим шляхом розв'язання даної проблеми є використання виразу (9) для розрахунку електромагнетного поля в тілі 1 і виразу (10) - в тілі 2, оскільки в їх праву і ліву частини входить одна й та сама функція в одній і тій же координатній системі.

Отже, електромагнетний процес у всіх рухомих та нерухомих середовищах необхідно розраховувати виключно у власних системах координат. Ми підійшли до другого методу розрахунку електромагнетного поля в рухомих зонах. Для цього також необхідно розв'язати задачу знаходження граничних умов на лінії розділу руху середовищ.

Їх знайдемо за допомогою виразу (3), записаного у вигляді:

$$\mathbf{E}'' = \mathbf{E}' \pm r(\boldsymbol{\omega}_1 - \boldsymbol{\omega}_2) \times \mathbf{B}'. \quad (15)$$

Вираз (15) з врахуванням (12) перепишемо

$$\frac{\partial \mathbf{A}''}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{A}'}{\partial t} \pm r(\Delta \boldsymbol{\omega}_{12}) \times \mathbf{B}'. \quad (16)$$

Якщо взяти до уваги плоско-паралельність поля, рівняння (16) в циліндричній системі координат набуде вигляду

$$\frac{\partial A''}{\partial t} = \frac{\partial A'}{\partial t} \pm \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} \cdot \frac{\partial A'}{\partial \alpha}. \quad (17)$$

Проінтегрувавши (17), отримаємо

$$A'' = A' \pm \Delta A_{\alpha} \quad (18)$$

Вираз (18) говорить про те, що значення функції векторного потенціалу у певній фізичній точці на лінії розділу руху в тілі 2 відповідає значенню тієї ж функції у відповідній координатній точці на лінії розділу в тілі 1 (положення точок в тілах 1 і 2 у початковий момент інтегрування збігалося) із просторовою різницею значень функції векторного потенціалу у цих точках вздовж координати руху.

Проілюструємо це рисунками. Нехай на початку розрахунку положення середовищ відповідало рис. 2. Через проміжок часу Δt взаємне розташування дискретизаційних сіток обох тіл зміниться (рис. 3). Розрахунок граничних умов у даний фіксований момент часу зводиться до розрахунку значень функції векторного потенціалу у вузлах сіток по різні боки лінії розділу.

З рис. 3 видно, що у випадку, якщо відстань $\Delta\alpha$, на яку взаємно переміщуються тіла за крок часового інтегрування Δt , дорівнює кроку просторових дискретизаційних сіток обох тіл, спостерігається повний збіг сіток тіл 1 і 2 під час руху. Отже, весь алгоритм розрахунку граничних умов у такому випадку зводиться до переміщення

однієї з дискретизаційних сіток на одну позицію у напрямку руху з подальшим розрахунком граничних умов як між двома нерухомими тілами з різними електромагнетними характеристиками. При цьому необхідно виконувати умову

$$\Delta\alpha = \Delta t (\omega_1 - \omega_2) \quad (19)$$

Якщо швидкості обертання тіл у часі змінюються довільно, виконати умову (19) неможливо. Розв'язати цю проблему можна інтерполяцією функції векторного потенціалу у вузлах однієї з дискретизаційних сіток на лінії розділу руху середовищ.

На підставі основних законів електродинаміки і всього викладеного вище аналізу ми прийшли до єдиного можливого третього методу розрахунку електромагнетного поля у рухомих середовищах.

Висновки

Математичне моделювання електромагнетного поля електродинамічних виконавчих елементів систем автоматики та керування найбільш доцільно проводити на основі методів теорії електромагнетного поля, оскільки ці методи найбільш повно описують фізичні процеси, які відбуваються в пристроях. Розрахунок електромагнетного поля у рухомих та нерухомих середовищах необхідно здійснювати у власних системах координат рухомих і нерухомих тіл. Граничні умови на лінії розділу руху найпростіше знаходити, використовуючи механічне переміщення тіл на визначену відстань з подальшим розрахунком основних векторів на лінії розділу як на межі нерухомих середовищ. Рівняння (3), (11) можна використовувати тільки для приведення основних величин до тієї чи іншої системи координат у визначений фіксований момент часу.

1. Чабан В, Ковівчак Я, Гушак Р. Симуляція електромагнетного поля рухомих зубчастих структур. – Proceedings of The 1-st International modelling school, Круг'96, Rzeszow, 1996, pp. 121-123.
2. Чабан В.Й., Гушак Р.І. Комп'ютація електромагнетного поля зубчастих структур // Вісник Держ. ун-ту "Львівська політехніка". – 1997. – С. 134 – 136.
3. V. Tchaban, Y. Kovivchak, O. Tchaban, A. Tymoshyk. 2D-Field Mathematical Model of Turbogenerator. - Proceeding of MS'2002. International Conference on Modelling and Simulation in Technical and Social Sciences, Girona, Catalonia, Spain, 25-27 June 2002, pp. 663-668.

T. Kwater, Z. Kedzior

University of Rzeszow, Ul. Rejtana 16c, 35-959 Rzeszow, Poland

ARTIFICIAL NEURAL NETWORK IN STATE ESTIMATION FOR CONTROLLING OF POLLUTION IN WATER

© *Kwater T., Kedzior Z., 2003*

Introduction

Control of water pollution caused by excessive discharge of industrial and municipal influence into river streams is very important issue in recent years [6]. In recent years, the pollution levels in many rivers have become severe enough that oxygen levels have fallen below minimum needed for survival of fish and other aquatic live. Simple action as supplying oxygen directly into a river using pipe line diffusers and mechanical aerators can prevent ecological disaster [4]. In present time, when computer science reach higher level of development, artificial neural networks become natural instruments to assist in proper society function [2, 5]. Other authors consider river as a cascade of short sections of the river with lumped parameters [4]. Such interpretation is wrong because don't take the river length into consideration and required large number of such sections. For long river time of water flow is essential and taking it into consideration lead to delay time in model. Thus such mathematical model is more difficult and uncomfortably in use. Different approach proposed in that article allows to consider ordinary differential equations instead of partial differential equations [3]. It decreases the difficulty level of considerations and allows to keep nature of processes proceed in river.

Mathematical model of polluted river

The river can be described by first order hyperbolic equations of transportation type in biochemical pollution modelling using only Biochemical Oxygen Demand (BOD) and Dissolved Oxygen (DO) indicators [3]. After linearisation and normalisation of space variable, model of the i -th section takes form: