ПРОЕКТУВАННЯ АВТОМАТИЗОВАНОГО ОБЛАДНАННЯ

УДК 621.798:681.5.015.23

Б.О. ПАЛЬЧЕВСЬКИЙ, О.М. ШАПОВАЛ

Луцький національний технічний університет,
кафедра автоматизації виробництва та пакувальної техніки

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ СТРУКТУРИ ПАКУВАЛЬНИХ АВТОМАТІВ

Розглянуто багатокритеріальні методи оптимізації пакувальних автоматів для упаковки ламкої продукції.

In the article the methods of multicriterion optimization of technological machines are considered and it is conducted with their help of upshots of task of optimization an automat for packing of friable products after the criteria of reliability and cost.

Вступ. При постановці задачі оптимізації проектована технологічна машина, як правило, не може бути описана однокритеріальною залежністю, тому оцінюючи її якість, необхідно звертатися до пошуку деякого комплексного показника. Для вирішення цього завдання застосовуються методи розв’язання багатокритеріальної задачі оптимізації.

У загальному випадку процес структурного синтезу ТМ складається із таких взаємопов'язаних етапів:

– формування множини структур ТМ X_1 заданого призначення;
– оцінка та вибір кращого варіанта ТМ. Задачу оптимізації розв’язують покроковим відсіюванням неперспективних варіантів: із множини допустимих варіантів X_2, одержаних внаслідок накладання обмежень за параметрами оптимізації, виключаються підмножини елементів, які не задовольняють умови оптимізації. Графічна інтерпретація цього процесу зображена на рис. 1 [3].

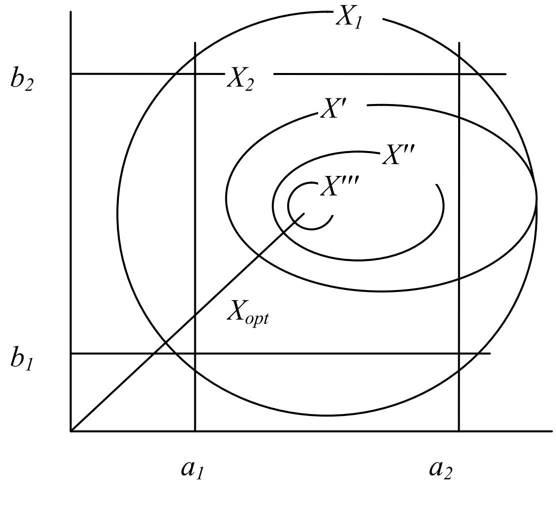

Рис. 1. Визначення оптимальної структури ТМ: a_1, a_2 – граничні значення параметра a; b_1, b_2 – граничні значення параметра b; X_1 – множина отриманих варіантів структури ТМ: X_2 – група допустимих варіантів, X' – група пріоритетних варіантів; X'' – група домінантних варіантів; X''' – група остаточних варіантів; X_{opt} – оптимальний варіант ТМ

Для формалізації задачі оптимізації введемо такі позначення: кожний із скалярних критеріїв $f_k(X)$, $k \in [1, s]$ є *частковим критерієм оптимальності*, а їхня сукупність $F(X) = (f_1(X), f_2(X), ..., f_S(X))$ – *векторним (інтегральним) критерієм оптимальності*, причому $f_1(X), f_2(X), ..., f_S(X)$ формують область допустимих значень вектора варійованих параметрів *X*, тобто $D_X \in X$ [2]. Тоді розв'язання задачі багатокритерійної оптимізації в загальному випадку зводиться до пошуку мінімального чи максимального значення критерію $F(X)$, причому воно буде оптимальним не для якогось із часткових критеріїв, а виявляється деяким компромісом для $F(X)$ загалом.

Методика пошуку парето-ефективних рішень. Введемо поняття простору критеріїв $\{F\}$, яке має розмірність *s* (за кількістю часткових критеріїв) і утворюється *s* ортогональними осями, на яких відкладаються значення $f_k(X)$, $k \in [1, s]$.

Введемо на множині D_X відношення пріоритету $\succ$. Тоді за умов $F(X) \to \max$ та $f_k(X^1) \geq f_k(X^2),\ k \in [1, s]$ вектор $X_1 \in D_X$ має пріоритет над вектором $X_2 \in D_X$, що позначимо як $X^1 \succ X^2$. Аналогічно на множині D_X введемо відношення домінування $\lhd$. При $X^1 \succ X^2$ векторний критерій оптимальності $F(X^1) \in D_X$ домінує над $F(X^2) \in D_X$, тобто $F(X^1) \lhd F(X^2)$.

Введені відношення пріоритету і домінування є транзитивними, тобто якщо $X^1 \succ X^2$ і $X^2 \succ X^3$, то $X^1 \succ X^3$, аналогічно якщо $F(X^1) \lhd F(X^2)$ і $F(X^2) \lhd F(X^3)$, то $F(X^1) \lhd F(X^3)$.

Виділимо із множини D_X підмножину $D_X^* \in D_X$ точок, для яких немає точок, що над ними домінують. Вказана множина D_X^* є множиною Парето, тобто така множина, в якій значення будь-якого із часткових критеріїв оптимізації можна покращити тільки за рахунок погіршення іншого.

Очевидно, що множина Парето лише звужує коло пошуку оптимального розв'язку, однак не дає остаточного результату. Тому на наступному етапі переходять до математичних розрахунків інтегрального критерію оптимальності. Потрібно врахувати, що часткові критерії мають різну фізичну природу і тому різну розмірність, а значить просто підсумовувати їх некоректно. Для вирішення цієї проблеми введемо *адитивний критерій* [1], цільова функція для якого у загальному випадку набуде вигляду

$$F(X) = \sum_{i=1}^{n} C_i \frac{f_i(X)}{f_i^0(X)} = \sum_{i=1}^{n} C_i f_i^*(X) \to \max(\min), \tag{1}$$

де *n* – кількість об'єднуваних часткових критеріїв, які належать множині Парето D_X^*; C_i – ваговий коефіцієнт *i*-го часткового критерію; $f_i\ (X)$ – значення *i*-го часткового критерію; $f_i^0(X)$ – *i*-й нормуючий дільник: максимальне (мінімальне) значення *i*-го критерію в ОДР; $f_i^*(X)$ – нормоване значення *i*-го часткового критерію.

Числове значення вагового коефіцієнта експерт призначає довільно, а його величина залежить від ступеня важливості розглядуваного критерію порівняно з іншими. Розмірності самих часткових критеріїв і відповідних нормуючих дільників однакові, тому значення узагальнених адитивних критеріїв, отриманих в результаті розрахунку, є безрозмірними величинами, серед яких легко визначити шукане (максимальне чи мінімальне).

Ще одним методом розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації є метод *справедливого компромісу* [2]. Справедливим компромісом називатимемо такий компроміс, при якому відносний рівень зниження якості по одному чи декількох часткових критеріях не перевершує відносного рівня підвищення якості по решті часткових критеріях (менше або рівний).

Для формалізації поняття справедливого компромісу введемо відношення домінування $\succcurlyeq$ на множині Парето. Нехай на множині Парето існують дві точки $X_1 \in D_X^*$ та $X_2 \in D_X^*$ та значення часткових критеріїв для них $f_k(X^1)$, $f_k(X^2)$, $k \in [1,s]$. Введемо міру відносної зміни якості рішення по кожному з цих критеріїв:

$$\Delta f_k^* = \frac{\Delta f_k(X^1, X^2)}{\left|\max\limits_{X \in \{X^1, X^2\}} f_k(X)\right|}, \; k \in [1,s], \tag{2}$$

де $\Delta f_k(X^1, X^2) = f_k(X^1) - f_k(X^2)$ – абсолютна зміна значень часткових критеріїв оптимальності $f_k(X)$, $k \in [1,s]$ при переході від розв’язку X^1 до розв’язку X^2.

Максимальне зниження якості результату при переході від розв’язку X^1 до розв’язку X^2 визначається за такою формулою:

$$\Delta f_{\min}^*(X^1, X^2) = \min_{k \in [1,s]} \Delta f_k^*(X^1, X^2). \tag{3}$$

Аналогічно обраховується максимальне підвищення якості результату під час переходу від розв’язку X^1 до розв’язку X^2:

$$\Delta f_{\max}^*(X^1, X^2) = \max_{k \in [1,s]} \Delta f_k^*(X^1, X^2) \tag{4}$$

Якщо $\left|\Delta f_{\max}^*(X^1, X^2)\right| > \left|\Delta f_{\min}^*(X^1, X^2)\right|$, вважатимемо, що $X^2 \succcurlyeq X^1$, тобто розв’язок X^1 домінує над розв’язком X^2

З іншого боку, якщо $\left|\Delta f_{\max}^*(X^1, X^2)\right| \le \left|\Delta f_{\min}^*(X^1, X^2)\right|$, то $X^1 \succcurlyeq X^2$.

Так само проводять ітерацію всіх точок із множини Парето. За остаточний розв’язок приймають рішення, що домінує над всіма іншими.

Застосування для оптимізації структури пакувального автомата. Нехай необхідно розв’язати задачу оптимізації структури пакувального автомата (ПА) для пакування сипких продуктів за такими частковими критеріями, як надійність (*Н*) – f_1 та вартість (*В*) – f_2 з обмеженням на продуктивність $Q \ge 30$ уп./хв. Величини цих критеріїв для ПА загалом залежать від їх значень по кожному із ФМ, котрі формують його склад. Типовими ФМ для ПА цього призначення є: 1 – бункер, 2 – дозатор; 3 – механізм розмотування рулону; 4 – рукавоутворювач; 5 – датчик мітки; 6 – механізм поздовжнього зварювання; 7 – механізм протягування рукава; 8 – механізм поперечного зварювання; 9 – відрізні ножі; 10 – дататор; 11 – блок керування (рис. 2) [4].

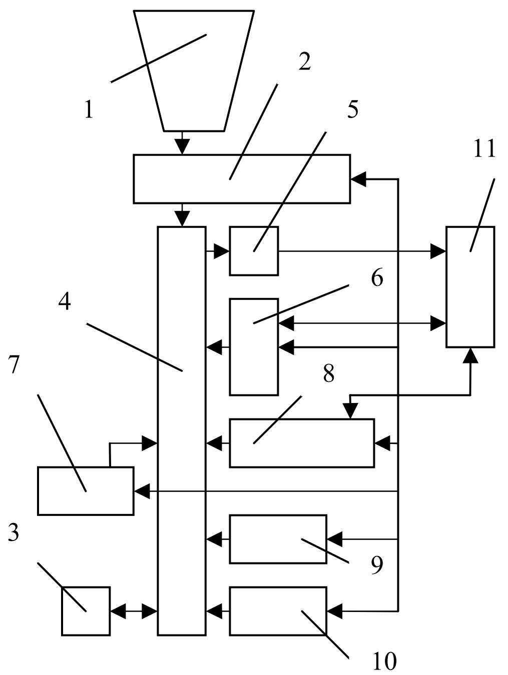

Рис. 2. Схематичне зображення автомата для пакування сипких продуктів

Перелічені ФМ умовно розділимо на дві підгрупи: постійні, під якими розумітимемо ті, наявність яких є обов’язковою для виконання ПА технологічної операції, та варійовані, функції яких можуть виконувати змінні типорозміри ФМ основного (постійного) складу. У такому разі приймемо, що кількість варіантів структури ПА залежатиме від наявності чи відсутності у його складі того чи іншого варійованого ФМ. Якщо ФМ входить до складу ПА, позначимо це 1, якщо не входить – 0 (табл. 1).

Таблиця 1

Варіанти структурного складу автомата для пакування сипких продуктів

Функціональні модулі			Варіант структури пакувального автомату								Критерій	
			X^1	X^2	X^3	X^4	X^5	X^6	X^7	X^8	$K_Г$	Вартість
Постійні		Бункер	1	1	1	1	1	1	1	1	0,99	2560
		Дозатор	1	1	1	1	1	1	1	1	0,97	15100
		Механізм розмотування рулону	1	1	1	1	1	1	1	1	0,98	5600
		Рукавоутворювач	1	1	1	1	1	1	1	1	0,99	3540
		Датчик мітки	1	1	1	1	1	1	1	1	0,99	2300
		Механізм поздовжнього зварювання	1	1	1	1	1	1	1	1	0,98	9200
		Блок керування	1	1	1	1	1	1	1	1	0,99	3400
	Механізм поперечного зварювання	Зварні губки (ЗГ)	1	0	0	0	0	0	0	0	0,98	10100
		ЗГ з механізмом відрізання	0	1	0	0	0	0	0	0	0,97	12040
		ЗГ з механізмом протяжки	0	0	1	0	0	0	0	0	0,96	13200
		ЗГ з вмонтованим дататором	0	0	0	1	0	0	0	0	0,97	11900
		ЗГ з механізмами протяжки і відрізання	0	0	0	0	1	0	0	0	0,94	14020
		ЗГ з механізмом відрізання і вмонтованим дататором	0	0	0	0	0	1	0	0	0,96	12500
		ЗГ з механізмом протяжки і вмонтованим дататором	0	0	0	0	0	0	1	0	0,95	13900
		ЗГ з механізмами протяжки, відрізання і вмонтованим дататором	0	0	0	0	0	0	0	1	0,93	14600
Варійовані		Механізм протягування рукава	1	1	0	1	0	1	0	0	0,97	1560
		Відрізні ножі	1	0	1	1	0	0	1	0	0,96	1470
		Дататор	1	1	1	0	1	0	0	0	0,97	5000

Кількість значень по кожному з критеріїв оптимізації дорівнює кількості допустимих варіантів структури ПА.

Множину вартостей ПА отримаємо підсумовування вартостей ФМ по кожному з варіантів компонування X_i.

Показником, що характеризує надійність, є коефіцієнт готовності $K_Г$, що обчислюється за формулою

$$K_Г = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^{1} \left(\frac{1}{K_{Гi} - 1} \right)},$$

де $K_Г$ – коефіцієнт готовності автомата; $K_{Гi}$ – коефіцієнт готовності i-го ФМ.

Результати виконаних розрахунків наведені в табл. 2.

Таблиця 2

Значення критеріїв оцінки для варіантів структур пакувального автомата

№ варіанта Критерій	X^1	X^2	X^3	X^4	X^5	X^6	X^7	X^8
Надійність (f_1)	**0,81**	**0,833**	**0,817**	**0,825**	**0,832**	**0,846**	**0,831**	0,843
Вартість (f_2)	59830	60300	61370	56630	60720	57160	55670	56300

Для спрощення побудови у системі координат області допустимих рішень за заданими критеріями введемо 8-бальну шкалу оцінювання, еквівалентну величинам параметрів f_1 та f_2, до того ж розташування балів по f_1 здійснюватимемо у порядку зростання значень, а по критерію f_2 – у порядку зменшення, оскільки найкращий розв'язок передбачає високу надійність ПА у разі мінімальної вартості (табл. 3).

Таблиця 3

Оцінка варіантів структур пакувального автомата за надійністю та вартістю

Критерій	Оцінки варіантів структур ПА							
	X^1	X^2	X^3	X^4	X^5	X^6	X^7	X^8
Надійність (f_1)	1	6	2	3	5	**8**	**4**	7
Вартість (f_2)	4	3	1	6	2	**5**	**8**	7

Подамо множину оцінок варіантів структури ПА в просторі критеріїв (рис. 3).

Як бачимо, графічною інтерпретацією множини Парето $D_X^* = \{X^6, X^7, X^8\}$ в отриманій області допустимих рішень є крива, яка сполучає точки цієї множини. Отже, під множиною D_X^* розумітимемо сукупність кращих варіантів структури розглядуваного ПА, серед яких здійснимо пошук найоптимальнішого.

Оскільки вибрані критерії оптимізації є рівноцінними, то для знаходження оптимального розв'язку застосуємо метод справедливого компромісу.

Підставивши відповідні значення критеріїв за розв'язками множини Парето у вираз (2), та порівнявши результати за (3) та (4) матимемо:

1) $\Delta f_{11}^*(X^6, X^7) = \dfrac{0{,}846 - 0{,}831}{0{,}846} = 0{,}017$,

$$\Delta f_{12}^*(X^6, X^7) = \frac{57160 - 55670}{57160} = 0{,}026;$$

$\left|\Delta f_{11}^*(X^6, X^7)\right| < \left|\Delta f_{12}^*(X^6, X^7)\right|$, тому $X^7 \succ X^6$

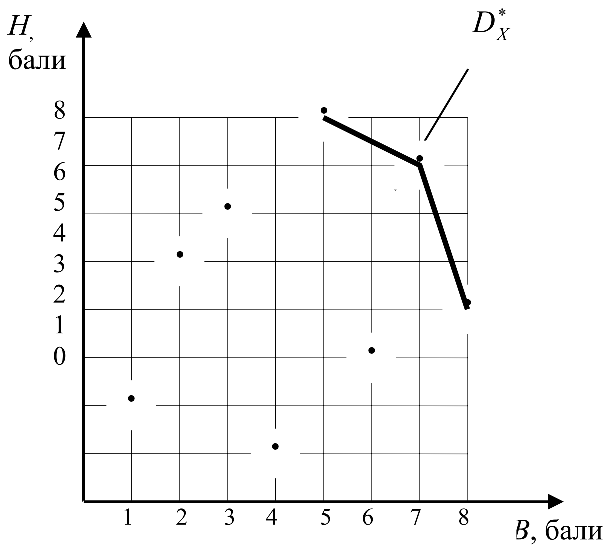

Рис. 3. Пошук Парето-ефективних рішень

2) $\Delta f_{21}^{*}(X^{6},X^{8})=\dfrac{0{,}846-0{,}843}{0{,}846}=0{,}0035$, $\Delta f_{22}^{*}(X^{6},X^{8})=\dfrac{57160-56300}{56300}=0{,}015$;

$\left|\Delta f_{21}^{*}(X^{6},X^{8})\right|<\left|\Delta f_{22}^{*}(X^{6},X^{8})\right|$, тому $X^{8}\succ X^{6}$

3) $\Delta f_{31}^{*}(X^{7},X^{8})=\dfrac{0{,}831-0{,}843}{0{,}843}=-0{,}014$, $\Delta f_{32}^{*}(X^{7},X^{8})=\dfrac{55670-56300}{56300}=-0{,}011$;

$\left|\Delta f_{31}^{*}(X^{7},X^{8})\right|>\left|\Delta f_{32}^{*}(X^{7},X^{8})\right|$, тому $X^{8}\succ X^{7}$

Враховуючи відношення домінування $X^{8}\succ X^{7}\succ X^{6}$, оптимальним вважатимемо варіант структури X^{8}.

Висновки. 1. Методи розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації структури технологічної машини дозволяють ефективно оперувати багатьма критеріями під час оцінки її якості.

2. Метою знаходження множини Парето є визначення серед усіх існуючих варіантів найбільш оптимальних значень інтегрального критерію для їх подальшої обробки.

3. Остаточний результат при розв'язку задачі оптимізації одержують за допомогою адитивного критерію або методу справедливого компромісу, які дозволяють звести різнорідні критерії до безрозмірних величин, що спрощує пошук розв'язання, яке найбільше задовольняє умови оптимізації.

4. Якщо параметри, за якими виконують оцінку, можна розташувати у порядку зростання їх значимості, то застосовують адитивний критерій, а якщо вони рівнозначні між собою, доцільніше вдаватися до методу справедливого компромісу.

1. Зайченко Ю.П. Исследование операций: Учебник. – 6 изд., перераб. и доп. – К.: Изд. дом "Слово", 2003. – 688 с. 2. Кіндрацький Б.І., Сулим Г.Т. Раціональне проектування машинобудівних конструкцій: Монографія. – Львів: КІНПАТРІ ЛТД, 2003. – 280. 3. Проектирование оптимальных технологических систем машин / Под ред. А.И. Дащенко. – М.: Машиностроение, 1989. – 334 с. 4. Феклин К.П. Основы структурно-параметрического синтеза упаковочных машин // Тара и упаковка. – 2001. – № 6.