УДК 517.997, 629.78

Б.М. Кіфоренко, д.ф.-м.н., професор,
Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

ОПТИМАЛЬНИЙ КОВЗНИЙ РЕЖИМ – THEORIA CUM PRACTICE

Анотація. Обговорюється проблема оптимальності ковзного режиму керування динамічною системою як свідчення неадекватності рівнянь руху системи реальному об'єкту управління, що моделюється. На прикладі задачі управління рухом ракет в атмосфері запропоновані підходи до вибору способів керування, що можуть бути практично реалізовані і є близькими по ефективності до теоретичних.

Ключові слова: оптимальне керування, ковзний режим, ракетний двигун, рух в атмосфері.

Одним з найбільш складних розділів сучасної математичної теорії оптимальних процесів є теорія сингулярних оптимальних керувань. Побудова відповідних траєкторій з використанням необхідних умов оптимальності являє собою надзвичайно складну проблему обчислювальної математики. Обговорювані способи її вирішення можна вважати обґрунтованими, якщо множина фазових швидкостей керованої динамічної системи є опуклою. В іншому випадку оптимальним може виявитися так званий ковзний режим, при якому керуючі функції мають нескінченну кількість точок розриву першого роду.

Допустимість включення відповідних дуг до складу оптимальних траєкторій забезпечується основною гіпотезою сучасної теорії оптимальних процесів про безінерційність керування. Оскільки керування в реальних системах завжди інерційні, зазначена проблема становить як теоретичний, так і прикладний інтерес. У доповіді обговорюються як причини оптимальності ковзних режимів в задачах управління рухом ракет, так і підходи до вибору практично реалізовуваних способів управління, близьких по ефективності до не реалізовуваних теоретичних. Вказані невирішені до цього часу проблеми адекватного опису руху ракет в атмосфері, що проявилися в процесі теоретичного дослідження сингулярного управління тягою ракетних двигунів.

Можливість включення до складу оптимальної траєкторії керованої динамічної системи дуг ковзного режиму викликана некоректністю по Тихонову відповідних варіаційних задач. Використання спрощеного опису залежності величини тяги ракетного двигуна від витрати палива в середині минулого століття призвело до висновку про можливу оптимальності безперервної зміни величини тяги, що викликав жваву дискусію, яка призвела до створення сучасної теорії особливих управлінь. Відзначимо, що перші результати дослідження подібних здач опубліковані задовго до введення Л.І. Розоноером самого поняття "особливе оптимальне керування". До теперішнього часу отримані необхідні умови оптимальності управлінь в задачах різного ступеня виродження, узагальнені в монографії Р. Габасова і Ф.М. Кирилової "Особые оптимальные управления".

При більш адекватному описі залежності величини тяги від витрати палива і величини тиску атмосфери, в якій відбувається підйом ракети, графік функції Понтрягіна стає опуклим вниз. Рівняння руху центру мас ракети запишемо у формі, що відповідає припущенню про незалежність сили опору $\vec{F}$ від величини тяги двигуна T і від напрямку тяги $\bar{e}$:

$$\dot{\vec{r}} = \vec{v},\ \dot{\vec{v}} = (T(p)\vec{e} + \vec{F})/m + \vec{R},\ \dot{m} = -q(p)$$

Тут $\vec{r}$ і $\vec{v}$ – радіус-вектор і вектор швидкості в інерціальній системі координат, $\vec{R}$ – вектор гравітаційного прискорення, m – маса ракети, q – витрата палива. Керуючі функції: p (тиск в камері згоряння двигуна) і $\vec{e}$ обмежені: $p_h \le p \le p_0, |\vec{e}| \equiv 1$ (p_h – тиск в атмосфері). При аналізі оптимального керування за допомогою принципу максимуму встановлено, що максимум функції Понтрягіна може досягатися лише при $p = p_0$, або при $p = p_h$. Необхідна умова оптимальності ковзного режиму: $H(p_0) = H(p_h)$. Неоптимальність плавного регулювання величини тяги випливає з неможливості досягнення максимуму функції $H(p)$ при $p_h < p < p_0$.

Теоретична оцінка ефективності оптимального ковзного режиму може бути одержана при розв'язанні ослабленої задачі, при формулюванні якої множина фазових швидкостей вихідної задачі замінена її опуклим замиканням. На Рис. 1 представлена динаміка регулювання величини тяги в ослабленій задачі про виведення супутника на орбіту. Найбільш поширений прийом практичної реалізації полягає в заміні ковзного режиму управлінням з кінцевим числом перемикань. Якщо ракетний двигун багатокамерний, величину $d(t)$ можна трактувати як відношення числа працюючих камер до їх загальної кількості. Доведена оптимальність безперервного регулювання величини тяги для ракетних двигунів з керованою площею критичного перерізу сопла і двигунів з соплом з центральним тілом.

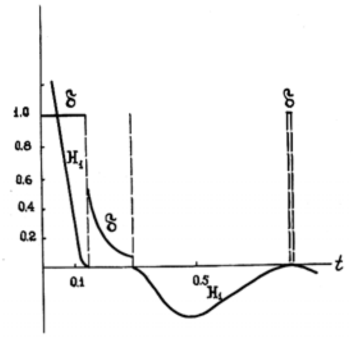

Рис.1 Оптимальне керування коефіцієнтом дроселювання тяги d

Наслідком виродженості досліджуваних варіаційних задач є зменшення порядку диференціальних рівнянь Ейлера. Так, в задачі про підйом ракети на максимальну висоту це рівняння приймає форму кінцевого співвідношення між висотою, швидкістю і масою ракети, на що звернув увагу Д.Є. Охоцимський в 1946 році. Це співвідношення є формалізованим представленням деякого закону збереження, динамічний зміст цього закону досі не з‘ясовано. Цікаво, що це співвідношення зберігає свою форму для будь яких початкових і кінцевих координат вертикального руху ракети, і будь якого критерію оптимальності керування в задачі Майера, тобто є інваріантним відносно мети і оцінки якості управління вертикальним рухом ракети. Інваріантним у вказаному сенсі є також формули обчислення величини тяги ракетного двигуна на особливій дузі. Від вказаних характеристик конкретного маневру залежать лише моменти початку і закінчення дуги особливого керування, розподіл дуг максимальної тяги і пасивного руху вздовж оптимальної траєкторії. Інваріантність формул для обчислення величини тяги, що забезпечує рух вздовж особливих дуг оптимальної траєкторії, має місце і в задачах про рух ракети в вертикальній площині. Інваріантність вказаних співвідношень дозволяє записати їх навіть ще до формулювання варіаційної задачі Майера, лише при наявності рівнянь руху центру мас ракети. Автору доповіді не зустрічалися наукові публікації, в яких акцентувалася б увага на наявність такої інтригуючої особливості вказаних варіаційних проблем і досліджувалася б їх природа.