результатов следует, что реальные характеристики НА отличаются от паспортных в худшую сторону, пропускная способность участков уменьшилась по сравнению с первоначальной.

1. Андрияшев М.М. Гидравлические расчеты водоводов и водопроводных сетей-М. 1974 -107 с. 2. Евдокимов А. Г., Дубровский В.В., Тевяшев А. Д. Потоко-распределение в инженерных сетях. –М. 1979. 3. Евдокимов А. Г., Тевяшев А. Д. Оперативное управление потокораспределением в инженерных сетях. – Харьков: 1980. 3. Абрамов Н.Н. Водоснабжение. -М. 1974.

УДК 681.327.12.001.362; 519.7; 519.81

В. Адаменко, А. Адаменко
Харьковский национальный университет радиоэлектроники,
Украинско-словенское предприятие АОЗТ СП "МонИс"

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ СТАЦИОНАРНОГО НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО РЕЖИМА ТРАНСПОРТА ГАЗА В ГАЗОТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМАХ С АКТИВНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Розглянуто проблему ідентифікації моделей стаціонарного неізотермічного режиму транспорту газу в газотранспортних системах (ГТС) з активними елементами. Наведено результати досліджень математичних моделей ГТС, що включають модифікацію усіх основних елементів системи, і розроблених методів ідентифікації, ефективність яких було досліджено на реальних даних.

The problem of model identification of stationary non-isothermal regime of gas transport with active elements is considered. The research results of mathematical models of gas trans-port system is applied. It is modification of basic elements of system and development of effec-tive methods of identification.

Введение. В настоящее время особо актуальными являются проблемы, связанные с учетом фактических расходов газа по каждому потребителю и оцениванием фактических режимов работы ГТС, т.к. определение фактических параметров газовых потоков (расходов, давлений и температур газа на всех элементах ГТС) позволяет принимать эффективные решения по оперативному управлению ГТС. ГТС – это сложная система, состоящая из элементов, соединенных между собой, цель которой – управление транспортом и распределением природного газа. Состояние ГТС описывается математической моделью установившегося потокораспределения (УПР); для стационарного неизотермического режима транспорта газа в ГТС используется такой класс моделей:

$$\mathbf{Model} = (\mathbf{Var}, \mathbf{Eq}, \mathbf{F}),$$

где $\mathbf{Var} = \mathbf{Var}_{gas} \cup \mathbf{Var}_{el}$ – множество переменных модели ГТС (элемента ГТС); $\mathbf{Var}_{gas}$ – множество переменных модели ГТС (элемента ГТС), характеризующих состояние и состав газа; $\mathbf{Var_{el}}$ – множество переменных модели ГТС (элемента ГТС), характеризующих структуру и состояние самой ГТС (элемента ГТС);

$\mathbf{Eq} = \{ h_i(\mathbf{Var}) = 0, i = 1, ..., m; \ g_j(\mathbf{Var}) \le 0, j = 1, ..., r \}$ – множество уравнений и неравенств, связывающих переменные модели ГТС (элемента ГТС) между собой;

$\mathbf{F} = \{ \varphi_i : \mathbf{X}_i \to \mathbf{Y}_i, \ i = 1, ..., s \}$ – множество функций, где $\mathbf{X}_i$, $\mathbf{Y}_i$ – некоторые множества.

Для расширения области допустимых значений переменных математической модели УПР в ГТС, обеспечения монотонности функций модели и монотонности зависимостей между переменными модели, обеспечения условий существования и единственности решения модели относительно входящих в нее переменных, модель УПР в ГТС была модифицирована; причем в области реальных значений переменных модели исходные и модифицированные уравнения совпадают. В результате модификации уравнений и неравенств модели УПР в ГТС была получена базовая математическая модель УПР в ГТС, из которой затем получен вариант модели УПР в ГТС.

Введем множество переменных, которое называется состоянием газа в точке:

$$\mathbf{S_{gas}} = \{ P, T, q, N_{CO2}, N_{N2}, \Delta, C_p, R, \gamma_0, k_0 \},$$

где P – давление газа; T – температура газа; q – расход газа; N_{CO2}, N_{N2} – молярные концентрации углекислого газа и азота в транспортируемом газе в долях единицы; Δ – относительная плотность газа по воздуху; C_p – теплоемкость газа; R - газовая постоянная; γ_0 – удельный вес газа в нормальных условиях; k_0 – показатель изоэнтропы газа в идеальном состоянии.

Введем такие классы математических моделей элементов ГТС: двухточечный элемент ГТС ($\mathbf{K_{2T}}$); трехточечный элемент ГТС с отбором топливного газа ($\mathbf{K_{3ТТГ}}$); одноточечный элемент ГТС: источник газа ($\mathbf{K_{1T\,ист}}$); одноточечный элемент ГТС: источник газа ($\mathbf{K_{1T\,ист1}}$); одноточечный элемент ГТС: потребитель" ($\mathbf{K_{1T\,пот}}$); одноточечный элемент ГТС: потребитель ($\mathbf{K_{1T\,пот1}}$); двухточечный элемент ГТС с выраженным давлением газа через другие переменные модели ($\mathbf{K_{2TP}}$); двухточечный элемент ГТС с выраженной температурой газа через другие переменные модели ($\mathbf{K_{pasT}}$); двухточечный элемент ГТС с выраженной температурой газа через другие переменные модели" ($\mathbf{K_{aT}}$); пассивный элемент ГТС ($\mathbf{K_{pas}}$); активный элемент ГТС ($\mathbf{K_a}$).

Математические модели УПР в ГТС. Математическая модель УПР в ГТС строится по ориентированному графу сети. Дугами этого графа являются элементы системы, узлами – точки соединения этих элементов. Узлы и дуги графа пронумерованы. Направление дуг показывает условное направление потока газа. Если дуга входит в узел, то давление в конце этой дуги считается равным давлению в этом узле, если дуга выходит из узла, то давление в начале этой дуги считается равным давлению в этом узле. Поэтому имеет смысл говорить о давлении газа в узлах. Для описания источников и потребителей ГТС вводится так называемый фиктивный нулевой узел и фиктивные дуги, обозначающие источники и потребителей. Дуги, обозначающие источники, выходят из фиктивного узла и входят в другой узел сети. Дуги, обозначающие потребителей, выходят из узла сети и входят в фиктивный узел. В узел сети может входить не более одного источника или выходить не более одного потребителя. Пусть

ГТС состоит из элементов, модели которых относятся к классам $\mathbf{K}_{2\text{Т}}$, $\mathbf{K}_{3\text{ТТГ}}$, $\mathbf{K}_{1\text{Т ист1}}$, $\mathbf{K}_{1\text{Т пот1}}$, $\mathbf{K}_{\text{pas}}$ и $\mathbf{K}_{\text{a}}$. Пусть $\mathbf{E}$ – множество всех дуг графа сети; $\mathbf{V}$ – множество узлов графа сети (кроме фиктивного нулевого узла). Здесь и далее под множеством дуг (узлов) графа сети подразумевается множество номеров дуг (узлов) графа сети. Пусть $\mathbf{M}_{1\text{Т ист1}}$ ($\mathbf{M}_{1\text{Т пот1}}$, $\mathbf{M}_{2\text{Т}}$) – множество дуг графа сети, соответствующих элементам ГТС, модели которых принадлежат классу $\mathbf{K}_{1\text{Т ист1}}$ ($\mathbf{K}_{1\text{Т пот1}}$, $\mathbf{K}_{2\text{Т}}$). Пусть $\mathbf{M}_{3\text{ТТГ1}}$ – множество дуг графа сети, соответствующих основному потоку газа, который течет через элементы ГТС, модели которых принадлежат классу $\mathbf{K}_{3\text{ТТГ}}$; $\mathbf{M}_{3\text{ТТГ2}}$ – множество дуг графа сети, моделирующих отбор топливного газа для элементов, модели которых принадлежат классу $\mathbf{K}_{3\text{ТТГ}}$. Пусть $\mathbf{G}_j^+$ – множество дуг, входящих в узел j; $\mathbf{G}_j^-$ – множество дуг, выходящих из узла j.

Количество переменных и уравнений базовой математической модели УПР в ГТС можно сократить. Полученную модель назовем математической моделью УПР в ГТС: вариант 1. Эта модель требует выбора дерева и леса графа сети. Лес графа сети содержит все узлы графа сети, дугами этого леса являются все пассивные $\mathbf{K}_{\text{pas}}$ и активные $\mathbf{K}_{\text{a}}$ элементы ГТС. В каждом дереве леса выбирается точка затравки для расчета давлений – узел, в котором давление является переменной модели, а давления в остальных узлах этого дерева- функциями от этого давления и других переменных модели. Выбор леса графа сети необходим для расчета давлений в узлах. Пусть $\mathbf{M}_{\text{p}}$ ($\mathbf{M}_{\text{a}}$) – множество дуг графа сети, соответствующих элементам ГТС, модели которых принадлежат классу $\mathbf{K}_{\text{pas}}$ ($\mathbf{K}_{\text{a}}$); $\mathbf{E}_1$ ($\mathbf{E}_2$) – множество дуг графа сети, которые являются ветвями (хордами) дерева; $\mathbf{V}_1$ - множество узлов графа сети, которые являются точками затравки для расчета давлений. Если газ выходит из узла по нескольким дугам, то температуры газа, выходящего из узла по этим дугам, являются равными. Поэтому имеет смысл говорить о температурах газа, выходящего из узлов. Пусть T_j, $j \in \text{V}$ – температура газа, выходящего из узла j. Эти температуры являются функциями.

Для построения базовой математической модели УПР в ГТС и ее варианта необходимо ввести такие операции подстановки.

$$\text{R2T}(i, \mathbf{X}) = \mathbf{X} \,|\, \forall v \in \mathbf{Var}_{\mathbf{gas}\,i} : v = v_i \,|\, \text{P}_{\text{н}i} = \text{P}_{\text{н}(i)}, \text{P}_{\text{к}i} = \text{P}_{\text{к}(i)},$$
$$\mathbf{X} \,|\, \forall v \in \mathbf{Var}_{\mathbf{el}\,i} : v = v_i, \qquad i \in \mathbf{M}_{2\text{Т}} \setminus (\mathbf{M}_{\text{p}} \cup \mathbf{M}_{\text{a}}),$$

$$\text{R3T}(i, \mathbf{X}) = \mathbf{X} \,|\, \forall v \in \mathbf{Var}_{\mathbf{gas}\,i} : v = v_i \,|\, \text{P}_{\text{н}i} = \text{P}_{\text{н}(i)}, \text{P}_{\text{к}i} = \text{P}_{\text{к}(i)},$$
$$\text{P}_{\text{т.г.}i} = \text{P}_{\text{н}(\text{тг}(i))}, \text{T}_{\text{т.г.}i} = \text{T}_{\text{н тг}(i)}, \text{q}_{\text{т.г.}i} = \text{q}_{\text{тг}(i)}, \text{N}_{\text{CO2 т.г.}i} = \text{N}_{\text{CO2 тг}(i)},$$
$$\text{N}_{\text{N2 т.г.}i} = \text{N}_{\text{N2 тг}(i)}, \Delta_{\text{т.г.}i} = \Delta_{\text{тг}(i)}, \text{C}_{\text{p т.г.}i} = \text{C}_{\text{p тг}(i)}, \text{R}_{\text{т.г.}i} = \text{R}_{\text{тг}(i)},$$
$$\gamma_{0\,\text{т.г.}i} = \gamma_{0\,\text{тг}(i)}, \text{k}_{0\,\text{т.г.}i} = \text{k}_{0\,\text{тг}(i)},$$
$$\mathbf{X} \,|\, \forall v \in \mathbf{Var}_{\mathbf{el}\,i} : v = v_i, \qquad i \in \mathbf{M}_{3\text{ТТГ1}};$$

$$R1Тпот1(i, \mathbf{X}) = \mathbf{X} \mid \forall v \in \mathbf{Var}_{gasi} : v = v_i \mid P_i = P_{н(i)}, T_i = T_{нi}, \; i \in \mathbf{M}_{1Тпот1};$$

$$R1Тист1(i, \mathbf{X}) = \mathbf{X} \mid \forall v \in \mathbf{Var}_{gasi} : v = v_i \mid P_i = P_{к(i)}, T_i = T_{вх\,i}, \; i \in \mathbf{M}_{1Тист1},$$

$$R2Тра(i, \mathbf{X}) = \mathbf{X} \mid \forall v \in \mathbf{Var}_{gasi} : v = v_i \mid P_{нi} = P_{н(i)}, P_{кi} = P_{к(i)}, T_{нi} = \overline{T}_{н(i)}, T_{кi} = \overline{T}_{к(i)},$$
$$\mathbf{X} \mid \forall v \in \mathbf{Var}_{el\,i} : v = v_i, \qquad i \in \mathbf{M}_p \bigcup \mathbf{M}_a,$$

где $\mathbf{Var}_{gasi}$ ($\mathbf{Var}_{el\,i}$) – множество переменных модели i-го элемента ГТС, характеризующих состояние и состав газа (структуру и состояние этого элемента); т г (i) – дуга, моделирующая отбор топливного газа для i-го элемента ГТС; к (i) – номер узла, в который входит дуга i; н (i) – номер узла, из которого выходит дуга i;

$$\overline{T}_{н(i)} = \begin{cases} T_{н(i)}, & q_i \geq 0, \\ T_{конi}(T_{к(i)}), & q_i < 0, \end{cases} \qquad \overline{T}_{к(i)} = \begin{cases} T_{конi}(T_{н(i)}), & q_i \geq 0, \\ T_{к(i)}, & q_i < 0, \end{cases} \qquad i \in \mathbf{M}_p \bigcup \mathbf{M}_a,$$

$T_{конi}(T_{нач})$ – функция, которая выражает температуру газа на выходе i-го элемента ГТС через температуру на его входе; P_j, $j \in V$ – давление газа в узле j (давления P_j, где $j \in \mathbf{V}_1$, являются переменными модели, а остальные – функциями).

Ниже приводится математическая модель УПР в ГТС: вариант 1.

$$\mathbf{Var}_{gas} = \{q_i, i \in \mathbf{E}_2; P_j, j \in \mathbf{V}_1; T_{вх\,i}, i \in \mathbf{M}_{1Тист1}; T_{нi}, T_{кi}, i \in \mathbf{M}_{2Т} \setminus (\mathbf{M}_p \bigcup \mathbf{M}_a) \bigcup \mathbf{M}_{3ТТГ1}\},$$

$$\mathbf{Var}_{el} = \bigcup_{i \in \mathbf{M}_{2Т} \bigcup \mathbf{M}_{3ТТГ1}} (\mathbf{Var}_{el\,i} \mid \forall v \in \mathbf{Var}_{el\,i} : v = v_i) \bigcup \{T_{гр}, q_{фикт}\},$$

$$\mathbf{Eq} = \{ \bigcup_{i \in \mathbf{M}_{2Т} \setminus (\mathbf{M}_p \bigcup \mathbf{M}_a)} R2T(i, \mathbf{Eq}_i), \bigcup_{i \in \mathbf{M}_{3ТТГ1}} R3T(i, \mathbf{Eq}_i), \bigcup_{i \in \mathbf{M}_p \bigcup \mathbf{M}_a} R2Тра(i, \mathbf{Eq}_i),$$

$$q_i = \sum_{r \in Q_i^+} q_r - \sum_{r \in Q_i^-} q_r, \; i \in \mathbf{E}_1\},$$

где $\mathbf{Eq}_i$ – множество уравнений и неравенств, связывающих переменные модели i-го элемента ГТС; $\mathbf{Q}_i^+$ ($\mathbf{Q}_i^-$) – множество всех хорд дерева графа сети, циклы которых содержат ветвь i, и направление этой ветви i совпадает (противоположно) с направлением (направлению) хорд в циклах.

Постановка задач идентификации моделей стационарного неизотермического режима транспорта газа в газотранспортных системах с активными элементами. Рассмотрим математическую модель УПР в ГТС. На практике часто возникает ситуация, когда часть переменных модели известна, а остальные необходимо найти. В зависимости от количества известных значений переменных модели задача может сводиться к решению определенной, недоопределенной и переопределенной системы уравнений и неравенств математической модели УПР в ГТС. Если система уравнений и неравенств модели определенная, то задача имеет единственное решение, если недоопределенная – множество решений, если переопределенная – не имеет решений. Последний случай представляет наибольший интерес, т.к. такие задачи чаще всего встречаются на практике. Для решения такой задачи считается, что часть значений переменных модели УПР в ГТС известна точно, а для остальных переменных заданы предварительные оценки и поэтому они известны лишь приблизительно. В этом случае задачу можно решать в статистическом смысле: по избыточному количеству предварительных оценок находят наиболее вероятные значения всех переменных модели (т.е. тех переменных, предварительные оценки для которых имеются, и остальных неизвестных переменных). Рассмотрим моменты времени t_1, t_2,…, t_n, т.е. количество режимов работы ГТС равно n. Тогда общая постановка задач идентификации моделей УПР в ГТС будет иметь вид:

$$\sum_{(i,j)\in\tilde{X}_n} \frac{(x_{ij}-\tilde{x}_{ij})^2}{\sigma^2_{x_{ij}}} + \sum_{i\in\tilde{A}_n} \frac{(a_i-\tilde{a}_i)^2}{\sigma^2_{a_i}} \to \min_{\tilde{G}\setminus\tilde{K}\in\Omega},$$

где множество Ω определяет множество допустимых значений искомых переменных модели и описывается ограничениями, соответствующими уравнениям и неравенствам математической модели УПР в ГТС, повторенным n раз (т.к. количество режимов равно n).

$\tilde{x}_{ij}$, $(i, j)\in\tilde{\mathbf{X}}_n$ – предварительные оценки переменных x_{ij} математической модели УПР в ГТС для фиксированных моментов времени t_j, $j=1,\ldots,n$; $\tilde{a}_i$, $i\in\tilde{\mathbf{A}}_n$ – предварительные оценки переменных математической модели УПР в ГТС, которые не меняются на промежутке времени $[t_1, t_n]$; $\tilde{\mathbf{G}}$ – множество всех переменных математической модели УПР в ГТС; $\tilde{\mathbf{K}}$ – множество точно заданных переменных; $\tilde{\mathbf{X}}_n$ – множество пар номеров вида (i, j) для тех переменных x_i в момент времени t_j, предварительные оценки которых имеются, т.е. $(i, j)\in\tilde{\mathbf{X}}_n$, если для переменной x_i задана предварительная оценка $\tilde{x}_{ij}$ в момент времени t_j; $\tilde{\mathbf{A}}_n$ – множество номеров тех переменных , предварительные оценки которых имеются.

В зависимости от количества точно заданных значений переменных математической модели УПР в ГТС, заданных предварительных оценок переменных модели и того, какая именно математическая модель УПР в ГТС используется, из общей постановки задачи идентификации можно получить целый ряд задач. Были получены задачи температурного и гидравлического расчета газотранспортной системы и первая постановка задачи идентификации модели УПР в ГТС. Полученные задачи решаются специально разработанными методами, эффективность которых исследована на реальных данных.