

ЛОКАЛЬНО-ЗВ'ЯЗНІ КОНТИНУУМИ НА ПЛОЩИНІ

Куриляк І.Й., к.ф.-м.н., доц.; Олексів І.Я., к.ф.-м.н., доц.
Національний університет «Львівська політехніка», Львів

Відомо декілька різних означень неперервної кривої. Будемо розуміти криву, як неперервне відображення відрізка $I = [0;1]$ в простір E^n , $n \geq 2$. Множину точок, отриману як результат такого відображення, також називатимемо кривою (або носієм кривої). Крива, як підмножина простору E^n , має деякі особливі властивості. Однією з найважливіших з них є локальна зв'язність кривої. Теорема Хана-Мазуркевича-Серпінського стверджує, що довільний локально-зв'язний метричний континуум є образом відрізка при деякому неперервному відображенні. В доповіді доведено одну з форм зазначеної теореми для локально зв'язних континуумів.

Означення 1. Неперервне відображення h множини A в евклідов простір E^n , $n \geq 2$, називається майже простим, якщо існує послідовність вкладень $h_k : A \rightarrow E^n$, яка рівномірно збігається до відображення h .

Теорема. Для довільного локально-зв'язного континуума M в евклідовому просторі E^n , $n \geq 2$, існує майже просте відображення відрізка I на континуум.

Теорема очевидна, якщо $M \subset E^n$, $n > 2$, а тому потребує доведення для випадку $n = 2$. У доведенні теореми використовуються дендрити. Дендрит – це локально-зв'язний континуум, що не містить простих замкнених кривих. Скінченний дендрит – це дендрит, що має скінченну множину кінцевих точок.

Означення 2 [1, с.372]. Будемо говорити, що континуум M можна наблизити послідовністю скінченних дендритів $D_1 \subset D_2 \subset \dots \subset D_n \subset \dots$, якщо :

- 1) множина $\bigcup_{n=1}^{+\infty} D_n$ є щільною в M ;
- 2) якщо C – компонента множини $D_{n+1} \setminus D_n$, то $\text{diam } C < 2^{-n}$.

Уорд встановив [1, теорема 2], що локально-зв'язний метризований континуум можна наблизити послідовністю скінченних дендритів. Теорема спочатку доводиться для випадку, коли M – скінченний дендрит на площині. Далі континуум M можна наблизити послідовністю скінченних дендритів $\{D_n\}$ і на їх основі побудувати рівномірно збіжну послідовність майже простих відображень $H_n : I \rightarrow D_n$. Границя $\lim_{n \rightarrow \infty} H_n(t) = H(t)$, буде шуканим майже простим відображенням

1. Ward L.E. A generalization of the Hahn-Mazurkiewicz theorem // Proc. Amer. Math.Soc. – 1976. V.58. P. 369 –374.