УДК 519.65

ІНТЕРПОЛЯЦІЯ ФУНКЦІЙ ТРЬОХ ЗМІННИХ ЛАНЦЮГОВИМ ДРОБОМ

Демків І.І., д.ф.-м.н., проф. каф. ОМП
Національний університет «Львівська політехніка», Львів,

Узагальненням ланцюгових дробів на випадок функцій двох змінних, займалися багато авторів. Проте, всі дробові інтерполянти, запропоновані у роботах, на відміну від класичного ланцюгового дробу, мають суттєвий недолік: при заміні останнього інтерполяційного вузла на довільний елемент з відповідної множини визначення інтерполянт не перетворюється у звичайну функцію, що інтерполюється

У роботі [1] одержано узагальнення дробів Тіле на випадок інтерполювання нелінійних функціоналів, визначених на лінійному топологічному просторі X, які задовольняють інтерполяційним умовам на каркасі $x_i(x)$, $i=0,1,...,n$ і тільки одна умова виконувалась на континуальному вузлі $x_n(z,x)=x_{n-1}(z)+H(z-x)(x_n(z)-x_{n-1}(z))$, $x\in[0,1]$, $H(z)-$функція Гевісайда.

Розглянимо випадок, коли $X=R^3$, тобто інтерполяцію функцій трьох змінних ланцюговим дробом. Тоді функціонал $F(x)=f(\mathbf{x})=f(x_1,x_2,x_3)$ є заданим своїми значеннями $f(\mathbf{x}_i)$ у вузлах $\mathbf{x}_i=\left(x_1^{(i)},x_2^{(i)},x_3^{(i)}\right)$, $i=0,1,...,3$. Інтерполяційний ІЛД типу Тіле буде мати такий вигляд

$$T_3(x)=F(x_0)+\underset{i=1}{\overset{3}{D}}\frac{\int_0^1 F_i'\left(x_{i-1}+t_i(x_i-x_{i-1})\right)dt_i(x-x_{i-1})}{1},$$

$$l_i(x)=\int_0^1 F_i'\left(x_{i-1}+t_i(x_i-x_{i-1})\right)dt_i(x-x_{i-1})=$$

$$=\int_0^1\left(\nabla f_i\left(\mathbf{x}_{i-1}+t_i(\mathbf{x}_i-\mathbf{x}_{i-1})\right),(\mathbf{x}-\mathbf{x}_{i-1})\right)dt_i=l_i(\mathbf{x}),$$

$$F_i(x)=\underset{p=1}{\overset{i}{D}}\frac{l_{i-p}(x)}{-1}=\underset{p=1}{\overset{i}{D}}\frac{l_{i-p}(\mathbf{x})}{-1}=f_i(\mathbf{x}),$$

$$l_0(x)=F(x_0)-F(x)-1=f(\mathbf{x}_0)-f(\mathbf{x})-1=l_0(\mathbf{x}).$$

Тут ∇ градієнт, $(\cdot,\cdot)$ – скалярний добуток у R^3.

1. Макаров В.Л., Демків І. І. Узагальнення дробу Тіле / Доповіді НАН України. − 2016. − № 2. − С. 17-24.