

МАТЕМАТИКА

ДВОТОЧКОВА ЗАДАЧА ДЛЯ РІВНЯННЯ З ОПЕРАТОРОМ
УЗАГАЛЬНЕНОГО ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ У НЕОБМЕЖЕНІЙ СМУЗІ

Каленюк П.І.¹, д.ф.-м.н., проф.; Нитребич З.М.¹, д. ф.-м. н., проф.;
Симотюк М. М.², к.ф.-м.н., с.н.с.

¹Національний університет «Львівська політехніка», Львів,

²Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Для послідовності $(m_n)_{n=1}^{\infty}$ такої, що $m_n > 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{m_1 \cdot K \cdot m_n} = \infty$,
 $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{m_n} < \infty$, означимо функцію $F(z) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (m_1 \cdot K \cdot m_n)^{-1} z^n$. За цілою
функцією $F(z)$ побудуємо оператор узагальненого диференціювання [1–3], дія
якого на степеневий ряд $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n z^n$ визначається рівністю
 $D_{F(z)}[f(z)] = \sum_{n=1}^{\infty} m_n f_n z^{n-1}$. Степінь $D_{F(z)}^2$ оператора $D_{F(z)}$ означимо формулою
 $D_{F(z)}^2[f(z)] = D_{F(z)}[D_{F(z)}[f(z)]]$. Для скінченних множин Λ , M через E_{Λ}
позначимо простір функцій $\varphi(x) = \sum_{\lambda_j \in \Lambda} P_j(x) F(\lambda_j x)$, через $A_{\Lambda, M}$ – простір
функцій $u(x, t) = \sum_{\lambda_j \in \Lambda, \mu_q \in M} P_j(x) Q_q(t) F(\lambda_j x) F(\mu_q t)$, де $P_j(x)$, $Q_q(t)$ – многочлени.

Розглянемо таку локальну двоточкову задачу:

$$D_{t, F(t)}^2[u(x, t)] = a^2 D_{x, F(x)}^2[u(x, t)], \quad t \in (0, T), \quad x \in R, \quad a > 0, \quad (1)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad u(x, T) = \psi(x), \quad T > 0, \quad x \in R, \quad (2)$$

де символи $D_{t, F(t)}$, $D_{x, F(x)}$ позначають дію оператора узагальненого диференціювання за змінними t, x відповідно. Описано множини Λ, M , для яких задача (1), (2) однозначно розв'язна у просторі $A_{\Lambda, M}$, якщо $\varphi, \psi \in E_{\Lambda}$. На підставі узагальненого диференціально-символьного методу [4] отримано зображення для розв'язків задачі (1), (2).

1. Гельфонд А. О., Леонтьев А. Ф. Об одном обобщении ряда Фурье // Матем. сб. – 1951. – 29, 71. – С. 477–500.
2. Городецький В.В., Мартинюк О.В. Задача Коші та двоточкова задача для еволюційних рівнянь з операторами узагальненого диференціювання // Доповіді НАН України. – 2013. – 3. – С. 7–13.
3. Громов В.П. Задача Коши для уравнений в свертках в пространствах аналитических векторнозначных функций // Мат. заметки. – 2007. – 82, 2. – С. 190–200.
4. Каленюк П.І., Нитребич З.М. Узагальнена схема відокремлення змінних. Диференціально-символьний метод. – Львів: Вид-во НУ «Львівська політехніка», 2002. – 291 с.