

ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ НЕЛІНІЙНИХ ЗГИННИХ КОЛИВАНЬ КОЛОНИ ДЛЯ БУРІННЯ СВЕРДЛОВИН

Петро Пукач, д.т.н., проф.

Національний університет «Львівська політехніка», Львів

В якості математичної моделі згинних коливань колони для буріння свердловин, яка обертається із кутовою швидкістю Ω та вздовж якої рухається нестислива рідина зі сталою відносною швидкістю V , розглядаємо рівняння

$$\begin{aligned}
 L(u) &= (r_1 + r_2) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + r_2 V \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t \partial x} - (S(x) - r_2 V^2) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - \frac{\partial S(x)}{\partial x} \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + \\
 &- (S(x) - r_2 V^2) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - \frac{\partial S(x)}{\partial x} \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + EI \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} - (r_1 + r_2) \Omega^2 u(x,t) = \\
 &= k_1 EI \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right)^3 - k_2 \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}. \quad (1)
 \end{aligned}$$

У рівнянні (1) $u(x,t)$ – поперечне відхилення перерізу колони з координатою x в довільний момент часу t , r_1, r_2 – відповідно маса одиниці довжини колони та рідини, яка в ній рухається, $S(x)$ – осьове зусилля у довільному перерізі колони, яке створюють спеціальні вантажі для тиску на бур та сила ваги колони, EI – згинна жорсткість колони, коефіцієнти k_1 та k_2 характеризують відповідно відхилення пружних властивостей матеріалу бурової колони від лінійного закону та силу опору. Крайові умови записуємо у вигляді

$$u(0,t) = \frac{\partial^2 u(0,t)}{\partial x^2} = 0, \quad u(l,t) = k_3 \sin(pt + q), \quad \frac{\partial^2 u(l,t)}{\partial x^2} = 0. \quad (2)$$

У залежностях (2) k_3, p, q – сталі (відповідно амплітуда, частота та початкова фаза зовнішнього періодичного збурення). При дослідженні задачі (1)-(2) отримані значення швидкості поздовжнього руху рідини $V_{кр}$, при якій за сталої кутової швидкості обертання бурової колони Ω_4 проходить зрив коливань, значення кутової швидкості обертання бурової колони $\Omega_{кр}$, при якій за сталої швидкості руху рідини V_1 вздовж труби проходить зрив коливань. Отримані результати, які необхідно враховувати при технологічних процесах буріння, вказують на шляхи уникнення зриву коливань: якщо процес дозволяє експлуатацію колони з кутовою швидкістю, близькою до $\Omega_{кр}$, то рідину слід подавати із швидкістю, меншою за V_1 .