

УДК 519.688.517.957

ДОСЛІДЖЕННЯ ІНТЕГРОВАНОСТІ НЕЛІНІЙНИХ МОДИФІКАЦІЙ РІВНЯННЯ КОРТЕВЕГА-ДЕ ФРІЗА

Філь Б.М., к.ф.-м.н., доц. каф ОМП

Національний університет «Львівська політехніка», Львів

Розв'язок нелінійних диференціальних рівнянь в частинних похідних в явному вигляді є достатньо трудомістким і не гарантує отримання результату у випадку неінтегрованості методом оберненої задачі розсіювання (МОЗР) динамічної системи [1]. Один з підходів, що дає відносно легку відповідь про інтегрованість нелінійного рівняння МОЗР, є наявність ієрархії нетривіальних законів збереження нелінійної динамічної системи. Сам метод, також є не простий в реалізації, але цілком алгоритмізований. Автором цей метод був реалізований в командах СКА МАТНЕМАТІСА [2].

З використанням описаного алгоритму було проведено дослідження інтегрованості модифікацій нелінійного рівняння Кортевега - де Фріза поліноміального вигляду [3], зараз розглядається дослідження інтегрованості рівняння вигляду:

$$u_t = -u_{xxx} + f(u)u_x$$

де f - довільна функція.

Після обчислень густин законів збереження, при тестування на відповідність необхідній умові (густина є повною похідною), отримуємо, що густина першого порядку набуває значення:

$$\frac{1}{3}f^{(IV)}(u)u_x^3 + f^{(III)}(u)u_x u_{2x}$$

для того, щоб отримати закон збереження в даному випадку цей вираз має бути тотожним 0 при будь-якій функції u . Це можливо тільки коли f має вигляд (c_i - довільні константи)

$$-c_1(u_x^6 \exp(-3uu_{2x}/u_x^2))/(27u_{2x}^3) + c_4u^2 + c_3u + c_2$$

Випадок $c_2 = 1, c_1 = c_3 = c_4 = 0$ дає лінійне рівняння, випадок $c_3 = 6, c_1 = c_2 = c_4 = 0$ - стандартне рівняння Кортевега-де Фріза, випадок $c_4 = 6, c_1 = c_2 = c_3 = 0$ - модифіковане рівняння Кортевега-де Фріза. В обох останніх випадках обчислюється нетривіальна ієрархія законів збереження (алгоритмом, що описаний в [2]). Випадок $c_1 = 1, c_2 = c_3 = c_4 = 0$ дає нелінійність настільки складного характеру, що це викликає сумнів в можливості фізичної інтерпретації такої модифікації рівняння.

Отже, отримуємо твердження, що при досліджуваній модифікації вигляду

$$u_t = -u_{xxx} + f(u)u_x$$

інтегрованими МОЗР будуть тільки варіанти модифікації які уже відомі, зокрема варіанти модифікації вигляду: $u_t = -u_{xxx} + buu_x$ та $u_t = -u_{xxx} + 6u^2u_x$

- [1] *Интегрируемые динамические системы: спектральные и дифференциально-геометрические аспекты* / Ю.А. Митропольский, Н.Н. Боголюбов (мл.), А.К. Прикарпатский., В.Г. Самойленко / К.: Наук. думка., 1987. - 296 с.
- [2] *Філь Б.М.* Обчислення законів збереження нелінійних динамічних систем методами комп'ютерної алгебри. // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Фізико-математичні науки. - 2014. - № 804. - С. 166-169.
- [3] *Філь Б.М.* Дослідження інтегрованості модифікацій рівняння Кортевега-де Фріза //Тринадцята відкрита наукова конференція Інституту прикладної математики та фундаментальних наук. Збірник матеріалів ["PSC-IMFS-13"], (Львів, 30-31 березня 2017 р.) - Львів: Видавництво Тараса Сороки, 2017. с.106.