ЗАДАЧА ДЛЯ РІВНЯНЬ ІЗ ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ НАД ПОЛЕМ *P*-АДИЧНИХ ЧИСЕЛ

Кузь А.М., к.ф.-м.н; Симотюк М.М., к.ф.-м.н., с.н.с.
ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Нехай p – деяке просте число, $|\cdot|_p$ – p-адична норма, $\mathbb{Q}_p$ – поле p-адичних чисел [1], $\mathbb{Z}_p=\left\{x\in\mathbb{Q}_p:|x|_p\le 1\right\}$.

Задачі для рівнянь із частинними похідними над $\mathbb{Q}_p$ виникають у математичній фізиці при описі процесів на планківських відстанях [2].

Позначимо $\mathrm{H}:=\mathrm{H}(\mathbb{Q}_p)$ – простір таких функцій $\varphi(x)= =\sum_{k=1}^{\infty}\varphi_k H_k(x)$, де $\varphi_k\in\mathbb{Q}_p$, $H_k(x)$ – фізичні поліноми Ерміта [3], що $\lim\limits_{k\to\infty}|\varphi_k|_p\sqrt{2^k k!}=0$, для яких скінченною є норма $\|\varphi;\mathrm{H}\|= =\sup_{k\in\mathbb{Z}_+}|\varphi_k|_p\sqrt{2^k k!}$. A – простір таких функцій $u:\mathbb{Z}_p\times\mathbb{Q}_p\to\mathbb{Q}_p$, $u(t,x)=\sum_{k=1}^{\infty}u_k(t)H_k(x)$ (де $u_k(t)$ – аналітичні функції) для яких є скінченною норма $\|u;\mathrm{A}\|=\sup_{j\in\mathbb{Z}_+}\sup_{k\in\mathbb{Z}_+}\left|u_k^{(j)}(0)/j!\right|_p\sqrt{2^k k!}$.

Розглядаємо таку задачу:

$$\partial_t^2 u(t,x)+bA^2(\partial_x)u(t,x)=0,\quad t\in\mathbb{Z}_p, x\in\mathbb{Q}_p, \tag{1}$$

$$I_0[u]=\varphi_1(x),\quad I_1[u]=\varphi_2(x),\quad x\in\mathbb{Q}_p, \tag{2}$$

де $b\in\mathbb{Q}_p,\varphi_1,\varphi_2\in\mathrm{H}, A(\partial_x)=-\partial_x^2+2x\partial_x$; $I_j, j=0,1,$ – операція, дія якої на аналітичну функцію $u(t,x)=\sum_{m=1}^{\infty}u_m(x)t^m$ задається формулою $I_j[u]= =\sum_{m=0}^{\infty}u_m(x)T^{m+j+1}/(m+j+1)$, $|T|_p<1$.

Встановлено умови існування єдиного розв'язку $u(t,x)$ задачі (1), (2) в просторі A. Задача (1), (2) є аналогом задачі з інтегральними умовами для дійсних t,x.

1. *Kochubei A.N.* Pseudo-Differential Equations and Stochastics over Non-Archimedean Fields. – New York: Marcel Dekker, 2001. – 336 p.
2. *Владимиров В.С., Волович И.В., Зеленов Е.И.* *p*-адический анализ и математическая физика. – М.: Физматлит, 1994. – 352 с.
3. *Khrennikov A. Yu.* Mathematical methods of the non-Archimedean physics // Uspekhi Mat. Nauk. – 1990. – **45** (4). – P. 79–110.