

УДК 519.65

Ермітові сплайни з ланкою у вигляді суми многочлена і експоненти з п'ятьма параметрами

Пізюр Я. В., к.ф.-м.н., доц. каф. ПМ

Національний університет «Львівська політехніка»
(вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна)

Ряд задач вимагає апроксимації не тільки самої функції, а і її похідних. Для цього доцільно використовувати ермітові сплайни. Щоб покращити точність наближення застосовують ермітові сплайни з нелінійними за параметрами виразами в ланці. Доповідь присвячена побудові ермітового сплайна з ланкою у вигляді суми многочлена і експоненти з п'ятьма параметрами

$$F_5(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3 \exp(vx), \quad (1)$$

де a_j , $j = \overline{0,3}$ і v невідомі параметри. За означенням [1] ермітовий сплайн з непарною кількістю параметрів описується системою рівнянь

$$\begin{cases} f_0 - a_0 - a_1x_0 - a_2x_0^2 - a_3 \exp(vx_0) = 0, \\ f'_0 - a_1 - a_2x_0 - a_3v \exp(vx_0) = 0, \\ f_1 - a_0 - a_1x_1 - a_2x_1^2 - a_3 \exp(vx_1) = 0, \\ f_2 - a_0 - a_1x_2 - a_2x_2^2 - a_3 \exp(vx_2) = 0, \\ f'_2 - a_1 - a_2x_2 - a_3v \exp(vx_2) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

де $x_0 < x_1 < x_2$, $f_i = f(x_i)$, $i = \overline{0,2}$, $f'_i = f'(x_i)$, $i = 0, 2$.

Із системи (2) знаходимо вирази для параметрів a_j , $j = \overline{0,3}$ ланки ермітового сплайна (1), які залежать від значень наближуваної функції і її похідної у точках x_0, x_1, x_2 , а також від параметра v . Параметр v є коренем нелінійного рівняння. Доведено теорему про існування і єдиність розв'язку цього рівняння.

Наведено формулу для похибки балансного (з однаковою максимальною похибкою на кожній ланці) наближення функцій ермітовим сплайном з ланкою (2). На основі обмінної теореми та властивостей ядер похибок [1], виведено аналітичний вираз для ядра похибки

$$\eta(f, F_5) = f^{(5)}(x) - \frac{(f^{(4)}(x))^2}{f^{(3)}(x)}. \quad (3)$$

Чисельні експерименти підтверджують правильність теоретичних результатів.

- [1] Пізюр Я. В. Наближення функцій ермітовими сплайнами з експоненціальними ланками. Вісник НУ «Львівська політехніка», «Фізико-математичні науки». **556**, 68–75 (2007).