

УДК 539.3

Дослідження тривимірного напруженого стану трансверсально-ізотропних тіл

Кушнір Р. М.^{1,2}, академік НАН України, д.ф.-м.н., проф. каф. ПМТоковий Ю. В.^{1,2}, д.ф.-м.н., доц. каф. ПМБойко Д. С.², аспірант

¹Національний університет «Львівська політехніка»
(вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна)

²Інститут прикладних проблем механіки і математики НАН України
(вул. Наукова, 3-Б, м. Львів, 79060, Україна)

У сучасній техніці та суміжних галузях дедалі ширше запроваджують новітні технології виготовлення та використання композитних матеріалів з метою покращення експлуатаційних показників елементів конструкцій, машин і механізмів. Адекватне прогнозування цих показників передбачає вивчення реологічної поведінки виготовлених з композитних матеріалів елементів конструкцій, одним з етапів якого є аналіз у рамках лінійної теорії пружності напружено-деформованого стану твердих тіл з анізотропних, зокрема трансверсально-ізотропних, матеріалів. Серед широкоживаних трансверсально-ізотропних композитів, механічні характеристики яких є однаковими у двох просторових напрямках (площині ізотропії) та відрізняються від відповідних характеристик у перпендикулярному (трансверсальному) до площини ізотропії напрямку, можна назвати однонапрямлені волокнисті композити з гексагональною укладкою волокон, тонкошарові ламінати з довільною орієнтацією плоских шарів тощо [1].

Внаслідок відмінності модулів трансверсально-ізотропного матеріалу розв'язання відповідних задач теорії пружності є значно складнішим порівняно з ізотропним випадком, особливо в загальній тривимірній постановці. Переважна більшість методів для їх аналізу є поширенням на клас анізотропних матеріалів методів, розвинутих для випадку ізотропії пружних властивостей, що вдається зробити лише для певних спрощених постановок [2, 3]. У загальному ж тривимірному випадку, побудова аналітичних розв'язків задач теорії пружності для анізотропних тіл залишається проблемним питанням (див. огляд досліджень [1]). Насамперед ми це пов'язуємо з тим, що застосування методу потенціальних функцій, на якому ґрунтується більшість відомих методик розв'язання задач такого класу для ізотропних тіл, у випадку трансверсально-ізотропних матеріалів часто пов'язане зі складнощами аналітичного та обчислювального характеру. Ці складнощі спричинені, зокрема, підвищенням порядку вихідних систем диференціальних рівнянь, а також тим, що власні значення відповідних спектральних задач для ключових рівнянь виражаються через пружні модулі трансверсально-ізотропного матеріалу, що суттєво ускладнює використання таких методів порівняно з ізотропним випадком.

У доповіді викладено поширення методу безпосереднього інтегрування [4] для побудови аналітичного розв'язку тривимірної задачі теорії пружності для трансверсально-ізотропного півпростору за силового навантаження обмежувальної поверхні. Задачу зведено до системи семи ключових рівнянь для семи шуканих функцій: шести компонент тензора напружень та сумарних нормальних напружень. Отриману систему розв'язано у просторі подвійного інтегрального перетворення Фур'є, послідовно визначаючи шукані функції. Досліджено можливі форми розв'язків ключових рівнянь, які залежать від співвідношеннями між пружними модулями трансверсально ізотропного матеріалу. На основі розглянутих прикладів числових розрахунків для конкретних трансверсально-ізотропних матеріалів показано суттєвий вплив на розподіли напружень у трансверсально-ізотропному півпросторі відмінності пружних модулів матеріалу у площині ізоотропії та у перпендикулярному до неї напрямку. Побудовані форми розв'язків є зручними для аналізу та числової реалізації, а також є потенційно привабливими для перевірки аналітичних або чисельних методів, розроблених для аналізу трансверсально-ізотропних твердих тіл. Отримані за допомогою розробленого підходу розв'язки задач теорії пружності є ефективними у використанні для розв'язання інших класів задач, зокрема задач керування та ідентифікації напружено-деформованого стану трансверсально-ізотропних тіл [5].

Дослідження виконано за часткової підтримки бюджетної програми НАН України КПКВК 6541230 «Підтримка розвитку пріоритетних напрямів наукових досліджень»

- [1] Tokovyy Y., Ma C. C. Three-dimensional elastic analysis of transversely-isotropic composites // Journal of Mechanics. – 2017. – **33**, No. 6. – P. 821–830.
- [2] Немши Ю. Н. Развитие аналитических методов в трехмерных задачах статики анизотропных тел (обзор) // Прикл. механика. – 2000. – **36**, № 2. – С. 3–38.
- [3] Подильчук Ю. Н. Точные аналитические решения пространственных граничных задач статики трансверсально-изотропного тела канонической формы (обзор) // Прикл. механика. – 1997. – **33**, № 10. – С. 3–30.
- [4] Tokovyy Yu. V. Direct integration method / In R. B. Hetnarski (ed.): Encyclopedia of Thermal Stresses. – Dordrecht: Springer, 2014. – Vol. 2. – P. 951–960.
- [5] Kushnir R., Yasinskyi A. Control of steady-state thermal displacements and stresses in a plane-strained half-space. – 2018. – **2**, No. 10–12. – P. 1468–1486.