УДК 517.53

# Знаходження узагальнених моментів многочленів Чебишева

**Чип М. М.**, к.ф.-м.н., доц. каф. ВМ

Національний університет «Львівська політехніка»
(вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна)

Узагальнені моменти $\{s_n\}_0^\infty$ на відрізку $[a,b]$ дійсної осі зображаються у вигляді

$$s_{k+l} = \int_a^b a_k(x) b_l(x) d\mu(x),$$

в якому функції$\{a_k(x)\}_0^\infty$ та $\{b_l(x)\}_0^\infty$ інтегровані з квадратом, а функція $\mu(x)$ монотонно неспадна з нескінченною кількістю точок зростання.

Ортогональні многочлени Чебишева $\{T_n(x)\}_0^\infty$ першого роду стравджують співвідношення

$$\int_{-1}^{1} T_k(x) T_l(x) \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \begin{cases} 0, & k \neq l \\ \frac{\pi}{2}, & k = l \neq 0 \\ \pi, & k = l = 0 \end{cases}.$$

Ортогональні многочлени Чебишева $\{U_n(x)\}_0^\infty$ другого роду стравджують співвідношення

$$\int_{-1}^{1} U_k(x) U_l(x) \sqrt{1-x^2} dx = \begin{cases} 0, & k \neq l \\ \frac{\pi}{2}, & k = l \end{cases}.$$

**Теорема 1.** *Істинна рівність*

$$\int_{-1}^{1} U_k(x) U_l(x) \sqrt{1-x^2} dx = \frac{1+(-1)^{k+l}}{k+l+1}.$$

Доведення здійснюється методом інтегрування частинами і застосуванням співвідношення $U_l(x) = \frac{T'_{l+1}(x)}{1+l}$ та зображення узагальнених моментів.

Знайдені узагальнені моменти $S_n = \frac{1+(-1)^n}{n+1}$ є коефіцієнтами степеневого ряду функції $\frac{1}{z} \ln \frac{1+z}{1-z}$, збіжного в одиничному крузі.