

УДК 517.956.4

## Коректна розв'язність задачі Коші для ультрапараболічних рівнянь типу Колмогорова

Мединський І. П., к.ф.-м.н., доц. каф. ПМ

Національний університет «Львівська політехніка»  
(вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна)

Доповідь присвячена класу рівнянь, який є природним узагальненням класичного рівняння дифузії з інерцією А. М. Колмогорова [1]. Це рівняння і його різноманітні узагальнення вивчалися багатьма авторами [2]. Причиною цього є важливі застосування таких рівнянь у статистичній фізиці, теорії дифузійних процесів, сучасній фінансовій математиці і, зокрема, теорії опціонів [3–5].

Нехай  $n, n_1, n_2$  і  $n_3$  — задані натуральні числа такі, що  $n_1 \geq n_2 \geq n_3 \geq 1$  і  $n = n_1 + n_2 + n_3$ ;  $x := (x_1, x_2, x_3)$ , де  $x_j := (x_{j1}, \dots, x_{jn_j}) \in \mathbb{R}^{n_j}$ ,  $j \in \{1, 2, 3\}$ ;

$$S := \partial_t - \sum_{j=1}^{n_2} x_{1j} \partial_{x_{2j}} - \sum_{j=1}^{n_3} x_{2j} \partial_{x_{3j}}; \quad A(t, x, \partial_{x_1}) := \sum_{j,l=1}^{n_1} a_{jl}(t, x) \partial_{x_{1j}} \partial_{x_{1l}} + \sum_{j=1}^{n_1} a_j(t, x) \partial_{x_{1j}} + a_0(t, x); \quad \Pi_{(0,T]} := \{(t, x) | t \in (0, T], x \in \mathbb{R}^n\}.$$

Розглянемо рівняння

$$(S - A(t, x, \partial_{x_1}))u(t, x) = f(t, x), \quad (t, x) \in \Pi_{(0,T]}, \quad (1)$$

з початковою умовою

$$u(t, x)|_{t=0} = \varphi(x), \quad x \in \mathbb{R}^n. \quad (2)$$

Встановлено умови на коефіцієнти рівняння (1), функції  $f$  і  $\varphi$ , за яких задача Коші (1), (2) має єдиний розв'язок, який неперервно залежить від даних задачі.

- [1] *Kolmogorov A. N.* Zufällige Bewegungen (Zur Theorie der Brownschen Bewegung) // Ann. Math. – 1934. – **35**. – P. 116–117.
- [2] *Eidelman S. D., Ivasyshen S. D., Kochubei A. N.* Analytic methods in the theory of differential and pseudo-differential equations of parabolic type // Operator Theory: Adv. and Appl. – 2004. – **152**. – 390 p.
- [3] *Di Francesco M., Pascucci A.* On a class of degenerate parabolic equations of Kolmogorov type // AMRX Appl. Math. Res. Express. – 2005. – № 3. – P. 77 – 116.
- [4] *Ivasyshen S. D., Medynsky I. P.* The Fokker–Planck–Kolmogorov equations for some degenerate diffusion processes // Theory of Stochastic Processes. – 2010. – **16(32)**, № 1. – С. 57 – 66.
- [5] *Pascucci A.* Kolmogorov equations in physics and finance // Progress in Nonlinear Differential Equations and Their Applications. – 2005. – **63**. – P. 313 – 324.