

УДК 511.2

Про одну властивість поліноміального пучка матриць із цілочисловими параметрами

Бобик І. О.¹, к.ф.-м.н., доц. каф. ВМСимотюк М. М.^{1,2}, к.ф.-м.н., с.н.с., доц. каф. ВМ¹Національний університет «Львівська політехніка»

(вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна)

²Інститут прикладних проблем механіки і математики

ім. Я. С. Підстригача НАН України

(вул. Наукова, 3^б, м. Львів, 79060, Україна)Нехай $L(\lambda, k)$, $k = (k_1, \dots, k_p) \in \mathbb{Z}^p$, – поліноміальний матричний пучок

$$L(\lambda, k) = \lambda^n + A_{n-1}(k)\lambda^{n-1} + \dots + A_0(k), \quad (1)$$

де $A_j(\xi) = \|a_{q,r}^j(\xi)\|_{q,r=1}^m$, $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_p)$, $j = 0, 1, \dots, n$, – квадратні матриці порядку m , елементи $a_{q,r}^j(\xi)$, $q, r = 1, \dots, m$, $j = 0, 1, \dots, n-1$, яких є поліномами від ξ_1, \dots, ξ_p степеня N з комплексними коефіцієнтами вигляду

$$a_{q,r}^j(\xi) = \sum_{|s| \leq N} a_{q,r}^{j,s} \xi_1^{s_1} \dots \xi_p^{s_p}, \quad a_{q,r}^{j,s} \in \mathbb{C}, \quad s = (s_1, \dots, s_p) \in \mathbb{Z}_+^p, \quad |s| \leq N. \quad (2)$$

Позначимо: $l(\lambda, k)$ – визначник матриці $L(\lambda, k)$; $\lambda_1(k), \dots, \lambda_{mn}(k)$ – λ -корені многочлена $l(\lambda, k)$; $\mathbf{h}_q(k) \equiv \text{col}(h_q^1(k), \dots, h_q^m(k)) \in \mathbb{C}^m$ – перший стовпець матриці $L^*(\lambda_q(k), k)$, яка є приєднаною до матриці $L(\lambda_q(k), k)$,

$$\mathbf{H}_q(k) \equiv \text{col}(\mathbf{h}_q(k), \lambda_q(k)\mathbf{h}_q(k), \dots, \lambda_q^{n-1}(k)\mathbf{h}_q(k)) \in \mathbb{C}^{mn}, \quad q = 1, \dots, mn,$$

$$H(k) \equiv \det(\mathbf{H}_1(k), \dots, \mathbf{H}_{mn}(k)), \quad k \in \mathbb{Z}^p.$$

Будемо говорити, що для пучка (1) виконується властивість H_δ , $\delta \in \mathbb{R}$, якщо для всіх (крім скінченної кількості) векторів $k \in \mathbb{Z}^p$ виконується нерівність

$$|H(k)| > (1 + |k|)^{-\delta}.$$

Властивість H_δ використовується для встановлення розв'язності задач з багаточисловими умовами для систем рівнянь із частинними похідними зі сталими коефіцієнтами [1]. За допомогою теорії симетричних многочленів та результатів метричної теорії чисел доведено, що для майже всіх (стосовно міри Лебега) векторів, складених із коефіцієнтів $a_{q,r}^{j,s}$ у формулі (2), умова H_δ виконується для

$$\delta > (2mn(mn - 1) + m^2n(2mn - n - 1)) p/4.$$

[1] Пташник Б. И. Некорректные граничные задачи для дифференциальных уравнений с частными производными. – К.: Наук. думка, 1984. – 264 с.