

оберненій параболічній залежності:  
 $x(y) = -(s_f a_2 y^2 + a_1 y + s_f a_0)$  при повороті координат на кут  
 $\varphi = s_f \pi / 2$ .

**6. Висновки.** 1. Запропонований метод побудови нелінійних залежностей на основі експериментальних даних забезпечує врахування непевності  $u(x)$  і  $u(y)$  результатів вимірювань обох величин згідно з їхніми фактичними значеннями.

2. Алгоритм побудови нелінійної залежності поділяється на три етапи: 1) поворот експериментальних точок на кут, тангенс якого дорівнює відношенню стандартних непевностей результатів вимірювань величин; 2) визначення коефіцієнтів нелінійної залежності звичайним методом найменших квадратів; 3) визначення залежності у первісній системі координат шляхом оберненого повороту координат.

3. Отримані залежності забезпечують визначення нелінійної залежності для довільного співвідношення стандартних непевностей результатів вимірювань обох величин.

1. Kendall M.G. and Stuart A. *The Advanced Theory of Statistics, Volume Two*. Charles Griffin and Co Ltd, London, Third edition, 1973.
2. Draper N. R. and Smith H. *Applied Regression Analysis*. Willey & Sons, New York, 1973.
4. Gillard J.W. *An Historical Overview of Linear Regression with Errors in Both Variables // School of Mathematics, Senghenydd Road, Cardiff University*, 2006.
5. Dorozhovets M. *Niepewność liniowej regresji ortogonalnej. Pomiary, Automatyka, Kontrola. N9\_bis, 2007, T.I, s.31-34. Kongres KKM-2007 w Krakowie*.
6. Dorozhovets M. *Regresja liniowa uwzględniająca niepewności pomiaru obydwu wielkości. Materiały konferencji „Podstawowe problemy metrologii PPM-2008”, Sucha Beskidzka, 12-15.05. – 2008. – S. 25–28*.
7. Dorozhovets M. *Uwzględnienie niepewności pomiaru obydwu wielkości w regresji liniowej. Pomiary Automatyka Kontrola, 2008. – №9*.
8. Дорожовець М. М. *Оптимальне урахування непевності вимірювань вхідної та вихідної величин у лінійній регресії. Вісник НУ "Львівська політехніка": "Автоматика вимірювання та керування". – Львів, 2008. – № 608. – С.42–48*.

УДК 53.05:617.735

## ОПТИМАЛЬНА ОБРОБКА ЕЛЕКТРОРЕТИНОСИГНАЛУ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ФОРМИ ЕЛЕКТРОРЕТИНОГРАМИ

© Роман Ткачук, 2009

Державний технічний університет імені Івана Пулюя, вул. Руська, 56, Тернопіль, Україна  
 Vmp@tu.edu.te.ua

*На основі лінійної математичної моделі електроретиносигналу (ЕРС) побудовано метод його оптимальної цифрової обробки для визначення форми електроретинограми (ЕРГ) при офтальмодіагностиці. Розроблено метод синтезу оптимального цифрового фільтра ЕРС. Визначено характеристику передачі фільтра, вибрано його структуру і розроблено метод розрахунку параметрів цієї структури. Наведено результати комп'ютерного моделювання оптимальної обробки ЕРС та її характеристики.*

*Используя линейную математическую модель электроретиносигнала, разработан метод синтеза оптимального цифрового фильтра и предложен расчет его параметров. Приведены результаты компьютерного моделирования оптимальной обработки ЭРС и его характеристики.*

*On the base of the linear stochastic discreet process as a mathematics model of an electroretinosignal a digital electroretinosignal processing method for ophthalmodiagnostic estimation of the electroretinogram has been built. A method of an optimal digital filter synthesis has been developed. The filters transfer function determined, the structure selected and a method of its parameters estimation is given. Results of computing simulation of the optimal digital processing of the electroretinosignal are lay down.*

**Вступ.** Ретинографічні методи медичних досліджень візуальної системи людини ґрунтуються на

інтерактивному чи автоматизованому відборі та аналізі електроретинограм (ЕРГ) [1]. Форму та динамічний

діапазон інтенсивності світлового стимулу візуальної системи для виклику появи на сітківці ока електроретиносигналу (ЕРС) намагаються вибрати такими, щоби досягти якнайменшого впливу на пацієнта, без виникнення збурення, та забезпечити належне відтворення ЕРГ. Оскільки тоді візуальна система та ЕРС адекватно подаються лінійними математичними моделями, це спрощує побудову та аналіз ЕРГ [2]. Але специфічні для біосигналу шуми, артефакти та завади, незважаючи на додаткові спеціальні заходи при конструюванні електродів для відбору зі сітківки ока ЕРС, його відповідну обробку, все-таки зменшують роздільну здатність та точність побудови ЕРГ за відібраним ЕРС. Це є вагомою причиною недостатнього використання та незадовільних результатів застосування ЕРГ-методів [1].

Артефакти, шуми є евентуальними, імпульсними, стохастичними завадами. Під час інтерактивних досліджень їх опрацьовують методом візуального аналізу відібраного і переданого ЕРС. Завдання автоматизованого опрацювання артефактів близьке за змістом до відомих задач фільтрації із суміші сигналу та шуму і розв'язується застосуванням фільтра, характеристики якого синтезують методом ковзного середнього. Проте у такому разі умова задачі ускладнюється необхідністю не тільки побудувати із суміші ЕРС та артефакту ЕРГ, але й оцінити, наскільки ймовірно отриманий сигнал відтворює ЕРГ з потрібною точністю. Такі задачі розв'язуються методами статистичної теорії вибору рішення із застосуванням узгодженої (оптимальної у сенсі мінімальної похибки наближення відтвореної ЕРГ до заданої) чи енергетичної (оптимальної у сенсі мінімального значення відношення енергії відтвореної ЕРГ до енергії шуму) фільтрації [3–6].

У цій статті на основі обґрунтованих раніше експериментальних лінійних математичних моделей ЕРС [7–9] досліджуються методи синтезу характеристик оптимально узгодженого із заданою формою ЕРГ цифрового фільтра ЕРС та розроблено метод оцінювання вірогідності результату фільтрації.

### 1. Методи цифрової оптимальної обробки ЕРС.

На основі лінійної математичної моделі цифрових сигналів (поданих дискретно у часі кодами значень відліків) та кіл (поданих напрямленими графами) для оптимальної цифрової обробки ЕРС параметри функції передачі повинні забезпечити мінімальне

значення середньоквадратичної похибки між отриманою та заданою ЕРГ.

Цифрові кола реалізують низкою методів, які ґрунтуються на виразах [10]:

А) ковзного середнього:

$$\hat{S}_n = \sum_{i=-l}^l a_i x_{n-i}; \quad (1)$$

Б) “згортки”: 
$$\hat{S}_n = \sum_{i=1}^N h_i x_{n-i}; \quad (2)$$

В) “рекурсії”:

$$\hat{S}(z^{-1}) = \prod_{i=1}^m \frac{\alpha_i (z^{-2} - 1)}{z^{-2} - 2b_{1i} z^{-1} + b_{2i}} X(z^{-1}); \quad (4)$$

Г) прямого–зворотного перетворення Фур'є  $\Phi\{\cdot\}$ :

$$\begin{aligned} X(e^{j2\pi nk/N}) &= \Phi\{x_n\}, \\ Y(e^{j2\pi nk/N}) &= H(e^{j2\pi nk/N}) X(e^{j2\pi nk/N}), \\ \hat{S}_n &= \Phi^{-1}\{Y(e^{j2\pi nk/N})\}, \end{aligned} \quad (5)$$

де  $n = \overline{0, N-1}$ ,  $k = \overline{0, N-1}$ ,  $N$  — кількість відліків,  $H$  — функція передачі фільтра, наприклад (4);

Д) “частотної вибірки” (апроксимація Лагранжа функції передачі), де  $m$  — кількість точок апроксимації Лагранжа спектра ЕРГ:

$$\hat{S}(z^{-1}) = (z^{-m} - 1) \sum_{i=1}^m \frac{\alpha_i}{z^{-2} - 2b_{1i} z^{-1} + b_{2i}} X(z^{-1}) \quad (6)$$

Е) обчислень за відліками прямих  $(X_1, \hat{S}_1)$  та віддзеркалених  $(X_2, \hat{S}_2)$  “хвиль” відповідно на вході  $(X)$  та виході  $(\hat{S})$  кола з розподіленими параметрами (розрахунок коефіцієнтів таких цифрових “хвилевих” кіл виконується методом перерахунку коефіцієнтів відповідних аналогових фільтрів або синтезом їх за заданою ЕРГ  $(X, \hat{S})$  —  $z$ -перетворення відповідних послідовностей):

$$\begin{aligned} s_1(n) &= x_1(n-1) \cdot a_2 a_6 + x_2(n) a_1 a_3 a_6 \\ s_2(n) &= x_1(n-1) \cdot a_4 a_7 + x_2(n) a_1 a_5 a_7 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{vmatrix} \hat{S}_1 \\ \hat{S}_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} z^{-1} & A \\ z^{-1} & B \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} C \\ D \end{vmatrix}^T; \quad (8)$$

Ж) обчислень методом калманівської фільтрації у просторі деяких змінних стану ЕРС  $Y_n$  та відомих збурень  $\Xi_n$  візуальної системи, відібраному ЕРС

$X_n$ , шумах  $\eta_n$  та  $E_n$  вiдбору ЕРС iз збуренням вiзуальної системи, а також матрицях стану  $A$ , входу  $B$ , виходу  $C$ , впливу  $D$  та  $G, F$  тодi визначаються вектори коефiциєнтiв Калмана  $K$  й оцiнка змiнних стану ЕРС  $\hat{Y}$ , за яких оцiнка ЕРГ  $\hat{S}$  має мiнiмальну дисперсiю:

$$\begin{aligned} Y_{n+1} &= AY_n + B\xi_n + GE_n, \\ X_n &= CY_n + D\xi_n + FE_n + \eta_n, \\ \hat{Y}_{n+1} &= A\hat{Y}_n + K[X_n - C\hat{Y}_n - D\xi_n] \end{aligned} \quad (9)$$

На рис. 1 наведено схему застосування фiльтра Калмана.

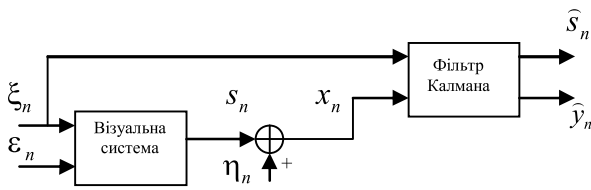


Рис.1. Схема застосування фiльтра Калмана

Отже, для отримання з ЕРС оцiнки ЕРГ, близької за заданим значенням критерiю до заданої ЕРГ, необхідно застосувати до ЕРС один з фiльтрiв (1–7) з адаптуванням значення його коефiциєнтiв. Методом (8) така адаптацiя передбачається.

**2. Адаптацiя фiльтра для оптимальної обробки ЕРС.** Вважатимемо, що оцифрований ЕРС має вираз

$$x_n = s_n + \eta_n, \quad (10)$$

де  $s_n$  — задана ЕРГ,  $\eta_n$  — шум,  $n = \overline{1, N}$ . У результатi оптимальної обробки ЕРС  $x_n$  отримуємо оцiнку  $\hat{s}_n$ , близьку до заданої ЕРГ.

2.1. Пряме адаптування коефiциєнтiв. Характеристику оптимальної обробки фiльтра, заданого одним з виразiв (2–6), отримаємо адаптацiєю їх коефiциєнтiв за схемою, наведеною на рис. 2.

Наприклад, коефiциєнти  $b_1$  i  $b_2$ , початковi умови  $x_{-1}, x_{-2}$  та кiлькiсть вiдлiкiв ЕРС  $N$  для структури цифрового кола (в) рiзницевого оператора, яка є фiльтром з характеристикою передачі (4) для  $m = 1$

$$\hat{S}(z^{-1}) = \frac{1}{z^{-2} - 2b_1z^{-1} + b_2} X(z^{-1}) \quad (11)$$

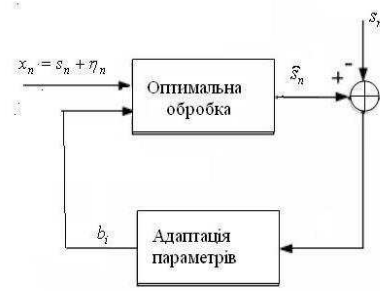


Рис. 2. Схема адаптивного фiльтра

та визначаються такими, щоби послiдовнiсть  $\hat{s}_k$  на виходi фiльтра була близькою до заданої послiдовности  $s_k$  при подаваннi на вхiд ЕРС  $x_k, k = \overline{1, N}$ :

$$\operatorname{argmin}_{\forall \{b_1, b_2, x_{-1}, x_{-2}, N\}} K(s, \hat{s}), \quad (12)$$

де

$$K = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (s_k - \hat{s}_k)^2} \quad (13)$$

критерiй близькостi. Адаптацiя параметрiв (11) (рис. 1) виконується, наприклад, вибором коефiциєнтiв методом простого, спрямованого перебору. Граничнi значення коефiциєнтiв та початкових умов, крок їх змiни вибирають евристично, iз застосуванням розрахункових залежностей мiж коефiциєнтами  $b_1$  i  $b_2$ , початковими умовами  $x_{-1}, x_{-2}$  та параметрами послiдовности  $s_n$  — заданої (стандартної) ЕРГ (наведеної в [1], рис.1). У ходi адаптацiї отримують коефiциєнти, для яких виконується умова (12). Їх визначають за номерами приростiв коефiциєнтiв та їх початковими значеннями за мiнiмуму середньоквадратичної похибки (13).

2.2 Рекурсивне адаптування. Метод калманiвської фiльтрацiї при апiорних вiдомостях про збурення  $\xi_n$  вiзуальної системи та вiдбраний її вiдгук  $x_n$ , автокореляцiйнi та взаємкореляцiйнi функцiї шумiв  $\epsilon_n$  та  $\eta_n$  уможливають визначення матрицi коефiциєнтiв пiдсилення  $K$ , за допомогою яких визначаються оцiнки змiнних стану ЕРС та їх дисперсiя. Цi обчислення повторюються до досягнення прийняттого значення цiєї дисперсiї. Коефiциєнти  $K$  визначаються процедурою, на кожному кроцi якої розв'язується рiвняння Рiккати (складене з вико-

ристанням так званого оновлюючого шуму) або методом статистичної теорії вибору рішення (коли задавалися відповідні функції густини розподілу).

Для означення матриць у виразах (9) та змінних стану ЕРС  $Y$  та елементів та компонентів використано різницеву модель ЕРГ експерименту:

$$\begin{cases} Y_{n-1} = AY_n + B\xi_n, \\ X_n = CY_n + D\xi_n + \eta_n, \end{cases} \quad (14)$$

де (у термінах калманівської фільтрації)  $Y_n$  — деякий вектор стану ЕРГ,  $\xi_n$  — вектор входу,  $A$  — матриця стану,  $B$  — матриця входу,  $C$  — матриця виходу,  $D$  — матриця впливу. При цьому:

$$b_2 s_{n-2} + b_1 s_{n-1} + s_n = \xi_n. \quad (15)$$

Заміною  $s_{n-1} = y_n$ ,  $s_{n-2} = y_{n-1}$  отримаємо систему рівнянь

$$\begin{cases} s_{n-1} = y_n \\ y_{n-1} = -\frac{1}{b_2} s_n - \frac{b_1}{b_2} y_n + \frac{1}{b_2} \xi_n, \end{cases} \quad (16)$$

звідки

$$Y_{n-1} = \begin{bmatrix} s_{n-1} \\ y_{n-1} \end{bmatrix}, \xi_n = \begin{bmatrix} \xi_n \\ 0 \end{bmatrix}, Y_n = \begin{bmatrix} s_n \\ y_n \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{b_2} & -\frac{b_1}{b_2} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{b_2} & 0 \end{bmatrix},$$

й рівняння (15) набуде вигляду

$$\begin{bmatrix} s_{n-1} \\ y_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{b_2} & -\frac{b_1}{b_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_n \\ y_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{b_2} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \xi_n \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Вектор-матричне рівняння  $X_n = CY_n + D\xi_n$  зі системи (14) набуде вигляду:

$$x_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_n \\ y_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_n \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Оцінка ЕРГ  $\hat{s}_n$  визначається з рівнянь:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} s_{n-1} \\ y_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{b_2} & -\frac{b_1}{b_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_n \\ y_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{b_2} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \xi_n \\ 0 \end{bmatrix} \\ x_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_n \\ y_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_n \end{bmatrix} \end{cases} \quad (20)$$

як значення  $s_n$  з мінімальною дисперсією, наприклад, функцією *kalman* з Matlab.

**3. Обговорення результатів.** На рис. 2 наведено типову оцінку ЕРГ  $\hat{s}_n, n = \overline{1, N}, N=256$ , отриману оптимальною за критерієм (12) фільтрацією (11) адитивної суміші  $x_n$  заданої ЕРГ  $s_n$  та білого нормального шуму  $\eta_n$  з нульовим математичним сподіванням і дисперсією, що дорівнює одиниці.

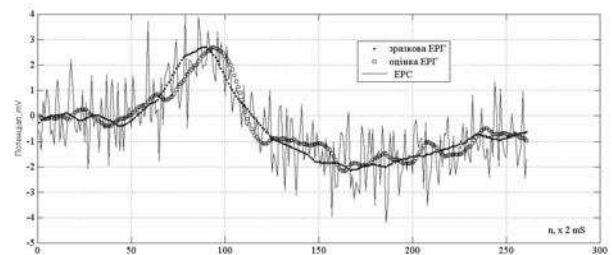


Рис. 3. Ілюстрація результату оптимальної обробки ЕРС для оцінювання ЕРГ

Вважається, що послідовність  $x_n$  отримано з неперервного ЕРС його подаванням на АЦП з вхідним біопідсилювачем з верхньою частотою рівномірної АЧХ 30 Гц та коефіцієнтом підсилення  $10^4$ ;  $n=12$ ,  $f_d=500$  Гц,  $c=15$  мВ [6]. За початкові значення коефіцієнтів прийнято  $b_1 = 1.9$ ,  $b_2 = 0.9$ , крок зміни коефіцієнтів становив 0.000111. Отримано значення коефіцієнтів відповідно 1.9001 та 0.9359 за нульових початкових умов. В результаті значення середньоквадратичного відхилення було досягнуто  $K=0.0745$ .

При заданні ненульових початкових умов (знайдених, наприклад, методом, наведеним у [10] для заданої ЕРГ), меншого кроку наближення коефіцієнтів, фільтра вищого порядку, кращого критерію (щоб форма оцінки ЕРГ була точнішою, необхідно закласти не “енергетичний” критерій адаптації у сенсі Колмогорова – Вінера, а “узгоджений” — наприклад, у сенсі Норса), точність оцінки ЕРГ підвищувалася. Але випадковий характер шуму, завад, артефактів не уможлилював отримання малої дисперсії оцінки методом безпосередньої адаптації коефіцієнтів фільтра. Для зменшення дисперсії оцінки ЕРГ застосування адаптивного фільтра, у якому цей факт враховано

(таким є фільтр Калмана, у якому враховуються статистичні характеристики як вхідних шумів, так і шумів оцінювання) і підтверджено, що такий фільтр достатньо чутливий до адекватності моделі електро-ретинограми.

**Висновки.** Дослідження адаптивної оптимальної фільтрації ЕРС, поданого адитивною сумішшю заданої ЕРГ та білого шуму показало, що для отримання вірогідних оцінок необхідно виконувати оптимальну фільтрацію для кожного ЕРС з ансамблю, тобто фільтр синтезується для кожного окремого ЕРС.

Звідси випливає необхідність статистичного оброблення отриманого ансамблю електро-ретинограм та визначення вірогідності ЕРГ, одержаної у результаті такої статистичної обробки. Крім того, важливим є завдання дослідження оптимізаційних та адаптаційних процедур і визначення їхньої складності. Постає також завдання подальших досліджень математичних моделей ЕРС та їх верифікації на основі отриманих характеристик вірогідності оцінок ЕРГ, з одного боку, та вірогідності поданого адитивною сумішшю заданої ЕРГ та білого шуму. Дослідження показало, що для одержання вірогідних оцінок необхідно виконувати оптимальну фільтрацію для кожного ЕРС з ансамблю, тобто фільтр синтезується для кожного за статистикою результатів медичних застосувань, з іншого боку.

1. Казарян А.А. Паттерн-ретинограмма и глаукома // Глаукома. – №3, 2005. – С. 62–65. 2. Chung-Fang Wu, Fultong Wong Frequency Characteristics in the Visual System of Drosophila // The Journal of General Physiology Vol.69, 1977. – P. 705–724. 3. The Alan E. Lindsay ECG Learning Center in Cyberspace. – Режим доступу. – [http://library.med.utah.edu/kw/ecg/ACC\\_AHA.html](http://library.med.utah.edu/kw/ecg/ACC_AHA.html). – Заголовок з екрану. 4. The Scientist and Engineer's Guide for Digital Signal Processing. – Режим доступу: <http://www.dspguide.com/ch17/3.htm>. – Заголо-

вок з екрану. 5. Adaptive reduction of motion artifact: Overview. – Режим доступу: <http://www.eplimited.com/artifact.htm>. – Заголовок з екрану. 6. Marchenko V.G., Tkachuk R.A., Palamar M.I. Computing measuring system for biopotentials of visual analyzer investigations// Instrumentation in Ecology and Human Safety (IEHS96). – St.Peterburg: 1996. – S.114–115. 7. B. Holl, L. Špilák Digital filtration of artifacts in ECG. – Режим доступу <http://www.urel.feec.vutbr.cz/ra2008/archive/ra2004/abstracts/105.pdf>. – Заголовок з екрану. 8. Ткачук Р.А., Фриз М.Є., Марченко В.Г., Математична модель спонтанної електроенцефалограми в задачах офтальмодіагностики по зорових викликаних потенціалах // Вісник ТДТУ імені Івана Пулюя. – №2, 1997. 9. Marchenko V.G., Tkachuk R.A., Palamar M.I. Harmonic analysis using in human visual system diagnosis by means of electroretinograms identification// Pattern recognition and information processing. – Minsk, 1997. – v.1. – pp. 207–213. 10. Юзьків А.В., Яворський Б.І. Математичне моделювання електро-ретинографічних сигналів // Вісник ТДТУ імені Івана Пулюя. – № 2, 1997. – С. 40–45. 11. Ткачук Р.А. Математична модель... // Вісник ТДТУ імені Івана Пулюя. – № 2. – 2009. 12. Яворський Б.І. Математичні моделі; Яворський Б.І. Цифровой рекурсивный резонатор// Отбор и передача информации// Межвед. сб. – К.: Наук. дум., 1985. – Вып. 71. – С. 67–74. 13. Яворський Б.І. Цифровой генератор синуса// Авт.св. СССР № 1092516. – Бюл. № 18, 1984. 14. Троицкий И.Н. Оптимальная обработка информации. – М.: Знание, 1990. – 64 с. 15. Orfanidis S.J. Optimum signal processing: An introduction. – N.Y.: Macmilan Publishing Company, 1985. – 590 p. 16. Дудыкевич В.Б., Ткачук Р.А., Паламар В.И. Адаптивное управление процессом измерения биопотенциалов зрительного анализатора // Проблемы управления и информатики. – №2, 1997. – С.87–93. 17. Duhamel P., Montazeri M., Hilal K. Classical adaptive algorithms (LMS, RMS, CMA, decision directed) seen as recursive structures// IEEE Trans. –1993. P.496–499.