

ОЦІНКА МЕТРОЛОГІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЦИФРОВИХ ФІЛЬТРІВ

© Наконечний Ростислав, 2006

Національний університет "Львівська політехніка", кафедра електронно-обчислювальних машин,
вул. С. Бандери, 12, 79013, Львів, Україна

*Проаналізовано основні складові похибок цифрових фільтрів. Отримано математичну модель оцінки
результуючої похибки цифрових фільтрів.*

*Проанализированы основные составляющие погрешностей цифровых фильтров. Получена математическая
модель оценки результирующей погрешности цифровых фильтров.*

*The basic components of digital filters errors have been presented and analyzed in this paper. The mathematical model
of evaluation of digital filters resultant error is obtained.*

Вступ. Широке застосування цифрової обробки вимірювальної інформації зумовило велике зацікавлення розробників вимірювальної апаратури цифровими фільтрами (ЦФ). За їхньою допомогою заглушують певні частоти або виділяють окремі складові сигналу, які відповідають тим чи іншим властивостям досліджуваного процесу. На основі ЦФ побудовано багато пристроїв цифрового функціонального, зокрема малохвильового перетворення, параметри яких істотно залежать від характеристик згаданих структурних елементів. Виконання досліджень у цьому напрямку дає змогу підвищити ефективність цифрових функціональних перетворювачів, які використовують для обробки сигналів. Саме оцінка метрологічних характеристик ЦФ є предметом цієї роботи.

Аналіз основних досліджень. Оскільки, як вже згадувалося вище, основними елементами багатьох пристроїв дискретного оброблення сигналів є ЦФ [1, 2, 3], то для покращання метрологічних характеристик таких пристроїв передовсім доцільно проаналізувати похибки ЦФ.

Відомо, що загалом ЦФ описується таким рівнянням [1,4]:

$$y(nT) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k x(nT - kT) - \sum_{m=1}^{M-1} b_m y(nT - mT), \quad (1)$$

де a_k , b_m – вагові коефіцієнти фільтра.

Сигнали на вході $x(nT)$ і виході $y(nT)$ ЦФ подають у вигляді послідовності чисел, у вигляді двійкових кодів. На основі виразу (1) над цими кодами виконують операції затримки, додавання і перемноження. Алгоритм функціонування ЦФ реалізується неточно і виникають певні похибки обчислення. Основними складовими похибки є: похибки, зумовлені квантуванням вхідних і вихідних сигналів (обмежена кількість розрядів), похибки, зумовлені квантуванням

коефіцієнтів фільтра a_k та b_m і похибки, зумовлені обмеженою кількістю розрядів процесора, в якому здійснюють операції, внаслідок чого виконується округлення результатів арифметичних операцій [1,5]. В теорії ЦФ згадані вище складові похибок часто називають похибками квантування, які визначають точність реалізації алгоритму (1) і є важливим критерієм оцінки ЦФ [5, 6]. Аналізуючи похибки ЦФ, вважають, що усі джерела похибок є незалежними і вони не корелюють з вхідним сигналом. Отже, загальна похибка ЦФ буде розраховуватися як суперпозиція похибок, які зумовлені кожним незалежним джерелом.

Загалом квантування чисел розглядається як нелінійна операція [7], m -розрядне двійкове число A подано b -розрядним двійковим числом $B = F(A)$, причому $b < m$. В результаті квантування число A подається з похибкою

$$e = B - A = F(A) - A.$$

Крок квантування Q визначається вагою молодшого розряду $Q = 2^{-b}$. При квантуванні використовуються операції відсікання або округлення.

Відсікання числа A передбачає відкидання $m-b$ молодших розрядів числа. Похибка відсікання визначається як

$$e_{\text{від}} = F_{\text{від}}(A) - A.$$

Для додатних і від'ємних чисел (для $m \gg b$) у разі використання прямого і зворотного кодів абсолютне значення похибки відсікання не перевищує кроку квантування

$$\max |e_{\text{від}}| < 2^{-b} = Q.$$

При округленні m -розрядного числа A до b розрядів ($b \ll m$) b -й розряд залишається незмінним

або збільшується на одиницю залежно від того, чи більшими за $1/2 \cdot 2^{-b}$, чи меншими за $1/2 \cdot 2^{-b}$ є дробі, що відкидаються, 0, $a_{b+1} \dots a_m$, де a_i – i -й розряд числа A , $i = b+1 \dots m$. Округлення практично можна виконати, додаючи одиницю до $(b+1)$ -го розряду і відсікаючи отримане число до b розрядів. У такому разі похибка округлення $e_{ок} = F_{ок}(A) - A$ за усіх способів кодування буде лежати в межах

$$-2^{-b-1} < e_{ок} < 2^{-b-1},$$

відповідно

$$\max|e_{ок}| < 2^{-b-1} = Q/2.$$

У теорії цифрової обробки сигналів похибки квантування чисел розглядають як стаціонарний шумоподібний процес з рівномірним розподілом імовірності за діапазоном розподілу похибок квантування [7].

Мета роботи. На підставі відомих досліджень і публікацій сформульована мета цієї роботи, яка полягає у аналізі основних складових похибок ЦФ розробленні математичних моделей похибок та рекомендацій для їхньої мінімізації.

Похибки квантування вхідних сигналів. Квантування дискретних сигналів (в АЦП і в ЦФ) полягає у поданні вибірок сигналів числами $x(nT)$, які містять b числових розрядів. Загалом операція квантування сигналів, як і операція квантування чисел, є нелінійною. Однак під час аналізу процесів в ЦФ використовується лінійна модель квантування сигналів, в якій $f(nT)$ подають як дискретний або m -розрядний цифровий сигнал ($m > b$), а $x(nT)$ – квантований b -розрядний цифровий сигнал. Похибка квантування визначається як

$$e(nT) = x(nT) - f(nT).$$

Максимальне значення похибки квантування дорівнює половині кроку квантування Q [7].

Імовірнісні оцінки похибок квантування ґрунтуються на припущеннях, що послідовність похибок $e(nT)$ є стаціонарним випадковим процесом з рівномірним розподілом імовірності за діапазоном похибок квантування і похибка квантування $e(nT)$ некорельована з $f(nT)$. Математичне очікування μ_e і дисперсію σ_e^2 похибки квантування визначають так

$$\mu_e = E(e) = \int_{-\infty}^{\infty} e p_e de,$$

$$\sigma_e^2 = E[(e - \mu_e)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} e^2 p_e de = E[e^2] - \mu_e^2,$$

де p_e – густина імовірності похибки. На підставі наведених виразів обчислюють математичне очікування і дисперсію для похибок округлення і відсікання:

$$\mu_e = \begin{cases} 0 & \text{для округлення і відсікання прямого і зворотного кодів,} \\ -Q/2 & \text{для відсікання додаткового коду;} \end{cases} \quad (2)$$

$$\sigma_e^2 = \begin{cases} Q^2/12 & \text{для округлення і відсікання додаткового коду,} \\ Q^2/3 & \text{для відсікання прямого і зворотного кодів.} \end{cases} \quad (3)$$

Прямий код числа з фіксованою комою $A = \pm 0, a_1, a_2 \dots a_m$ ($a_i \in 0, 1$ – числові розряди з вагою 2^{-i} , $i = 1 \dots m$) записують так

$$[A]_{np} = \begin{cases} 0, a_1 a_2 \dots a_m & \text{якщо } A > 0 \\ 1, a_1 a_2 \dots a_m & \text{якщо } A \leq 0 \end{cases},$$

а додатковий код записують у вигляді

$$[A]_{ood} = \begin{cases} 0, a_1 a_2 \dots a_m & \text{якщо } A > 0 \\ 1, \bar{a}_1 \bar{a}_2 \dots \bar{a}_m + 2^{-m} & \text{якщо } A \leq 0 \end{cases}.$$

У логарифмічному масштабі $\sigma_e^2 = 10 \lg \frac{Q^2}{12} = 10 \lg(2^{-2b} 12)$

$$= 10 \lg(2^{-2b}/12) \approx -(6b + 10,8) \text{ дБ.}$$

Вплив похибки квантування вхідного сигналу на вихідний сигнал фільтра. Однією з основних складових похибки ЦФ є похибка, зумовлена впливом квантування вхідного сигналу на вихідний сигнал фільтра. Так, якщо на ЦФ з імпульсною характеристикою $h(nT)$ діє сигнал $x(nT)$, то вихідний сигнал $y(nT)$ визначається таким виразом [7]:

$$y(nT) = \sum_{k=0}^{N-1} h(kT)x(nT - kT). \quad (4)$$

У разі квантування вхідних вибірок шум квантування, який становить собою послідовність похибок $e_{ex}(nT)$, накладається на вхідні сигнали і впливає на ЦФ. Якщо припустити, що ЦФ є лінійним, тобто коефіцієнти фільтра і арифметичні операції у процесорі фільтра виконуються точно (регістри мають необмежену кількість розрядів), то можна визначити реакцію фільтра $e_{aux}(nT)$ на вхідний шум з урахуванням (4)

$$e_{aux}(nT) = \sum_{k=0}^{N-1} h(kT)e_{ex}(nT - kT) \text{ при } N \leq \infty. \quad (5)$$

Цей вираз може бути використаний для оцінки впливу похибки квантування вхідного сигналу на вихідний сигнал фільтра. Якщо прийняти розрядність відліків вхідного сигналу такою, що дорівнює b_{ex} , то похибка квантування вхідного сигналу обмежена величиною

$$E_{ex} = \max_n |e_{ex}(nT)| = 2^{-b_{ex}-1} = Q_{ex}/2$$

і оцінка похибки квантування вихідного сигналу визначається як

$$E_{\text{вих}} = \max_n |e_{\text{вих}}(nT)| \leq \leq \max_n |e_{\text{вих}}(nT)| \left| \sum_{k=0}^{\infty} |h(kT)| \right| \leq \frac{Q_{\text{вх}}}{2} \sum_{k=0}^{\infty} |h(kT)|. \quad (6)$$

Отже, верхня межа похибки квантування вихідного сигналу залежить від суми модулів вибірок імпульсної характеристики.

Для імовірнісної оцінки впливу квантування вхідного сигналу на вихідний сигнал ЦФ доцільно обчислити дисперсію шуму квантування $e_{\text{вих}}(nT)$ на виході фільтра через дисперсію вхідного шуму

$$\sigma_{\text{вх}}^2 = 1/12 2^{-2b_{\text{вх}}} = Q_{\text{вх}}^2 / 12 \quad \text{відповідно до (5)}$$

$$\sigma_{\text{вих}}^2 = \sigma_{\text{вх}}^2 \sum_{k=0}^{N-1} h^2(kT). \quad (7)$$

Згідно з рівністю Парсеваля [8], для $h(kT) \rightarrow 0$, якщо $k \rightarrow \infty$

$$\sum_{k=0}^{\infty} h^2(kT) = \frac{T}{\pi} \int_0^{\pi/T} |H(e^{j\omega T})|^2 d\omega, \quad (8)$$

де $|H(e^{j\omega T})|$ амплітудно-частотна характеристика ЦФ, можна записати

$$\sigma_{\text{вих}}^2 = \sigma_{\text{вх}}^2 \frac{T}{\pi} \int_0^{\pi/T} |H(e^{j\omega T})|^2 d\omega. \quad (9)$$

Отже, дисперсія шуму квантування на виході фільтра може бути обчислена через відому його АЧХ і дисперсію вхідного шуму. Одночасно згадана дисперсія на виході фільтра може бути визначена з такого виразу [7]:

$$\sigma_{\text{вих}}^2 = \frac{T}{\pi} \int_0^{\pi/T} |S_{\text{вих}}(e^{j\omega T})| d\omega,$$

де $S_{\text{вих}}(e^{j\omega T})$ – спектральна густина потужності вихідного сигналу.

Похибка квантування вагових коефіцієнтів фільтра. Іншою важливою складовою похибки ЦФ є похибка, яка зумовлена квантуванням вагових коефіцієнтів фільтра. Коефіцієнти фільтра (рекурсивного або нерекурсивного) визначають, розв'язавши апроксимаційну задачу наближення передатної функції шуканого ЦФ до бажаної передатної функції. В результаті вагові коефіцієнти нерекурсивного ЦФ низької частоти визначають як [4]

$$a_k = \frac{\omega_g T_a}{\pi} \frac{\sin k\omega_g T_a}{k\omega_g T_a}, \quad (10)$$

де ω_g – гранична частота сигналу; T_a – період дискретизації.

Якщо a_k обчислюють в аналоговій формі (як, наприклад, у разі використання швидкодіючих методів обчислень), то квантування результатів обчислень вагових коефіцієнтів може здійснюватись аналогічно, як і вибірок вхідних сигналів за допомогою АЦП. У такому разі аналіз похибок квантування буде цілком аналогічним.

Якщо складові виразу (10) подають у цифровій формі, то в результаті обчислень виникне похибка, зумовлена округленням, оскільки замість точного значення коефіцієнта a_k буде використовуватись наближене значення \tilde{a}_k . Округлення коефіцієнтів до s_k двійкових розрядів призводить до виникнення похибки

$$\varepsilon(w) = |A^*(w) - \tilde{A}(w)|, \quad \text{якщо } 0 \leq w \leq 0,5, \quad (11)$$

де $\varepsilon(w)$ – задана функція; $A^*(w)$ – АЧХ нерекурсивного фільтра для M рівновіддалених значень нормованої частоти w , яка визначається як

$$A^*(w) = \sqrt{\left(\sum_{l=0}^{N-1} a_l \cos l2\pi w \right)^2 + \left(\sum_{l=0}^{N-1} a_l \sin l2\pi w \right)^2};$$

$\tilde{A}(w)$ – АЧХ фільтра, яка розрахована у разі округлення коефіцієнтів до S_k двійкових розрядів

$$\tilde{A}(w) = \sqrt{\left(\sum_{l=0}^{N-1} \tilde{a}_l \cos l2\pi w \right)^2 + \left(\sum_{l=0}^{N-1} \tilde{a}_l \sin l2\pi w \right)^2}.$$

Отже, під час реалізації ЦФ можуть виникати або похибки квантування вагових коефіцієнтів, або ж похибки, пов'язані з їхнім округленням. У кожному разі вказані похибки приводять до більших чи менших змін значень полюсів і нулів передатної функції, а відповідно до змін частотних характеристик фільтра.

Похибки округлення результатів арифметичних операцій. Важливою складовою загальної похибки є похибка від округлення результатів арифметичних операцій. Під час реалізації алгоритму ЦФ (1) виконуються операції підсумовування і множення на сталі вагові коефіцієнти фільтра. Якщо підсумовуються числа з фіксованою комою за розрядності суматора, не меншій від розрядності доданків, то похибка округлення представлення суми буде відсутньою. Можливе лише переповнення регістра суматора, якого можна уникнути, вводячи масштабування.

Під час операції перемноження виникає похибка округлення результатів. Так, добуток двох чисел з

фіксованою комою відповідно b_1 і b_2 розрядами може містити $(b_1 + b_2)$ розрядів, однак їхній добуток звичайно розміщується в регістрі з $b_{nep} < b_1 + b_2$ розрядів. В результаті округлення добутоків алгоритм фільтра реалізується неточно і вихідний сигнал обчислюється з певною похибкою. Цю похибку можна доволі легко оцінити, якщо врахувати наведене раніше передбачення про статистичну незалежність різних джерел шуму в фільтрі. Модель перемножувача із скінченною кількістю розрядів може бути подана у вигляді послідовного з'єднання ідеального перемножувача з необмеженою кількістю розрядів і суматора, на один вхід якого надходить точне значення добутку, а на другий вхід – шум (похибка) квантування. На виході моделі отримують квантоване значення добутку з b_{nep} розрядами. Похибка округлення $e_{ок}(nT)$ для цього джерела може бути оцінена її верхньою межею

$$\max |e_{ок}(nT)| = \frac{1}{2} 2^{-b_{nep}} = Q/2, \quad (12)$$

де $Q = 2^{-b_{nep}}$ – крок квантування, який може розглядатися як дискретний стаціонарний процес з рівномірною спектральною густиною потужності з нульовим середнім і дисперсією, яка дорівнює (3):

$$\sigma_e^2 = 2^{-2b_{nep}}/12.$$

Якщо прийняти таку лінійну модель для кожного вузла перемноження, то всю структуру ЦФ можна розглядати як лінійну і обчислювати похибку у вихідному сигналі фільтра як суперпозицію похибок $e_{ок,вих,i}$, $i = 1..L$, які зумовлені усіма L джерелами шуму округлення. З цією метою необхідно лише визначити імпульсні характеристики $g_i(nT)$ частин структури фільтра від кожного i -го джерела шуму (виходу i -го перемножувача) до виходу фільтра і обчислити похибку у його вихідному сигналі

$$e_{ок,вих,i}(nT) = \sum_{k=0}^{\infty} g_i(kT) e_{ок,i}(nT - kT). \quad (13)$$

Якщо враховувати всі L джерел шуму, то похибка округлення дорівнюватиме

$$e_{ок,вих}(nT) = \sum_{i=0}^L e_{ок,вих,i}(nT). \quad (14)$$

тут i змінюється до L , оскільки воно визначає порядок фільтра.

Детерміновану оцінку вихідного шуму, який зумовлений i -м джерелом відповідно до (13) визначають як

$$\max_n |e_{ок,вих,i}(nT)| \leq \max_n |e_{ок,i}(nT)| \sum_{k=0}^{\infty} |g_i(kT)|$$

$$\max_n |e_{ок,вих,i}(nT)| \leq \max_n |e_{ок,i}(nT)| \sum_{k=0}^{\infty} |g_i(kT)| \leq \frac{Q}{2} \sum_{k=0}^{\infty} |g_i(kT)|. \quad (15)$$

Детермінована оцінка вихідного шуму, яка зумовлена усіма L джерелами (якщо розрядність усіх перемножувачів однакова), визначається

$$E_{ок,вих} = \max_n |e_{ок,вих}(nT)| \leq \frac{Q}{2} \sum_{i=1}^L \sum_{k=0}^{\infty} |g_i(kT)|. \quad (16)$$

Під час імовірнісної оцінки вихідного шуму квантування доцільно розглянути дисперсію шуму у вихідному сигналі, який зумовлений i -м джерелом з урахуванням (7)

$$\sigma_{ок,i}^2 = \sigma_e^2 \sum_{k=0}^{\infty} g_i^2(kT) = \frac{Q^2}{12} \sum_{k=0}^{\infty} g_i^2(kT). \quad (17)$$

Дисперсія результуючого вихідного шуму квантування від усіх L джерел визначається

$$\sigma_{ок,вих}^2 = \sum_{i=1}^L \sigma_{ок,i}^2 = \frac{Q^2}{12} \sum_{i=1}^L \sum_{k=0}^{\infty} g_i^2(kT). \quad (18)$$

Оцінка сумарної похибки ЦФ. Отже, загальна похибка квантування, яка зумовлена квантуванням вхідного сигналу і округленням результатів арифметичних операцій, визначається як сума оцінок відповідних похибок.

Оскільки наведені складові похибки (6), (11), (16) не є корельованими, то вони будуть складатися геометрично [9]. Загальна похибка ЦФ буде мати вигляд

$$E_{заг.ЦФ} = \sqrt{(E_{вих})^2 + [\varepsilon(w)]^2 + (E_{ок,вих})^2}. \quad (19)$$

Обчислюючи сумарну випадкову похибку ЦФ, її складові додають геометрично

$$\Delta = \sqrt{\sigma_{вих}^2 + \sigma_{ок,вих}^2} = \sqrt{D_{вих} + D_{ок,вих}},$$

Висновки. На підставі наведеного вище аналізу похибок ЦФ та результатів виконаного моделювання можна зробити висновок, що на точність фільтрування найбільше впливають рівень вхідних сигналів та кількість розрядів дискретизованих сигналів. Зважаючи на це, виконували відповідні випробування за згаданими вище показниками і аналізували отримані результати. Експериментальні дослідження показали, що зведена похибка незначно змінюється у всьому динамічному діапазоні зміни вхідних сигналів. Отримані залежності зміни зведеної похибки фільтрування періодичного сигналу з частотою першої гармоніки 50 Гц та 30 % вмістом п'ятої гармоніки і 15 % вмістом сьомої гармоніки від зміни рівня вхідного сигналу та кількості розрядів сигналу.

Як показують результати досліджень, зведена похибка фільтрування не перевищує 0,05 % під час перетворень сигналів з 4,5 десяткового розряду у всьому динамічному діапазоні зміни вхідних сигналів.

Г. Коппеліні В., Константи́нідіс А. Дж., Емилиани П. Цифровые фильтры и их применение. – М., 1983.
2. Наконечний А.Й. Теорія малохвильового перетворення та

її застосування. – Львів, 2001. – 278 с. 3. Gilbert Strang, Truong Nguyen. *Wavelets and Filter Banks*. Wellesley-Cambridge Press, 1996. 4. Бабак В.П., Хандецький В.С., Шрюффер Е. *Обробка сигналів*. – К., 1996. 5. Bose N.K., *Digital Filters Theory and Applications*, Elsevier Science Publishing, New York, 1985. 6. Рабинер Л., Гоулд Б. *Теорія и применение*

цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978 – 835 с. 7. Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.Н. *Цифровая обработка сигналов*. – М. 1990. 8. Макс Ж. *Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях*. – М., 1983. Т. 1. – 312 с. 9. Новицкий П.В., Зограф И.А. *Оценка погрешностей результатов измерений*. – Л., 1991. – 304 с.

УДК 681.3.019:621.39

ДИКТОРОНЕЗАЛЕЖНЕ ОПИСАННЯ ОБРАЗІВ В СИСТЕМАХ РОЗПІЗНАВАННЯ СИГНАЛІВ МОВИ

© Биков Микола¹, Раїмі Абдурахман², Биков Максим³, 2006¹Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна²Université Cheikh Anta Diop, Dakar, Senegal³Фірма “Альпарі”, м. Вінниця

Запропонована модель сигналу мови на принципі “квазічастотної” модуляції голосового тракту, метод дикторонезалежного описання мовних образів, який ґрунтується на цій моделі, розроблено нейромережевий класифікатор для сегментації сигналу мови

Предложена модель речевого сигнала на принципе “квазичастотной” модуляции голосового тракта, метод дикторонезависимого описания речевых сигналов, основанный на этой модели, разработан нейросетевой классификатор для сегментации речевого сигнала.

The model of speech signal based on the principle of “kvazifrequency” modulation of vocal tract is offered, also the method of speaker independent description of speech signals, based on this model, the neuro network classifier for speech signal segmentation is developed.

Вступ. Однією з актуальних невирішених проблем у галузі інформаційно-вимірjувальних систем є побудова систем автоматичного розпізнавання сигналів мови, інваріантних до диктора. Її вирішення дало б змогу б розширити коло користувачів таких систем і значно підвищити ефективність обміну інформацією в людино-машинних системах. Загалом задача побудови ефективної дикторонезалежної стратегії розпізнавання мови може бути сформульована як задача пошуку оптимального за загальносистемним критерієм дерева рішень, в якому на кожному кроці класифікації з апіорного алфавіту вибирають підмножину ознак, що максимально зменшує на досягнутому кроці ентропію про образ і збільшує швидкість класифікації [1]. Така стратегія передбачає використання множинного описання слів у термінах різних фонетичних класів, що відповідають різним рівням дерева класифікації, а також вибору інформативних дикторонезалежних ознак для виділення фонетичних класів на кожному рівні. У роботі запропоновано модель мовоутворення [2], яка ґрунтується на принципі “квазічастотної” модуляції

голосового тракту і метод дикторонезалежного опису мовних образів двійковими частотно-детектувальною і частотно-сегментувальною функціями, що ґрунтується на цій моделі, а також принцип ієрархічного структурування фонетичної інформації в акустичному сигналі, представленого двійковими значеннями вказаних функцій, за допомогою реалізації паралельного процесу сегментації і маркування мовного сигналу.

Аналіз стану досліджень та публікацій. Аналіз методів описання мовного сигналу, оснований на відомих моделях, показує їхню неінваріантність до диктора, оскільки їх використовують як ознаки енергетичних характеристик у вузьких діапазонах спектра [3], [4]. У статті розглядається модель мовоутворення, яка описує сигнал положенням частотних моментів енергії сигналу в широких формантних діапазонах, що дає змогу знизити варіацію ознак за рахунок спектральних варіацій. Двійкове кодування положення цих моментів на основі відношення енергій в частотних піддіапазонах допомагає уникнути впливу амплітудних варіацій.