

Прирівнявши праві частини рівнянь (3) і (5), маємо:

$$M_y - M_x = \frac{F_y - F_x}{2} l. \quad (7)$$

З умови рівноваги всього пружного елемента витікає:

$$M_x + M_y = (F_x + F_y)(l + a). \quad (8)$$

Просумувавши рівняння (7) і (8), виразивши M_x через F_x з формули (6), після перетворень отримаємо:

$$M_y = \frac{F_y l(3l + 4a)}{5l + 6a}. \quad (9)$$

Підставимо (9) в (4), і формулу (1) можна записати так:

$$c = \frac{3EI}{l^3} \times \frac{5l + 6a}{2l + 3a}. \quad (10)$$

Момент інерції поперечного перерізу стрижня пружини прямокутної форми

$$I = \frac{bh^3}{12}, \quad (11)$$

де b, h – ширина і товщина стрижня пружини, відповідно.

Сумарна жорсткість пружної системи в поздовжньому або поперечному напрямку

$$c_0 = inc, \quad (12)$$

де i – кількість пружних елементів системи (в нашому випадку $i = 4$).

Підставивши (11) і (12) в (10), отримаємо формулу для розрахунку жорсткості пружної системи вібраційного транспортера-маніпулятора:

$$c_0 = \frac{inEbh^3}{4l^3} \times \frac{5l + 6a}{2l + 3a}.$$

1. А.с. 1033395 СССР. Вибрационное устройство автоматического группового ориентирования изделий / В.А.Повидайло. Опубл. 7.08.83. Бюл. № 29. 2. А.с. 1370027 СССР. Вибрационный конвейер / И.И.Врублевский, В.С.Шенбор. Опубл. 30.01.88. Бюл. № 4. 3. Посацкий С.Л. Опр матеріалів. Львів, 1963.

УДК 621-52

ДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ НА ПОЧАТКУ ПІДЙМАННЯ ВИСОТНОЇ СПОРУДИ

© Малащенко В.О., 1999

ДУ «Львівська політехніка», кафедра «Деталі машин»

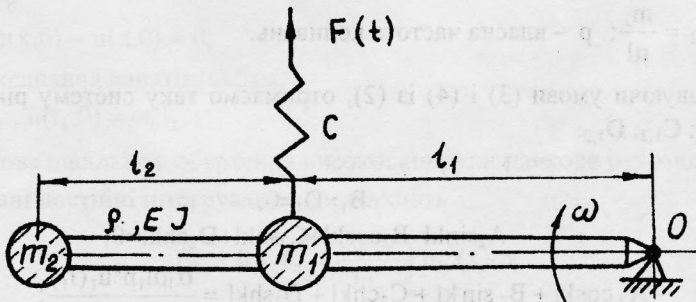
Розглядаються поперечні коливання високих споруд на початку підймання їх у вертикальне положення. Знайдено рівняння частот коливань, розв'язання якого дозволило результати досліджень довести

до цифрових значень шуканих параметрів. Проаналізовано основні чинники, що впливають на амплітудно-частотні характеристики елементів підймальних систем.

Прогресивним методом монтажу високих споруд є горизонтальне їхнє складання на поверхні землі з подальшим підйманням в робочий вертикальний стан. Так споруджаються бурові вишки, деякі опори лінії електропередач, колони тощо. Під час підймання застосовуються механізми, які складаються здебільшого із стріл чи порталів, що зв'язуються між собою та високою спорудою поліспастами і з'єднувальними канатами. При цьому приводом таких механізмів можуть бути електродвигуни, один чи декілька тракторів.

Збільшене силовим поліспастом зусилля приводу прикладається до вільного кінця підймальної стріли та через з'єднувальний канат діє під деяким кутом на високу споруду. Підймання містить перевід стріли чи портала із вертикального положення у горизонтальне, а високу споруду навпаки, із горизонтального – у робоче (вертикальне). Іншими словами, при підйманні високої споруди до неї прикладається сила, що передається від приводу через декілька віток канатів, які на початку обов'язково є дещо послабленими. Це приводить до того, що до початку руху високої споруди, яка підіймається, ведуча маса набирає швидкість, близьку до номінальної. Внаслідок цього при будь-якому законі руху ведучої маси обов'язково спостерігається ривок на початку підймання високої споруди, що приводить до додаткових динамічних навантажень пружних ланок підймальної системи.

Згадана система складається з металоконструкцій і канатів [3, рис.3.1], тому вона вельми схильна до коливних процесів, якщо до неї прикладається зовнішнє навантаження з початковою швидкістю. У таких випадках виникає потреба у дослідженні амплітудно-частотних характеристик пружної підймальної системи, включаючи високу споруду.



Еквівалентна розрахункова схема.

У даній статті подається розроблена математична модель динамічного процесу на початку підймання А-подібної бурової вишки, що складена повністю на поверхні землі, з виводом рівнянь, які характеризують частоти коливань металоконструкції високої споруди, яку підіймають. Після деяких припущень [1] розрахункова схема значно спрощується та зводиться до пружного стрижня, що має дві ділянки із закріпленими на

ньому зосередженими масами. Така еквівалентна розрахункова схема подається на рисунку.

Тепер базовим рівнянням для розв'язання поставленої задачі може бути загально-відоме, що описує поперечні коливання стрижнів [2]

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 u_i}{\partial x^4} = 0. \quad (1)$$

Слід зауважити, що для даної підйимальної системи поперечні переміщення перерізів еквівалентного стрижня задовольняють рівнянню (1) за винятком місць закріплення зосереджених мас і з'єднувальних канатів [4].

У рівнянні (1) і на рисунку прийняті такі позначення: m_1, m_2 – відповідно, зведені маси майданчика верхового та кронблока з підкронблочною рамою; EJ – згинальна жорсткість стрижня; ρ – його погонна маса; c – зведена жорсткість оснащення підйимальної системи; u_i – переміщення перерізів стрижня; l_i – довжини участків; t – час, $i=1,2$.

У даному випадку власні форми поперечних коливань зручно записати у загальному вигляді [3]

$$u_i(x) = A_i S(x) + B_i T(x) + C_i U(x) + D_i V(x), \quad (2)$$

де A_i, B_i, C_i, D_i – довільні постійні, що визначають крайовими умовами та умовами нерозривності участків стрижня; $i=1,2$ – номер ділянки довгої конструкції.

Граничні умови є такими:

$$\text{при } x=0 \quad u_i(0) = u_i''(0) = 0;$$

$$\text{при } x=l \quad u_i''(l) = 0; \quad EJ \frac{\partial^3 u_2}{\partial t^3} = m \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}. \quad (3)$$

Умови сумісності та нерозривності записуються у вигляді:

$$\text{при } x = l_1 \quad u_1(l_1) = u_2(0); \quad u_1'(l_1) = u_2'(0); \quad (4)$$

$$EJ u_1''(l_1) = EJ u_2''(0) - (\alpha_1 \rho l_1 p^2 - \alpha_2 \rho l_1 p^2 - c) u_1(l_1),$$

де $\alpha_1 = \frac{m_1}{\mu l}$; $\alpha_2 = \frac{m_2}{\mu l}$; p – власна частота коливань.

Використовуючи умови (3) і (4) із (2), отримаємо таку систему рівнянь відносно сталих $A_{1,2}; B_{1,2}; C_{1,2}; D_{1,2}$:

$$\begin{aligned} B_1 &= D_1 = 0; \\ -A_2 \operatorname{sink}l - B_2 \operatorname{coskl} + C_2 \operatorname{shkl} + D_2 \operatorname{chkl} &= 0; \\ -A_2 \operatorname{coskl} + B_2 \operatorname{sin}kl + C_2 \operatorname{chkl} + D_2 \operatorname{shkl} &= \frac{\alpha_1 \rho l_1 p^2 u_1(l_1)}{EJk^3}; \\ A_1 \operatorname{sinkl}_1 + C_1 \operatorname{shkl}_1 &= B_2 + D_2; \\ A_1 \operatorname{coskl}_1 + C_1 \operatorname{chkl}_1 &= A_2 + C_2; \\ -A_1 \operatorname{sinkl}_1 + C_1 \operatorname{shkl}_1 &= -B_2 + D_2; \\ -A_1 \operatorname{coskl}_1 + C_1 \operatorname{shkl}_1 &= -A_2 + C_2 + \frac{F(l_1)}{EJk^3}, \end{aligned} \quad (5)$$

де $F(l_1) = -(\alpha_1 \rho l_1 p^2 - \alpha_2 \rho l_1 p^2 - c) u_1(l_1)$.

Розв'язок системи рівнянь (5) приводить до таких значень шуканих сталих

$$\begin{aligned} A_1 &= \Phi [\sin kl_2 \operatorname{ch} kl - \operatorname{cosh} kl_2 \operatorname{sh} kl - \operatorname{sh} kl_1]; \\ A_2 &= -\Phi [\sin kl_1 (\operatorname{cosh} kl_2 \operatorname{ch} l + \sin kl_2 \operatorname{sh} l) + \operatorname{cosh} kl_1 \operatorname{sh} kl_1]; \\ B_2 &= \Phi \sin kl_1 (\sin kl_1 \operatorname{ch} kl - \operatorname{cosh} kl_2 \operatorname{sh} kl + \operatorname{sh} kl_1); \\ C_1 &= \Phi [\sin kl_2 \operatorname{cosh} kl - \operatorname{ch} kl_2 \sin kl - \operatorname{sh} kl_1]; \\ C_2 &= \Phi [\operatorname{sh} kl_1 (\operatorname{sh} kl_2 \sin kl - \operatorname{ch} kl_2 \operatorname{cosh} kl) - \sin kl_1 \operatorname{ch} kl_1]; \\ D_2 &= \Phi \operatorname{sh} kl_1 (\operatorname{sh} kl_2 \operatorname{cosh} kl - \operatorname{ch} kl_2 \sin kl - \operatorname{sh} kl_1), \end{aligned} \quad (6)$$

де $\Phi = \frac{2F(l_1)}{EJk^3}$; $l = l_1 + l_2$.

Для прогонної частини високої споруди власна форма коливань, що відповідає n -й частоті, на основі рівнянь (2) і (5) набирає такий загальний вигляд

$$u_{1n}(x) = \frac{1}{2} [A_{1n} (\operatorname{ch} k_n x + \operatorname{cosh} k_n x) + C_{1n} (\operatorname{sh} k_n x + \sin k_n x)] \quad (7)$$

Для консольної її частини відповідно отримаємо

$$\begin{aligned} u_{2n}(x) &= \frac{1}{2} [A_{2n} (\operatorname{ch} k_n x + \operatorname{cosh} k_n x) + B_{2n} (\operatorname{cosh} k_n x - \operatorname{ch} k_n x) + C_{2n} (\operatorname{sh} k_n x + \\ &\quad + \sin k_n x) + D_{2n} (\sin k_n x - \operatorname{sh} k_n x)]. \end{aligned} \quad (8)$$

Загальний вигляд власних поперечних коливань отримаємо після накладання всіх можливих нормальних коливань, тобто отримаємо таке рівняння

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_{in} (E_n \operatorname{cosh} p_n t + F_n \sin p_n t), \quad (9)$$

де E_n і F_n – коефіцієнти, що визначаються із початкових умов.

Якщо відлік часу вести від початку руху високої споруди і припустити, що до цього моменту з'єднувальні канати та поліспасти мали слабкість, то за початкові умови можна прийняти

$$\text{при } t=0 \quad u(x, 0) = \dot{u}(x, 0) = 0,$$

а для точки приєднання канатів, тобто

$$\text{при } x = l_1 \quad \ddot{u}(l_1, 0) = \omega_0 l_1,$$

де ω_0 – початкова швидкість обертання високої споруди навколо рухомого шарніра.

Тоді шукані постійні інтегрування дорівнюють

$$E_n = 0; \quad F_n = \frac{2\omega_0 l_1}{lp_n} \int_0^{l_1} u_{1n}(x) dx. \quad (10)$$

Враховуючи (10) і (9), із рівняння (7) отримаємо вираз, що описує власні поперечні коливання точки підвіски високої споруди у такому вигляді

$$u(l_1, t) = \frac{\omega_0 l_1}{lp_n} \sum_{n=1}^{\infty} u_{1n}(l_1) \left[\frac{A_1}{k_n} (\operatorname{sh} k_n l_1 + \sin k_n l_1) + \frac{C_1}{k_n} (\operatorname{ch} k_n l_1 - \operatorname{cosh} k_n l_1) \right] \sin p_n t. \quad (11)$$

Для одержання рівняння частот коливань достатньо прирівняти до нуля визначник системи (5), тобто отримаємо такий вираз

$$\begin{vmatrix} 0 & -\sin kl & -\cos kl & 0 & shkl & chkl \\ 0 & -\cos kl & \sin kl & 0 & chkl & shkl \\ \sin kl_1 & 0 & -1 & shkl_1 & 0 & -1 \\ \cos kl_1 & -1 & 0 & chkl_1 & -1 & 0 \\ -\sin kl_1 & 0 & 1 & shkl_1 & 0 & -1 \\ -\cos kl_1 & -1 & 0 & chkl_1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (12)$$

Після розкриття визначника (12) і виконання простих перетворень, отримаємо рівняння частот коливань у вигляді

$$\frac{1 + \operatorname{ctg} kl_1 \operatorname{ctg} kl_2}{\operatorname{tg} kl_1 \operatorname{th} kl_1 + 1} = \frac{\operatorname{ctg} kl_1 - \operatorname{ctg} kl_2}{\operatorname{th} kl_1 - \operatorname{tg} kl_2}. \quad (13)$$

Перші три дійсні розв'язки трансцендентного рівняння (13), що знайдено за допомогою ЕОМ та становлять найбільший практичний інтерес, дорівнюють: 2,913; 4,675; 6,458.

Проведений аналіз отримання результатів дозволив встановити, що на амплітудно-частотну характеристику таких систем суттєвий вплив має наявність зосереджених мас, особливо на вільному кінці високої споруди, а також значення початкової швидкості її підймання. Розподілена за довжиною маса самої споруди має значно менший вплив на подібні характеристики пружної системи, тому що її значення є малим, порівняно із закріпленими зосередженими масами. Крім цього, покращити характеристики коливних процесів цих систем, як показали дослідження [3], можна підбором канатів оснащення оптимальної жорсткості, а також здійснювати підймання таких високих споруд з попередньою вибіркою слабкості канатів.

1. Калинин С.Г., Малащенко В.О. Динамика механизмов при подъеме высотных сооружений. Львов, 1981. 2. Корн Г. и Конр Т. Справочник по математике. М., 1970. 3. Малащенко В.А. Разработка основ теории и методов кинематико-динамических расчетов длинномерных конструкций при переходных режимах нагружения: Дис. ...д-ра. техн. наук, М., 1991. 332 с. Машинопись. 4. Малащенко В.О. Коливання ходової вітки каната поліспасти на початку підйому висотної споруди // Динаміка, міцність та точність механічних систем. 1997. № 159. 4 с.