

УДК 681.3

*І.Ю.Бобало, А.В.Катренко**НУ "Львівська політехніка", кафедра інформаційних систем та мереж*

## АЛГЕБРА ОЦІНОК У СЛАБОСТРУКТУРОВАНІЙ СИСТЕМІ ПЕРЕВАГ ОПР

© *І.Ю.Бобало, А.В.Катренко, 2000*

**This paper describes a set of operations and functions at estimations and preferences in semistructured decision problem, with preferences representation in the estimation hypercube form.**

Основними особливостями системи переваг особи, що приймає рішення, (ОПР) в умовах слабої структурованості є її частковість і гетерогенність. Частковість системи переваг ОПР полягає в розрідженості вектора оцінок і матриці відношень (відомі лише деякі їх елементи). Гетерогенність системи переваг виникає через нерівномірність обізнаності ОПР з різними аспектами задачі ПР і виявляється в тому, що система переваг складається з оцінок і переваг різного типу (прямих або порівняльних оцінок). Це не дає змоги застосовувати загальні методи обробки експертної інформації в задачах ПР.

*Таблиця 1*

### Класи оцінок і відношень переваг

№	Клас	Позначення	Приклад
1.	Оцінки (переваги) точні в абсолютній шкалі;	!a	!13.5
2.	Оцінки (переваги) точні в інтервальній шкалі;	%a/b	%4/5
3.	Оцінки (переваги) точні в порядковій шкалі;	#a	8
4.	Оцінки (переваги) інтервальні в абсолютній шкалі;	!a÷c	!8.1÷10
5.	Оцінки (переваги) інтервальні в інтервальній шкалі;	%a±c/b	%6±8/10
6.	Оцінки (переваги) інтервальні в порядковій шкалі;	#a±c	16±20
7.	Оцінки (переваги) ймовірнісні в абсолютній шкалі;	!a±d	!4±0.5
8.	Оцінки (переваги) ймовірнісні в інтервальній шкалі;	%a±d/b	%5±2/10
9.	Оцінки (переваги) ймовірнісні в порядковій шкалі;	#a±d	13±5
10.	Оцінки (переваги) лінгвістичні;	"s"	"середня"
11.	Переваги неметризовані;	"n"	"<"
12.	Оцінки (переваги) невизначені	"?"	"?"

Для представлення інформації про систему переваг в умовах слабої структурованості використано модель у вигляді гіперкуба оцінок [1]. Оцінки  $x$  і відношення переваг  $r$  подаються множиною класів [3]. Коротка інформація про класи оцінок і відношень переваг наведена в табл. 1.

Визначимо необхідний набір операцій над оцінками і перевагами. Набір містить такі операції: визначення типу, приведення типу, знаходження оберненої переваги, приведення розмірів шкал, арифметичні операції, порівняння, індукції переваг, індукції оцінок.

### Операція визначення типу

Операція приведення типу необхідна для здійснення інших операцій. Будемо описувати операцію приведення типів як функцію одного аргументу — оцінки або переваги, результатом якої є клас даної оцінки, чи переваги:

$$t = \text{type}(x_1) \quad (1)$$

### Операції приведення типів

Операція приведення типу виконує приведення оцінок (переваг) одного типу до оцінок (переваг) іншого типу. Ця операція необхідна для здійснення інших операцій і для спрощення системи переваг. Приведення типів може бути горизонтальне, вгору (уточнювальне) і вниз (загрублююче).

Приведення типів вгору не пов'язане з втратою інформації. Здійснюється до більш визначених класів оцінок (переваг). Це вимагає використання додаткової інформації, прийняття деяких припущень або зменшення достовірності отриманої інформації. Автоматичне приведення вгору можливе лише в деяких випадках і при заданому рівні достовірності результату. Внаслідок приведення вгору ступінь структурованості задачі ПР зростає.

У результаті приведення вниз втрачається частина інформації. Воно здійснюється до менш визначених класів оцінок (переваг). Таке приведення не вимагає введення додаткової інформації і тому може здійснюватись автоматично, і призводить до зменшення ступені структурованості задачі ПР.

Горизонтальне приведення типів відбувається в деяких випадках приведення до менш визначених оцінок (переваг). В результаті такого приведення ступінь структурованості задачі ПР не змінюється.

Опишемо операцію приведення типів як функцію двох аргументів, перший з яких оцінка або перевага, другий — клас, до якого необхідно привести цю оцінку чи перевагу. Результатом функції є оцінка чи перевага вказаного класу:

$$x_2 = \text{cast}(x_1, t) \quad (2)$$

У табл. 2 наведено умови виконання операцій приведення для різних класів оцінок і переваг. Стрілками позначено напрям приведення: ↓ — приведення вниз; ↑ — приведення вгору; → — горизонтальне приведення. Цифрами позначено необхідну додаткову інформацію та втрачену інформацію:

- ① — вимагає прийняття припущення про можливість перетворення шкал в напрямку порядкова — інтервальна — абсолютна;
- ② — необхідна додаткова інформація про кількість градацій шкали;
- ③ — необхідна додаткова інформація про ступінь переважання;
- ④ — необхідна додаткова інформація про лінгвістичні оцінки і переваги;
- ⑤ — рівень довіри, залежно від якого результат може бути невизначений;

Особенности выполнения операций приведения typu  
для різних класів оцінок і переваг

$a_2$	$a_1$	$a_1/b_1$	$a_1$	$a_1 \div c_1$	$\%a_1 \div c_1 / b_1$	$a_1 \div c_1$	$ a_1 \pm d_1$	$\%a_1 \pm d_1 / b_1$	$a_1 \pm d_1$	"s <sub>1</sub> "	"n <sub>1</sub> "
$\rightarrow$	$\uparrow 1$	$\downarrow 2 \textcircled{1}$	$\uparrow 1$	$\downarrow 4$	$\downarrow 2 \textcircled{4} \textcircled{1}$	$\downarrow 4 \textcircled{1}$	$\downarrow 4$	$\downarrow 2 \textcircled{4} \textcircled{1}$	$\downarrow 4 \textcircled{1}$	$\uparrow 1 \textcircled{4}$	$\uparrow 1 \textcircled{3}$
$\%a_2/b_2$	$\downarrow 1 \textcircled{2}$	$\rightarrow$	$\uparrow 2$	$\downarrow 1 \textcircled{4} \textcircled{2}$	$\downarrow 4$	$\downarrow 4 \textcircled{2}$	$\downarrow 1 \textcircled{4} \textcircled{2}$	$\downarrow 4$	$\downarrow 4 \textcircled{2}$	$\uparrow 1 \textcircled{4}$	$\uparrow 2 \textcircled{3}$
$a_2$	$\downarrow 1$	$\downarrow 2$	$\rightarrow$	$\downarrow 1 \textcircled{4}$	$\downarrow 2 \textcircled{4}$	$\downarrow 4$	$\downarrow 1 \textcircled{4}$	$\downarrow 2 \textcircled{4}$	$\downarrow 4$	$\uparrow 1 \textcircled{4}$	$\uparrow 3$
$a_2 \div c_2$	$\rightarrow$	$\downarrow 2 \textcircled{1}$	$\uparrow 1$	$\rightarrow$	$\downarrow 2 \textcircled{1}$	$\uparrow 1$	$\downarrow 3$	$\downarrow 2 \textcircled{3} \textcircled{1}$	$\downarrow 3 \textcircled{1}$	$\uparrow 1 \textcircled{4}$	$\uparrow 3$
$\%a_2 \div c_2 / b_2$	$\downarrow 1 \textcircled{2}$	$\rightarrow$	$\uparrow 2$	$\downarrow 1 \textcircled{2}$	$\rightarrow$	$\uparrow 2$	$\downarrow 1 \textcircled{3} \textcircled{2}$	$\downarrow 3$	$\downarrow 3 \textcircled{2}$	$\uparrow 1 \textcircled{4}$	$\uparrow 2 \textcircled{3}$
$a_2 \div c_2$	$\downarrow 1$	$\downarrow 2$	$\rightarrow$	$\downarrow 1$	$\downarrow 2$	$\rightarrow$	$\downarrow 1 \textcircled{3}$	$\downarrow 2 \textcircled{3}$	$\downarrow 3$	$\uparrow 1 \textcircled{4}$	$\uparrow 3$
$a_2 \pm d_2$	$\rightarrow$	$\downarrow 2 \textcircled{1}$	$\uparrow 1$	$\downarrow 3$	$\downarrow 2 \textcircled{3} \textcircled{1}$	$\downarrow 3 \textcircled{1}$	$\rightarrow$	$\downarrow 2 \textcircled{1}$	$\uparrow 1$	$\uparrow 1 \textcircled{4}$	$\uparrow 3$
$\%a_2 \pm d_2 / b_2$	$\downarrow 1 \textcircled{2}$	$\rightarrow$	$\uparrow 2$	$\downarrow 1 \textcircled{3} \textcircled{2}$	$\downarrow 3$	$\downarrow 3 \textcircled{2}$	$\downarrow 1 \textcircled{2}$	$\rightarrow$	$\uparrow 1 \textcircled{2}$	$\uparrow 1 \textcircled{4}$	$\uparrow 2 \textcircled{3}$
$a_2 \pm d_2$	$\downarrow 1$	$\downarrow 2$	$\rightarrow$	$\downarrow 1 \textcircled{3}$	$\downarrow 2 \textcircled{3}$	$\downarrow 3$	$\downarrow 1$	$\downarrow 2$	$\rightarrow$	$\uparrow 1 \textcircled{4}$	$\uparrow 3$
"s <sub>2</sub> "	$\downarrow 1 \textcircled{5}$	$\downarrow 2 \textcircled{5}$	$\downarrow 5$	$\downarrow 1 \textcircled{4} \textcircled{5}$	$\downarrow 2 \textcircled{4} \textcircled{5}$	$\downarrow 4 \textcircled{5}$	$\downarrow 1 \textcircled{4} \textcircled{5}$	$\downarrow 2 \textcircled{4} \textcircled{5}$	$\downarrow 4 \textcircled{5}$	$\rightarrow$	$\uparrow 3$
"n <sub>2</sub> "	$\downarrow 1 \textcircled{5}$	$\downarrow 2 \textcircled{5}$	$\downarrow 5$	$\downarrow 1 \textcircled{4} \textcircled{5} \textcircled{6}$	$\downarrow 2 \textcircled{4} \textcircled{5} \textcircled{6}$	$\downarrow 4 \textcircled{5} \textcircled{6}$	$\downarrow 1 \textcircled{4} \textcircled{5} \textcircled{6}$	$\downarrow 2 \textcircled{4} \textcircled{5} \textcircled{6}$	$\downarrow 4 \textcircled{5} \textcircled{6}$	$\downarrow 4 \textcircled{5} \textcircled{6}$	$\rightarrow$

- ❶ — втрачається інформація про тип шкали (перетворення абсолютна — інтервальна — порядкова);
- ❷ — втрачається інформація про кількість градацій шкали;
- ❸ — спотворюється інформація про закон розподілу;
- ❹ — втрачається інформація про закон розподілу;
- ❺ — втрачається інформація про ступінь переважання;

**Приведення точних оцінок (переваг):**

Приведення до інтервальних — приймаємо інтервал нульової ширини, початок інтервалу збігається з його кінцем. Приведення до ймовірнісних — приймаємо можливе відхилення таким, що дорівнює нулю.

$!a_1 \rightarrow !a_2 :$	$a_2 = a_1 ;$
$!a_1 \rightarrow \%a_2 :$	$a_2 = a_1 ;$
$!a_1 \rightarrow a_2 :$	$a_2 = a_1 ;$
$!a_1 \rightarrow !a_2 \div c_2 :$	$a_2 = a_1 ; c_2 = a_1 ;$
$!a_1 \rightarrow \%a_2 \div c_2 :$	$a_2 = a_1 ; c_2 = a_1 ;$
$!a_1 \rightarrow a_2 \div c_2 :$	$a_2 = a_1 ; c_2 = a_1 ;$
$!a_1 \rightarrow !a_2 \pm d_2 :$	$a_2 = a_1 ; d_2 = 0 ;$
$!a_1 \rightarrow \%a_2 \pm d_2 :$	$a_2 = a_1 ; d_2 = 0 ;$
$!a_1 \rightarrow a_2 \pm d_2 :$	$a_2 = a_1 ; d_2 = 0 ;$

$$!a_1 \rightarrow "n_2" : \quad n_2 = \begin{cases} "<" \text{ якщо } a_1 < 1 \\ "=" \text{ якщо } a_1 = 1 \\ ">" \text{ якщо } a_1 > 1 \end{cases}$$

$\%a_1/b_1 \rightarrow !a_2 :$	$a_2 = a_1 ;$
$\%a_1/b_1 \rightarrow \%a_2/b_2 :$	$a_2 = a_1 ; b_2 = b_1 ;$
$\%a_1/b_1 \rightarrow a_2 :$	$a_2 = a_1 ;$
$\%a_1/b_1 \rightarrow !a_2 \div c_2 :$	$a_2 = a_1 ; c_2 = a_1 ;$
$\%a_1/b_1 \rightarrow \%a_2 \div c_2 / b_2 :$	$a_2 = a_1 ; c_2 = a_1 ; b_2 = b_1 ;$
$\%a_1/b_1 \rightarrow a_2 \div c_2 :$	$a_2 = a_1 ; c_2 = a_1 ;$
$\%a_1/b_1 \rightarrow !a_2 \pm d_2 :$	$a_2 = a_1 ; d_2 = 0 ;$

$$\%a_1/b_1 \rightarrow \%a_2 \pm d_2/b_2 : \quad a_2 = a_1; d_2 = 0; b_2 = b_1;$$

$$\%a_1/b_1 \rightarrow a_2 \pm d_2 : \quad a_2 = a_1; d_2 = 0;$$

$$\%a_1 \rightarrow "n_2" : \quad n_2 = \begin{cases} "<" \text{ якщо } a_1 < 0 \\ "=" \text{ якщо } a_1 = 0 \\ ">" \text{ якщо } a_1 > 0 \end{cases}$$

$$a_1 \rightarrow !a_2 : \quad a_2 = a_1;$$

$$a_1 \rightarrow \%a_2 : \quad a_2 = a_1;$$

$$a_1 \rightarrow a_2 : \quad a_2 = a_1;$$

$$a_1 \rightarrow !a_2 \div c_2 : \quad a_2 = a_1; c_2 = a_1;$$

$$a_1 \rightarrow \%a_2 \div c_2 : \quad a_2 = a_1; c_2 = a_1;$$

$$a_1 \rightarrow a_2 \div c_2 : \quad a_2 = a_1; c_2 = a_1;$$

$$a_1 \rightarrow !a_2 \pm d_2 : \quad a_2 = a_1; d_2 = 0;$$

$$a_1 \rightarrow \%a_2 \pm d_2 : \quad a_2 = a_1; d_2 = 0;$$

$$a_1 \rightarrow a_2 \pm d_2 : \quad a_2 = a_1; d_2 = 0;$$

$$a_1 \rightarrow "n_2" : \quad n_2 = \begin{cases} "<" \text{ якщо } a_1 < 0 \\ "=" \text{ якщо } a_1 = 0 \\ ">" \text{ якщо } a_1 > 0 \end{cases}$$

### Приведення інтервальних оцінок (переваг):

Приведення до точних — беремо середнє значення. Приведення до ймовірнісних — приймаємо, що можливе відхилення дорівнює половині інтервалу. Отже, інтервал в який потрапляє 100% можливих значень для інтервальних оцінок (переваг), стає інтервалом, в який потрапляє 97% можливих значень для ймовірнісних оцінок (переваг).

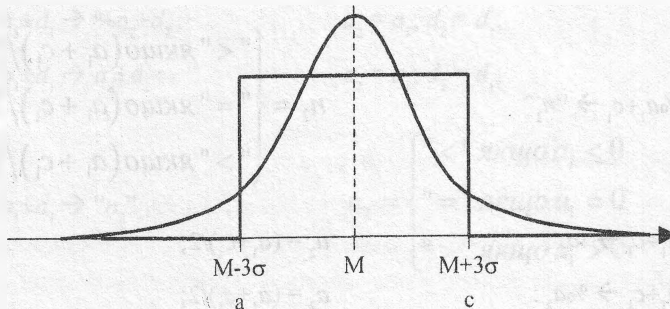


Рис. 1. Перехід між інтервальними і ймовірнісними оцінками (перевагами)

$!a_1 \div c_1 \rightarrow !a_2 :$	$a_2 = (a_1 + c_1)/2;$
$!a_1 \div c_1 \rightarrow \%a_2 :$	$a_2 = (a_1 + c_1)/2;$
$!a_1 \div c_1 \rightarrow a_2 :$	$a_2 = (a_1 + c_1)/2;$
$!a_1 \div c_1 \rightarrow !a_2 \div c_2 :$	$a_2 = a_1; c_2 = c_1;$
$!a_1 \div c_1 \rightarrow \%a_2 \div c_2 :$	$a_2 = a_1; c_2 = c_1;$
$!a_1 \div c_1 \rightarrow a_2 \div c_2 :$	$a_2 = a_1; c_2 = c_1;$
$!a_1 \div c_1 \rightarrow !a_2 \pm d_2 :$	$a_2 = (a_1 + c_1)/2; d_2 = (c_1 - a_1)/2;$
$!a_1 \div c_1 \rightarrow \%a_2 \pm d_2 :$	$a_2 = (a_1 + c_1)/2; d_2 = (c_1 - a_1)/2;$
$!a_1 \div c_1 \rightarrow a_2 \pm d_2 :$	$a_2 = (a_1 + c_1)/2; d_2 = (c_1 - a_1)/2;$

$$!a_1 \div c_1 \rightarrow "n_2" : \quad n_2 = \begin{cases} "<" \text{ якщо } (a_1 + c_1)/2 < 0 \\ "=" \text{ якщо } (a_1 + c_1)/2 = 0 \\ ">" \text{ якщо } (a_1 + c_1)/2 > 0 \end{cases}$$

$\%a_1 \div c_1/b_1 \rightarrow !a_2 :$	$a_2 = (a_1 + c_1)/2;$
$\%a_1 \div c_1/b_1 \rightarrow \%a_2/b_2 :$	$a_2 = (a_1 + c_1)/2; b_2 = b_1;$
$\%a_1 \div c_1/b_1 \rightarrow a_2 :$	$a_2 = (a_1 + c_1)/2;$
$\%a_1 \div c_1/b_1 \rightarrow !a_2 \div c_2 :$	$a_2 = a_1; c_2 = c_1;$
$\%a_1 \div c_1/b_1 \rightarrow \%a_2 \div c_2/b_2 :$	$a_2 = a_1; c_2 = c_1; b_2 = b_1;$
$\%a_1 \div c_1/b_1 \rightarrow a_2 \div c_2 :$	$a_2 = a_1; c_2 = c_1;$
$\%a_1 \div c_1/b_1 \rightarrow !a_2 \pm d_2 :$	$a_2 = (a_1 + c_1)/2; d_2 = (c_1 - a_1)/2;$
$\%a_1 \div c_1/b_1 \rightarrow \%a_2 \pm d_2/b_2 :$	$a_2 = (a_1 + c_1)/2; d_2 = (c_1 - a_1)/2; b_2 = b_1;$
$\%a_1 \div c_1/b_1 \rightarrow a_2 \pm d_2 :$	$a_2 = (a_1 + c_1)/2; d_2 = (c_1 - a_1)/2;$

$$\%a_1 \div c_1 \rightarrow "n_2" : \quad n_2 = \begin{cases} "<" \text{ якщо } (a_1 + c_1)/2 < 0 \\ "=" \text{ якщо } (a_1 + c_1)/2 = 0 \\ ">" \text{ якщо } (a_1 + c_1)/2 > 0 \end{cases}$$

$a_1 \div c_1 \rightarrow !a_2 :$	$a_2 = (a_1 + c_1)/2;$
$a_1 \div c_1 \rightarrow \%a_2 :$	$a_2 = (a_1 + c_1)/2;$
$a_1 \div c_1 \rightarrow a_2 :$	$a_2 = (a_1 + c_1)/2;$

$$\begin{array}{ll}
 a_1 \div c_1 \rightarrow !a_2 \div c_2 : & a_2 = a_1; c_2 = c_1; \\
 a_1 \div c_1 \rightarrow \%a_2 \div c_2 : & a_2 = a_1; c_2 = c_1; \\
 a_1 \div c_1 \rightarrow a_2 \div c_2 : & a_2 = a_1; c_2 = c_1; \\
 a_1 \div c_1 \rightarrow !a_2 \pm d_2 : & a_2 = (a_1 + c_1)/2; d_2 = (c_1 - a_1)/2; \\
 a_1 \div c_1 \rightarrow \%a_2 \pm d_2 : & a_2 = (a_1 + c_1)/2; d_2 = (c_1 - a_1)/2; \\
 a_1 \div c_1 \rightarrow a_2 \pm d_2 : & a_2 = (a_1 + c_1)/2; d_2 = (c_1 - a_1)/2;
 \end{array}$$

$$a_1 \div c_1 \rightarrow "n_2" : \quad n_2 = \begin{cases} "<" \text{ якщо } (a_1 + c_1)/2 < 0 \\ "=" \text{ якщо } (a_1 + c_1)/2 = 0 \\ ">" \text{ якщо } (a_1 + c_1)/2 > 0 \end{cases}$$

#### **Приведення ймовірнісних оцінок (переваг):**

Приведення до точних — приймаємо середнє значення, ігноруючи можливе відхилення. Приведення до інтервальних — приймаємо рівність середніх значень, ширину інтервалу вважаємо за два можливі відхилення (в кожен бік). Отже, інтервал, в який потрапляє 97% можливих значень для ймовірнісних оцінок (переваг), стає інтервалом, в який трапляє 100% можливих значень для інтервальних оцінок (переваг).

$$\begin{array}{ll}
 !a_1 \pm d_1 \rightarrow !a_2 : & a_2 = a_1; \\
 !a_1 \pm d_1 \rightarrow \%a_2 : & a_2 = a_1; \\
 !a_1 \pm d_1 \rightarrow a_2 : & a_2 = a_1; \\
 !a_1 \pm d_1 \rightarrow !a_2 \div c_2 : & a_2 = a_1 - d_1; c_2 = a_1 + d_1; \\
 !a_1 \pm d_1 \rightarrow \%a_2 \div c_2 : & a_2 = a_1 - d_1; c_2 = a_1 + d_1; \\
 !a_1 \pm d_1 \rightarrow a_2 \div c_2 : & a_2 = a_1 - d_1; c_2 = a_1 + d_1; \\
 !a_1 \pm d_1 \rightarrow !a_2 \pm d_2 : & a_2 = a_1; d_2 = d_1; \\
 !a_1 \pm d_1 \rightarrow \%a_2 \pm d_2 : & a_2 = a_1; d_2 = d_1; \\
 !a_1 \pm d_1 \rightarrow a_2 \pm d_2 : & a_2 = a_1; d_2 = d_1;
 \end{array}$$

$$!a_1 \pm d_1 \rightarrow "n_2" : \quad n_2 = \begin{cases} "<" \text{ якщо } a_1 < 0 \\ "=" \text{ якщо } a_1 = 0 \\ ">" \text{ якщо } a_1 > 0 \end{cases}$$

$$\%a_1 \pm d_1 / b_1 \rightarrow !a_2 : \quad a_2 = a_1;$$

$\%a_1 \pm d_1 / b_1 \rightarrow \%a_2 / b_2 :$	$a_2 = a_1; b_2 = b_1;$
$\%a_1 \pm d_1 / b_1 \rightarrow a_2 :$	$a_2 = a_1;$
$\%a_1 \pm d_1 / b_1 \rightarrow !a_2 \div c_2 :$	$a_2 = a_1 - d_1; c_2 = a_1 + d_1;$
$\%a_1 \pm d_1 / b_1 \rightarrow \%a_2 \div c_2 / b_2 :$	$a_2 = a_1 - d_1; c_2 = a_1 + d_1; b_2 = b_1;$
$\%a_1 \pm d_1 / b_1 \rightarrow a_2 \div c_2 :$	$a_2 = a_1 - d_1; c_2 = a_1 + d_1;$
$\%a_1 \pm d_1 / b_1 \rightarrow !a_2 \pm d_2 :$	$a_2 = a_1; d_2 = d_1;$
$\%a_1 \pm d_1 / b_1 \rightarrow \%a_2 \pm d_2 / b_2 :$	$a_2 = a_1; d_2 = d_1; b_2 = b_1;$
$\%a_1 \pm d_1 / b_1 \rightarrow a_2 \pm d_2 :$	$a_2 = a_1; d_2 = d_1;$

$$\%a_1 \pm d_1 / b_1 \rightarrow "n_2" : \quad n_2 = \begin{cases} "<" \text{ якщо } a_1 < 0 \\ "=" \text{ якщо } a_1 = 0 \\ ">" \text{ якщо } a_1 > 0 \end{cases}$$

$a_1 \pm d_1 \rightarrow !a_2 :$	$a_2 = a_1;$
$a_1 \pm d_1 \rightarrow a_2 / b_2 :$	$a_2 = a_1;$
$a_1 \pm d_1 \rightarrow a_2 :$	$a_2 = a_1;$
$a_1 \pm d_1 \rightarrow !a_2 \div c_2 :$	$a_2 = a_1 - d_1; c_2 = a_1 + d_1;$
$a_1 \pm d_1 \rightarrow \%a_2 \div c_2 :$	$a_2 = a_1 - d_1; c_2 = a_1 + d_1;$
$a_1 \pm d_1 \rightarrow a_2 \div c_2 :$	$a_2 = a_1 - d_1; c_2 = a_1 + d_1;$
$a_1 \pm d_1 \rightarrow !a_2 \pm d_2 :$	$a_2 = a_1; d_2 = d_1;$
$a_1 \pm d_1 \rightarrow \%a_2 \pm d_2 :$	$a_2 = a_1; d_2 = d_1;$
$a_1 \pm d_1 \rightarrow a_2 \pm d_2 :$	$a_2 = a_1; d_2 = d_1;$

$$a_1 \pm d_1 \rightarrow "n_2" : \quad n_2 = \begin{cases} "<" \text{ якщо } a_1 < 0 \\ "=" \text{ якщо } a_1 = 0 \\ ">" \text{ якщо } a_1 > 0 \end{cases}$$

### **Приведення лінгвістичних оцінок (переваг):**

Для приведення лінгвістичних оцінок і переваг необхідна додаткова інформація. Кожному наявному значенню "s" необхідно поставити у відповідність одне значення іншого класу, або декілька значень різних класів. Тоді приведення лінгвістичних оцінок і переваг до заданого класу полягає у приведенні відповідних значень інших класів до потрібного класу.



## Приклад факторизації лінгвістичних оцінок

№	Значення лінгвістичної оцінки	Відповідні значення іншого класу
1	“низька”	!10+20
2	“середня”	!15+40
3	“висока”	!35+50

## Приведення неметризованих переваг

Приведення неметризованих переваг до інших типів вимагає введення додаткової інформації про ступінь переважання. Один із шляхів отримання цієї інформації — додаткове опитування ОПР.

## Знаходження оберненої переваги

Ця операція дозволяє знайти перевагу між сутностями А і Б, якщо відома перевага між сутностями Б і А. Будемо описувати операцію знаходження оберненої переваги як функцію однієї змінної — переваги  $r_{ij}$ , результатом якої є обернена перевага.

$$r_{ij} = \overline{r_{ji}} = \text{compl}(r_{ji}) \quad (3)$$

Оберненими перевагами для переваг деякого класу є переваги того ж класу:

$$\text{type}(r_{ij}) = \text{type}(\overline{r_{ji}}) \quad (4)$$

Для переваг в абсолютній шкалі оберненою будемо вважати перевагу, знайдену за формулою  $r_{ij} = 1/r_{ji}$ , для переваг в інтервальній або в порядковій шкалі —  $r_{ij} = -r_{ji}$ .  
Формули обчислення обернених переваг для різних класів:

$$\begin{array}{ll} r_{ij} = !a_1; & \overline{r_{ij}} = !a_2, a_2 = 1/a_1; \\ r_{ij} = \%a_1/b_1; & \overline{r_{ij}} = a_2/b_2, a_2 = -a_1; b_2 = b_1; \\ r_{ij} = a_1; & \overline{r_{ij}} = a_2, a_2 = -a_1; \\ r_{ij} = !a_1 \div c_1; & \overline{r_{ij}} = !a_2 \div c_2, a_2 = 1/a_1; c_2 = 1/c_1; \\ r_{ij} = \%a_1 + c_1/b_1; & \overline{r_{ij}} = !a_2 + c_2/b_2, a_2 = -a_1; c_2 = -c_1; b_2 = b_1; \\ r_{ij} = a_1 \div c_1; & \overline{r_{ij}} = !a_2 + c_2, a_2 = -a_1; c_2 = -c_1; \\ r_{ij} = !a_1 \pm d_1; & \overline{r_{ij}} = !a_2 \pm d_2, a_2 = 1/a_1; d_2 = d_1; \\ r_{ij} = \%a_1 \pm d_1/b_1; & \overline{r_{ij}} = a_2 \pm d_2/b_2, a_2 = -a_1; d_2 = d_1; b_2 = b_1; \\ r_{ij} = a_1 \pm d_1; & \overline{r_{ij}} = a_2 \pm d_2, a_2 = -a_1; d_2 = d_1; \end{array}$$

$$r_{ij} = "n_1" : \quad \bar{r}_{ij} = "n_2", n_2 = \begin{cases} "<" \text{ якщо } n_1 = ">" \\ "=" \text{ якщо } n_1 = "=" \\ ">" \text{ якщо } n_1 = "<" \end{cases}$$

$$r_{ij} = "?" : \quad \bar{r}_{ij} = "?"$$

Визначена таким чином операція знаходження обернених переваг є рефлексивною, тобто:

$$\bar{r}_{ij} = r_{ji} \rightarrow \bar{r}_{ji} = r_{ij} \quad (5)$$

### Статистичні функції

#### Математичне сподівання оцінки (переваги)

Як математичне сподівання будемо розглядати

$$M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (6)$$

де  $f(x)$  – закон густини ймовірності. Для точних оцінок (переваг):

$$x = a : \quad M(x) = a. \quad (7)$$

Для інтервальних оцінок (переваг), які мають рівномірний закон розподілу:

$$x = a+c : \quad M(x) = (a+c)/2. \quad (8)$$

Для ймовірнісних оцінок (переваг), які мають нормальний закон розподілу:

$$x = a \pm d : \quad M(x) = a. \quad (9)$$

Необхідно відзначити особливості застосування операції математичного сподівання до оцінок чи переваг різних шкал. Для абсолютних шкал і шкал відношень обмежень на застосування операції математичного сподівання немає. Для порядкових шкал операція знаходження математичного сподівання може давати некоректний результат для інтервальних та ймовірнісних оцінок (переваг).

#### Дисперсія оцінки (переваги)

Під дисперсією розуміємо

$$D(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - M(x))^2 f(x) dx \quad (10)$$

де  $f(x)$  — закон густини ймовірності. Для точних оцінок (переваг) дисперсія дорівнює нулю:

$$x = a : \quad D(x) = 0 \quad (11)$$

Для рівномірно розподілених інтервальних оцінок (переваг):

$$x = a \div c: \quad D(x) = \int_a^c \left( x - \left( \frac{a+c}{2} \right) \right)^2 \frac{1}{c-a} dx = \frac{(c-a)^2}{12}. \quad (12)$$

Для нормально розподілених ймовірнісних оцінок (переваг):

$$x = a \pm d: \quad f(x) = \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \right) e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad \sigma = \frac{d}{3} \quad (13)$$

$$D(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \left( (x-a)^2 \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \right) e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx \right) = \sigma^2 = \frac{d^2}{9}$$

Аналогічно до математичного сподівання існують обмеження на знаходження дисперсії оцінок в порядковій шкалі.

### Операція приведення розміру шкал

Дозволяє привести оцінку (перевагу) в інтервальній шкалі до інтервальної шкали з іншою кількістю градусів шкали. Визначимо цю операцію так:

$$x_2 = \text{scale}(x_1, b) \quad (14)$$

для різних класів оцінок:

$$x_1 = a_1/b_1: \quad x_2 = \%a_2/b. a_2 = \frac{a_1}{b_1} b; \quad (15)$$

$$x_1 = \%a_1 \div c_1/b_1: \quad x_2 = \%a_2 \div c_2/b, \quad \begin{cases} a_2 = \frac{a_1}{b_1} b, \\ c_2 = \frac{c_1}{b_1} b; \end{cases} \quad (16)$$

$$x_1 = \%a_1 \pm d_1/b_1: \quad x_2 = \%a_2 \pm d_2/b, \quad \begin{cases} a_2 = \frac{a_1}{b_1} b, \\ D(x_2) = \left( \frac{b}{b_1} \right)^2 D(x_1), \quad d_2 = 3\sqrt{D(x_2)}, \\ d_2 = 3 \frac{b}{b_1} \sqrt{D(x_1)}; \end{cases} \quad (17)$$

Для інших класів оцінок:

$$x_2 = x_1. \quad (18)$$

### Операція віднімання оцінок (переваг)

Для оцінок в абсолютній шкалі дає абсолютну різницю між ними, для оцінок в порядковій шкалі дає порядкову різницю (кількість градацій шкали) між ними. Позначимо операцію віднімання оцінок так:

$$x_3 = x_1 - x_2. \quad (19)$$

Правила виконання операції віднімання:

аргументи повинні виражатися у шкалах однакового типу. Якщо аргументи виражені у шкалах різного типу, то необхідно привести їх до одного типу за допомогою операції приведення типів. При цьому доцільніше здійснювати приведення “вниз”, що не вимагає введення додаткової інформації;

якщо аргументи виражені в абсолютній шкалі, то і результат буде в абсолютній шкалі (20), (21), інакше — якщо аргументи виражені у шкалі інтервалів, то результат також буде у шкалі інтервалів (22), (23), інакше результат буде виражений у порядковій шкалі (24), (25);

якщо обидва аргументи є точними оцінками, то результат також буде точною оцінкою (20), (22), (24), інакше — хоча б один з аргументів є інтервальним або ймовірнісним і результат буде ймовірнісним (21), (23), (25);

Визначимо операцію віднімання так:

$$x_1 = !a_1, x_2 = !a_2; x_3 = !a_3, \quad a_3 = a_1 - a_2, \quad (20)$$

$$x_1 = !*, x_2 = !*; x_3 = !a_3 \pm d_3, \quad \begin{cases} a_3 = M(x_1) - M(x_2), \\ d_3 = 3\sqrt{D(x_1) + D(x_2)}; \end{cases} \quad (21)$$

$$x_1 = \%a_1/b_1, x_2 = \%a_2/b_2; x_3 = \%a_3/b_3, \quad \begin{cases} a_3 = \frac{a_1 b_1 - a_2 b_2}{b_3}, \\ b_3 = \max(b_1, b_2); \end{cases} \quad (22)$$

$$x_1 = \%*/b_1, x_2 = \%*/b_2; \quad \begin{cases} a_3 = M(\text{scale}(x_1, b_3)) - M(\text{scale}(x_2, b_3)), \\ d_3 = 3\sqrt{D(\text{scale}(x_1, b_3)) + D(\text{scale}(x_2, b_3))}, \\ b_3 = \max(b_1, b_2); \end{cases} \quad (23)$$

$$x_1 = a_1, x_2 = a_2; x_3 = a_3, \quad a_3 = a_1 - a_2, \quad (24)$$

$$x_1 = *, x_2 = * : x_3 = a_3 \pm d_3, \quad \begin{cases} a_3 = M(x_1) - M(x_2), \\ d_3 = 3\sqrt{D(x_1) + D(x_2)}; \end{cases} \quad (25)$$

де \* означає, що відповідна частина виразу є довільною, наприклад  $a$ ,  $a \neq b$ ,  $a \pm d$ .

### Операція додавання оцінок (переваг)

Є оберненою до операції віднімання. Дозволяє відновити оцінку з відомої різниці між цією оцінкою та іншою відомою оцінкою. Позначимо операцію додавання оцінок так:

$$x_3 = x_1 + x_2. \quad (26)$$

Правила виконання операції додавання:

аргументи повинні виражатися у шкалах однакового типу. Якщо аргументи виражені у шкалах різного типу, то необхідно привести їх до одного типу за допомогою операції приведення типів;

якщо аргументи виражені в абсолютній шкалі, то і результат буде в абсолютній шкалі (27), (28), інакше — якщо аргументи виражені у шкалі інтервалів, то результат також буде у шкалі інтервалів (29), (30), інакше результат буде виражатися у порядковій шкалі (31), (32).

якщо обидва аргументи є точними оцінками, то результат також буде точною оцінкою (27), (29), (31), інакше — хоча б один з аргументів є інтервальним або ймовірнісним і результат буде ймовірнісним (28), (30), (32);

Визначимо операцію додавання так:

$$x_1 = !a_1, x_2 = !a_2 : x_3 = !a_3, \quad a_3 = a_1 + a_2, \quad (27)$$

$$x_1 = !*, x_2 = !* : x_3 = !a_3 \pm d_3, \quad \begin{cases} a_3 = M(x_1) + M(x_2), \\ d_3 = 3\sqrt{D(x_1) + D(x_2)}; \end{cases} \quad (28)$$

$$x_1 = \%a_1/b_1, x_2 = \%a_2/b_2, x_3 = \%a_3/b_3, \quad \begin{cases} a_3 = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{b_3}, \\ b_3 = \max(b_1, b_2); \end{cases} \quad (29)$$

$$x_1 = \%*/b_1, x_2 = \%*/b_2 : \begin{cases} a_3 = M(\text{scale}(x_1, b_3)) + M(\text{scale}(x_2, b_3)), \\ d_3 = 3\sqrt{D(\text{scale}(x_1, b_3)) + D(\text{scale}(x_2, b_3))}, \\ b_3 = \max(b_1, b_2); \end{cases} \quad (30)$$

$$x_1 = a_1, x_2 = a_2 : x_3 = a_3, \quad a_3 = a_1 + a_2, \quad (31)$$

$$x_1 = *, x_2 = * : x_k = a_3 \pm d_3, \quad \begin{cases} a_3 = M(x_1) + M(x_2), \\ d_3 = 3\sqrt{D(x_1) + D(x_2)}; \end{cases} \quad (32)$$

де \* означає, що відповідна частина виразу є довільною.

### Операція множення на константу

Використовується для масштабування оцінок (переваг). Позначимо цю операцію так:

$$x_2 = x_1 \cdot k. \quad (33)$$

При множенні на константу тип шкали вимірювання не змінюється. Правила виконання для різних видів оцінок:

$$\begin{array}{ll} x_1 = a_1: & x_2 = a_2, a_2 = a_1 \cdot k; \\ x_1 = a_1 \div c_1: & x_2 = a_2 \div c_2, a_2 = a_1 \cdot k, c_2 = c_1 \cdot k; \\ x_1 = a_1 \pm d_1: & x_2 = a_2 \pm d_2, a_2 = a_1 \cdot k, d_2 = d_1 \cdot k; \end{array}$$

### Операція ділення абсолютних оцінок (переваг)

Дає відношення в абсолютній шкалі між двома оцінками в абсолютній шкалі. Позначимо операцію ділення оцінок так:

$$x_3 = x_1 / x_2. \quad (34)$$

Якщо обидва аргументи є точними оцінками, то результат також буде точною оцінкою (35), інакше — хоча б один з аргументів є інтервальним або ймовірнісним і результат буде ймовірнісним (36):

$$x_1 = !a_1, x_2 = !a_2 : x_3 = !a_3, \quad a_3 = a_1 / a_2, \quad (35)$$

$$x_1 = !*, x_2 = !* : x_3 = !a_3 \pm d_3, \quad \begin{cases} a_3 = M(x_1) / M(x_2), \\ d_3 = 3\sqrt{D(x_1) \cdot D(x_2) + M(x_1)^2 D(x_2) + M(x_2)^2 D(x_1)}; \end{cases} \quad (36)$$

### Операція множення абсолютних оцінок (переваг)

Є оберненою до операції ділення. Дає змогу відновити оцінку в абсолютній шкалі з відомого відношення в абсолютній шкалі до відомої оцінки в абсолютній шкалі. Позначимо операцію ділення оцінок так:

$$x_3 = x_1 \cdot x_2. \quad (37)$$

Якщо обидва аргументи є точними оцінками, то результат також буде точною оцінкою (38), інакше — хоча б один з аргументів є інтервальним або ймовірнісним і результат буде ймовірнісним (39):

$$x_1 = !a_1, x_2 = !a_2 : x_k = !a_3, \quad a_3 = a_1 \cdot a_2, \quad (38)$$

$$x_1 = !*, x_2 = !* : x_3 = !a_3 \pm d_3, \begin{cases} a_3 = M(x_1) \cdot M(x_2), \\ d_3 = 3\sqrt{D(x_1) \cdot D(x_2) + M(x_1)^2 D(x_2) + M(x_2)^2 D(x_1)}; \end{cases} \quad (39)$$

### Операція порівняння оцінок

Операція порівняння оцінок необхідна для здійснення перетворення  $T^{XR}: X^A \rightarrow R^A$  [1]. Будемо описувати цю операцію як функцію двох аргументів-оцінок, результатом якої є неметризоване відношення переваг між цими оцінками:

$$r = \text{comp}(x_1, x_2) \quad (40)$$

Якщо обидва аргументи є визначеними, то

$$(x_1 \neq "??") \vee (x_2 \neq "??"): \begin{cases} r = ">" \text{ якщо } M(x_1) > M(x_2) \\ r = "=" \text{ якщо } M(x_1) = M(x_2) \\ r = "<" \text{ якщо } M(x_1) < M(x_2) \end{cases} \quad (41)$$

Якщо хоча б один з аргументів є невизначеним, то результат також буде невизначеним, тобто

$$(x_1 = "??") \wedge (x_2 = "??"): x_3 = "?? \quad (42)$$

Якщо хоча в один з аргументів не є точною оцінкою, то в деяких випадках існує ймовірність помилкового порівняння. Приклад:  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = 2 \div 6$ .  $M(x_1) = 3$ ,  $M(x_2) = 4$ ,  $r = "<"$ . Але  $x_2$  може набувати значень  $< 3$ , і тоді знайдене значення  $r = "<"$  буде невірним. Для оцінки ймовірності помилкового порівняння введемо додаткову характеристику оцінки — довірчу ймовірність.

Довірча ймовірність — ймовірність того, що вказане значення оцінки чи переваги відповідає реальній ситуації. Будемо позначати довірчу ймовірність  $p$  суфіксом  $@p$  після оцінки. Отже, результат порівняння неточних оцінок:

$$r = "n"@p. \quad (43)$$

Значення довірчої ймовірності  $p$  знаходять за такими правилами:

$$x_1 = a_1, x_2 = a_2 \div b_2: \begin{cases} n = "<", p = 1 \text{ якщо } a_1 \leq a_2 \\ n = "<", p = \frac{c_2 - a_1}{c_2 - a_2} \text{ якщо } a_2 < a_1 < \frac{a_2 + c_2}{2} \\ n = "=", p = \frac{1}{c_2 - a_2} \text{ якщо } a_1 = \frac{a_2 + c_2}{2} \\ n = ">", p = \frac{a_1 - a_2}{c_2 - a_2} \text{ якщо } \frac{a_2 + c_2}{2} < a_1 < a_2 \\ n = ">", p = 1 \text{ якщо } a_1 \geq c_2 \end{cases} \quad (44)$$

$$x_1 = a_1 \div b_1, x_2 = a_2 \div b_2: \quad p = 1 - \int_{a_2}^{b_1} P(x_2 < x) * (1 - P(x_1 < x)) dx \quad (45)$$

де  $P(x > x_2)$  функція розподілу  $x_2$ , тобто ймовірність того, що випадкове число  $x_2$  набуде значення, менше деякого  $x$ . Геометрична інтерпретація формули (45) наведена на рис. 2.

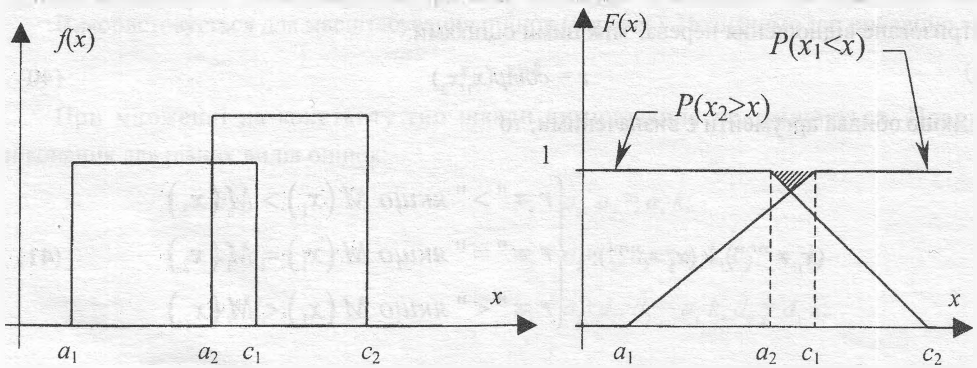


Рис. 2. Знаходження довірчої ймовірності при порівнянні двох інтервальних оцінок

Аналогічно розраховуються довірчі ймовірності для інших комбінацій неточних оцінок.

### Функції синтезу переваг

Функції синтезу переваг мають більшу практичну цінність, ніж операція порівняння оцінок, оскільки враховують інші оцінки і переваги системи переваг ОІР і дають змогу отримати відношення переваг інформативніших класів.

Оскільки оцінки сутностей та переваги між сутностями представляють одну систему переваг, пара  $X^A, R^A$  [1] має (або принаймні повинна мати) деякі “корисні” властивості (транзитивність, циклічність тощо). Між елементами  $X^A$  і  $R^A$  існують певні взаємозв’язки. Функція синтезу переваг призначена для визначення невідомих переваг, на основі інформації про наявні переваги і оцінки. За її допомогою здійснюється перетворення  $T^{XR}: X^A \rightarrow R^A$  [1]. Опишемо функцію синтезу переваг у вигляді функції вектора оцінок  $X^A$ , матриці переваг  $R^A$  та двох номерів сутностей, що порівнюються, результатом якої є переваги між цими сутностями:

$$r_{ij} = synt(X^A, R^A, i, j) \quad (46)$$

Таке представлення дозволяє використовувати індукційні правила, що містять більше як дві оцінки й інші переваги.

### “Стартове” індукційне правило

Використовується у випадку, коли відомі оцінки двох сутностей  $x_p, x_r$ , але невідомі переваги до інших відомих сутностей —  $(\forall k: r_{ik} = \text{“?”} \wedge x_k = \text{“?”})$



$$r_{ij} = \text{synt}(x_i, x_j). \quad (47)$$

Для аргументів з абсолютними шкалами:

$$r_{ij} = \text{synt}(x_i, x_j) = x_i/x_j. \quad (48)$$

Для аргументів з інтервальними шкалами:

$$r_{ij} = \text{synt}(x_i, x_j) = x_i - x_j. \quad (49)$$

Для аргументів з порядковими шкалами:

$$r_{ij} = \text{synt}(x_i, x_j) = \text{comp}(x_i, x_j). \quad (50)$$

### “Розширювальне” індукційне правило

Використовується у випадку, коли відомі оцінки двох сутностей  $x_i, x_j$  та інші переваги до відомих оцінок —  $(\exists k: x_k \neq \text{???} \vee r_{ik} \neq \text{???})$

$$r_{ij} = \text{synt}(x_i, x_j, x_k, r_{ik}) \quad (51)$$

Для аргументів з абсолютними шкалами:

$$r_{ij} = \text{synt}(x_i, x_j, x_k, r_{ik}) = \frac{r_{ik} x_k}{x_j} \cdot \frac{x_i}{x_j} = \frac{r_{ik} x_k}{x_j} \quad (52)$$

Для аргументів з інтервальними шкалами:

$$r_{ij} = \text{synt}(x_i, x_j, x_k, r_{ik}) = x_k - x_j + r_{ik}. \quad (53)$$

якщо аргументи мають порядковий тип шкали, то:

$$r_{ij} = \text{comp}(x_i, x_j). \quad (54)$$

Якщо відомі декілька переваг до відомих оцінок, то використаємо результат, який має найбільшу точність, тобто в якого  $D(r_{ij}) = \min$ .

### Складніші індукційні правила

Використовують іншу наявну інформацію про оцінки і переваги. Розглянемо випадок, коли відомі оцінки декількох сутностей в порядковій шкалі, але невідомі переваги між ними. Для знаходження переваг використаємо три правила: 1.Порівняння двох сутностей: якщо  $x_i > x_j$  то  $r_{ij} > 0$ ; 2.Обмеження максимальної порядкової переваги:  $r_{ij}$  менше або дорівнює кількості додатних переваг; 3.Порівняння сутності  $x_i$  з двома іншими  $x_j, x_k$ : різниці порядкових оцінок  $x_i - x_j < x_i - x_k$ , то  $r_{ij} < r_{ik}$ , якщо  $x_j - x_i > x_k - x_i$ , то  $r_{ji} > r_{ki}$ . Порівнюючи різні сутності, отримуємо систему нерівностей, розв'язуючи яку, дістанемо можливі значення (інтервали) переваг у порядковій шкалі.

Наприклад:  $x_1 = 4, x_2 = 3, x_3 = 2, x_4 = 1$ , що відповідає ранжуванню сутностей. Сформуємо систему нерівностей:  $\{r_{12} > 0, r_{13} > 0, r_{14} > 0, r_{23} > 0, r_{24} > 0, r_{34} > 0, r_{12} < 6, r_{13} < 6, r_{14} < 6, r_{23} < 6, r_{24} < 6, r_{34} < 6, r_{12} < r_{13}, r_{12} < r_{14}, r_{13} < r_{14}, r_{23} < r_{24}, r_{13} > r_{23}, r_{14} > r_{24}, r_{14} > r_{34}, r_{24} > r_{34}\}$ . Розв'язком цієї системи є такий набір переваг в порядковій шкалі:  $r_{12} = 1 \div 4, r_{13} = 2 \div 5, r_{14} = 3 \div 6, r_{23} = 1 \div 4, r_{24} = 2 \div 5, r_{34} = 1 \div 4$ .

При практичній реалізації СППР доцільно також визначити інші аналогічні індукційні правила, наприклад, коли відомі деякі оцінки і деякі переваги. Тоді система нерівності доповниться рівняннями для відомих переваг.

### Операція індукції оцінок (агрегація переваг)

Операція індукції оцінок необхідна для здійснення перетворення  $T^{RX}: R^A \rightarrow X^A$  [1]. Будемо описувати операцію індукції переваг як функцію матриці переваг  $R^A$ , номера сутності, оцінка для якої індукується, результатом функції є оцінка цієї сутності:

$$x_i = \text{ind}(R^A, X^A, i) \quad (55)$$

#### “Стартове” індукційне правило

Використовується у випадку, коли у векторі  $X^A$  невідомі інші оцінки —  $(\forall k: x_k = \text{“?”})$ :

$$x_i = \text{ind}(R^A, i) \quad (56)$$

у такому разі, можливу порядкову оцінку можна отримати, застосовуючи правило: оцінка сутності відображає кількість сутностей, які ця сутність переважає.

$$x_i = \sum_{j=1}^n r_{ij} \quad (57)$$

#### “Розширювальне” індукційне правило

Використовується у випадку, коли відомі інші оцінки і переваги до цих оцінок. Якщо відома інша оцінка в абсолютній шкалі і перевага до цієї оцінки:

$$x_i = r_{ij} \cdot x_j \quad (58)$$

Якщо відомі дві оцінки і переваги до них, то

$$x_i = \text{ind}(x_j, x_k, r_{ij}, r_{ik}) \quad (59)$$

якщо оцінки виражені в абсолютній шкалі, а переваги в порядковій, причому переваги мають різний знак, то:

$$x_i = a_j \div c_j : \quad a_j = M(x_j), c_j = M(x_k) \quad (60)$$

#### Складніші індукційні правила

Використовують іншу наявну інформацію про оцінки і переваги. Розглянемо випадок, коли відомі переваги між сутностями в порядковій шкалі, але невідомі оцінки. Аналогічно до функцій синтезу переваг складемо систему нерівностей, розв’язуючи яку, отримаємо можливі значення (інтервали) оцінок у порядковій шкалі.

1. Бобало І.Ю., Катренко А.В. Моделювання слабоструктурованої системи переваг у вигляді гіперкубу // Вісник ДУ "Львівська політехніка". 1999. №380. с.155-166. 2. Бобало І.Ю., Катренко А.В. Представлення оцінок в слабоструктурованій системі переваг ОПП.

*/Вісник ДУ "Львівська політехніка". 2000. 3. Литвак Б.Г. Экспертная информация: Методы получения и анализа. -М., 1982. 4. Э.А. Трахтенгерц. Компьютерная поддержка принятия решений: научн.практ. издание. Сер. "Информатизация России на пороге XXI века." М., 1998.*

УДК 681.518:681.327.8

*Є.В.Буров*

*НУ "Львівська політехніка", кафедра інформаційних систем та мереж*

## **АВТОМАТИЗАЦІЯ АНАЛІЗУ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ РОЗПОДІЛЕНОЇ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ**

© Є.В.Буров, 2000

**The functional structure of distributed information system remains an important media for both system designer and owner to clarify and coordinate their respective visions and positions. Existing CASE-tools are oriented mostly to reflect a logical component of functional structure, not physical one dealing with parameters and evaluations. This paper propose a formal specification and graphical notation to represent not only logical, but also physical functional aspects.**

Однією із структур, які можна виділити у розподіленій інформаційній системі (РІС), є функціональна структура (ФС). Вона визначає істотну для роботи системи якісну унікальність окремих компонент, можливість перерозподілу функцій та характеристики, які описують цю можливість. Завдання побудови та аналізу функціональної структури системи, переважно, вирішуються на етапі системного аналізу проектування РІС під час визначення та формалізації системи вимог замовника.

Для вирішення завдань автоматизації проектування РІС найживанішим інструментом сьогодні є CASE-системи [1,2]. Здебільшого, для опису функціональної структури із застосуванням CASE використовують потокові діаграми (DFD) та діаграми ієрархії функцій (FHD). Вони дають змогу провести декомпозицію головної функції системи на структуру функцій (мережу функцій). У сучасних CASE системах DFD та FHD широко застосовуються для специфікації вимог замовника, досягнення розуміння між замовником та виконавцем щодо принципів функціонування системи. Такі діаграми є основою для подальшої розробки інформаційної системи. Водночас CASE-системи обмежуються тільки логічним проектуванням, а DFD-діаграми досліджують логічні зв'язки між функціями. Модифікація таких діаграм у напрямку врахування параметричної компоненти функцій дає можливість вже на перших етапах проектування сформулювати та розв'язати багато задач, зібрати необхідні початкові дані та побудувати структури, необхідні для подальшого фізичного проектування системи. Власне на цих етапах можна