допомогою відомих алгоритмів пошуку найкоротшого шляху – таких, як Беллмана-Форда [1] зі складністю $O(n^3)$, Дейкстри [1, 5] зі складністю $O(n^2)$, які є дещо складними при практичній реалізації або методом, описаним в [10], який є спеціально розробленим для визначення оптимального шляху прямування ПА до місця пожежі і є простішим в реалізації порівняно з вищезгаданими.

Запропонований метод дозволяє оптимізувати час досягнення пожежними підрозділами місця виклику, більш рівномірно розподілити навантаження на ПЧ і ефективніше використовувати ПА гарнізону пожежної охорони міста, що у результаті приводить до зменшення втрат від пожеж та зменшення витрат на утримання підрозділів пожежної охорони.

1. *Бартсекас Д., Галлагер Р.* Сети передачи данных: Пер. с англ. М., 1989.
2. *Белан С.В.* Составление рационального расписания выезда пожарных автомобилей на пожар./ Проблемы пожарной безопасности: Сб. науч. труд. Выпуск 4. Харьков, 1998.
3. Боевой устав пожарной охраны Украины. МВС Украины, 1995 г.
4. *Брушлинский Н.Н.* Системный анализ и проблемы пожарной безопасности народного хозяйства. / Под ред. Н.Н. Брушлинского. М., 1988.
5. Компьютер и задачи выбора/ Сб. ст. М., 1989.
6. *Мамон В.П.* Розроблення методу визначення маршрутів прямування пожежних автомобілів до вогнищ пожеж: Автореф. дис. канд. наук, Харків: ХІПБ МВС України, 1998 р.
7. *Повзик Я.С., Матвейкин А.М., Клюс П.П.* Пожарная тактика. М., 1990.
8. Проблемы безопасности объектов народного хозяйства и административно-территориальных единиц: Сб. науч. труд. М., 1988.
9. *Рак Т.*, Особливості побудови комп'ютеризованої системи управління регіональною пожежною охороною./ Вісник Національного університету "Львівська політехніка", № 322, 1997 р.
10. *Рак Т.*, Метод визначення оптимального шляху прямування пожежних автомобілів до місця пожежі./ Вісник Національного університету "Львівська політехніка", № 413, 2000 р.
11. *Соболев Н.Н.* Модель для оценки эффективности организации гарнизонной службы пожарной охраны в городе./ Пожарная безопасность - 95: Материалы XIII Всероссийской научно-практической конференции. М., 1995.

УДК 62.519

ФУНКЦІЙНА ДЕКОМПОЗИЦІЯ В КЛАСІ ДНФ МЕТОДОМ *Q*-РОЗБИТТЯ КОН'ЮНКТЕРМІВ

© Б. Рицар
Національний університет "Львівська політехніка"

Розглянуто метод декомпозиції повних і часткових булевих функцій, заданих у диз'юнктивній нормальній формі, що ґрунтується на процедурі q-розбиття

кон'юнктермів. Метод ґрунтується на простих теоретико-множинних операціях і процедурах, що вигідно відрізняє його від інших методів. Наведені приклади ілюструють переваги запропонованого методу.

The decomposition of complete and partial Boolean functions of n variables in sum-of-product class by the conjuncterms q-partition method has been considered. This method is based on the theoretical-set operations and procedures that comfortably distinguish one from the others. The advantage suggested method is illustrated by the examples.

У практиці логікового синтезу цифрових пристроїв методами функційної декомпозиції [1] найчастіше зустрічаються булеві функції, задані у класі диз'юнктивних нормальних форм (ДНФ). Переважно функцію у ДНФ-форматі подають у вигляді псевдотрійкової матриці чи інтервальній матричній формі [2,3]. Операції та процедури над елементами згаданих вище засобів зображення функції, які застосовуються для реалізації декомпозиції, є досить громіздкими і складними. В [4,5] запропоновано теоретико-множинний підхід до розв'язання проблеми декомпозиції повних і часткових (недоозначених і слабо окреслених) булевих функцій n змінних, який порівняно простий для реалізації як вручну, так і за допомогою комп'ютера. Проте там розглядаються лише функції, задані у так званій теоретико-множинній формі (ТМФ), яка відповідає досконалій ДНФ, тобто у вигляді множини десяткових чи двійкових мінтермів.

Дана робота є розвитком запропонованого автором методу декомпозиції повних і часткових булевих функцій n змінних, що ґрунтується на процедурі q-розбиття мінтермів [4,5], а також на застосуванні таких теоретико-множинних об'єктів, як декомпозиційні клони функції [6]. На відміну від декомпозиції в класі досконалих ДНФ, у випадку ДНФ-формату необхідні додаткові операції і процедури, зокрема ортогоналізація інтервалів [2]. Покажемо, що запропонований метод функційної декомпозиції в класі ДНФ простіший та ефективніший. На відміну від загальноприйнятого поняття ДНФ як аналітичного виразу, що являє собою диз'юнкцію елементарних кон'юнкцій різних рангів, в даному випадку ДНФ-формат – це теоретико-множинне поняття. Розкриємо його детальніше.

Нехай булева функція $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ задана у теоретико-множинній формі (ТМФ) як множина (десяткових чи двійкових) номерів наборів змінних $\langle x_1, x_2, ..., x_n \rangle$, тобто як множина (десяткових чи двійкових) мінтермів [4], що відповідає досконалій ДНФ. У разі повної функції f, тобто коли $f\colon \mathbf{E}_2^n \to \mathbf{E}_2$, де $\mathbf{E}_2^n = \underbrace{\mathbf{E}_2 \times \mathbf{E}_2 \times ... \times \mathbf{E}_2}_{n \text{ разів}}$ – декартів добуток, $\mathbf{E}_2 = \{0, 1\}$, досить розглядати ТМФ лише для істинних її значень як множину r мінтермів, тобто як $Y^1 = \{m_1, m_2, ..., m_r\}^1$; хибні значення Y^0 визначаються як доповнення $Y^0 = \mathbf{E}_2^n \setminus Y^1$. Якщо ж функція f часткова (недоозначена чи слабоокреслена), тобто $f\colon \{0, 1\}^n \to \{0, 1, \sim\}$, де знак "~" символізує неозначеність функції, то її ТМФ – це будь-яка пара з множини $\{Y^1, Y^0, Y^{\sim}\}$. Якщо розглядати пару $\{Y^1, Y^0\}$, то ТМФ часткової функції це множини мінтермів:

$$\begin{cases} Y^1 = \{m_1, m_2, ..., m_r\}^1 \\ Y^0 = \{m_{r+1}, m_{r+2}, ..., m_{2^n-r-h}\}^0 \end{cases},$$

де $0 < h < 2^n - r$; у разі повної функції $h = 0$.

ТМФ функції f, заданої у ДНФ, розглядатимемо як множину Y^1 (якщо функція повна), або як пару множин, наприклад $\{Y^1, Y^0\}$ (якщо функція часткова) псевдотрійкових або десяткових кон'юнктермів (кон'юнктивних термів). Наприклад, нехай повна функція f задана у ДНФ псевдотрійковою матрицею

$$Y^1 = \begin{bmatrix} - & 0 & - & 1 \\ 0 & 1 & - & - \end{bmatrix}.$$

Тоді ТМФ її у псевдотрійковому варіанті – це множина $Y^1 = \{(-0-1), (01--)\}$, а у десятковому варіанті – Y1 = {(1, 3, 9, 11), (4, 5, 6, 7)}.

Як показано в [4], суть процедури q-розбиття (оператор $\overset{p^q}{\Rightarrow}$, де $q \in \{1, 2, ..., n-1\}$) полягає у вибірці q разрядів з двійкових n-розрядних мінтермів функції f, що задана у ТМФ, і відокремлення їх символом розбиття "|". В результаті цього кожний мінтерм перетворюється у розбитий мінтерм, складений з двох субмінтермів: $(n-q)$ -розрядного субмінтерма $(n-q)$-класу і q-розрядного субмінтерма q-класу. Розряди субмінтермів обох класів розбиття зберігаються упорядкованими за мінтермом. Множина розбитих мінтермів, що становить досконалу теоретико-множинну декомпозиційну форму (досконалу ТМДФ) функції f, одержується шляхом "накладання" на кожний мінтерм певної маски q-розбиття літералів $\{l_{\lambda_1} l_{\lambda_2} \cdots l_{\lambda_{n-q}} \mid l_{\lambda_{n-q+1}} l_{\lambda_{n-q+2}} \cdots l_{\lambda_n}\}$, $l_i \in \{\bar{x}_i, x_i\}$. Очевидно, що у разі повної функції досконала ТМДФ одна – для Y^1, а у разі часткової функції досконала ТМДФ – це, наприклад, пара $\{Y^1, Y^0\}$. Принагідно зауважимо: якщо функції властива одноблокова проста роздільна декомпозиція, то множини субмінтермів досконалої ТМДФ, утворені зі змінних, які зв'язуються, є взамно неперетні, а у випадку двоблокової роздільної декомпозиції – множини субмінтермів досконалої ТМДФ неперетні в обох класах розбиття.

У разі функції f, що задана ДНФ, процедура q-розбиття виконується над псевдотрійковими кон'юнктермами, в результаті чого утворюється множина *розбитих кон'юнктермів*, кожний з яких так само, як розбитий мінтерм, складається з двох *субкон'юнктермів* $(n-q)$- і q-класу. Проте множину розбитих кон'юнктермів, на відміну від розбитих мінтермів, не можна вважати досконалою ТМДФ, оскільки множини субкон'юнктермів одного класу можуть бути перетними. Наприклад, "наклавши" маску 2-розбиття $\{l_1 l_2 | l_3 l_4\}$ на кон'юнктерми розглянутої вище функції, одержимо множину розбитих кон'юнктермів, яка у псевдотрійковому і десятковому (рівнозначних) варіантах виглядає так:

$$Y^1 = \begin{bmatrix} - & 0 & - & 1 \\ 0 & 1 & - & - \end{bmatrix} \overset{p^2}{\Rightarrow} \{l_1 l_2 \mid l_3 l_4\} = \{(-0) \mid (-1), 01 \mid (--)\}^1 \equiv \{(0,2) \mid (1,3), 1 \mid (0,1,2 \quad ,$$

де множини субкон'юнктермів q-класу виявились перетними – $(1, 3) \cap (0, 1, 2, 3) = (1, 3) \neq \varnothing$.

Як показано в [7], зручним засобом визначення виду функційної декомпозиції є так звані декомпозиційні клони, що формуються з розбитих мінтермів досконалої ТМДФ процедурою клонування. Оскільки кожний розбитий мінтерм відображає певний набір значень q-розбитих змінних, то серед цих змінних завжди можна знайти такі, які для одного (фіксованого) класу розбиття мають однакові значення, а для іншого (нефіксованого) класу розбиття – різні. Іншими словами, після процедури q-розбиття будь-яку функцію від n змінних можна завжди представити множиною її однакових підфункцій від меншої кількості тих самих змінних.

Будь-яка множина однакових підфункцій називається декомпозиційним клоном, а множина, сформована з усіх однакових підфункцій, – максимальним клоном функції. Декомпозиційні (чи максимальні) клони називаються повними, якщо їх твірними є повні підфункції, і частковими, якщо їх твірними є часткові підфункції. Причому, якщо фіксованою є множина субмінтермів $(n-q)$-класу, то це клони $(n-q)$-класу, а якщо фіксованою є множина субмінтермів q-класу, то q-класу. Очевидно, що поняття декомпозиційного (чи максимального) клона не залежить від форми задання функції. Зокрема, до можливих типів декомпозиційних клонів $(n-q)$-класу належать –

$$\left(\begin{array}{c|c} & S^{q} \\ S^{n-q} & \\ & \varnothing \end{array}\right), \left(\begin{array}{c|c} & S_2^{q} \\ S^{n-q} & \\ & S_1^{q} \end{array}\right), \left(\begin{array}{c|c} & S_1^{q} \\ S^{n-q} & \\ & S_2^{q} \end{array}\right), \left(\begin{array}{c|c} & \varnothing \\ S^{n-q} & \\ & S^{q} \end{array}\right), \tag{1}$$

а до можливих типів декомпозиційних клонів q-класу належать –

$$\left(\begin{array}{c|c} S^{n-q} & \\ & S^{q} \\ \varnothing & \end{array}\right), \left(\begin{array}{c|c} S_2^{n-q} & \\ & S^{q} \\ S_1^{n-q} & \end{array}\right), \left(\begin{array}{c|c} S_1^{n-q} & \\ & S^{q} \\ S_2^{n-q} & \end{array}\right), \left(\begin{array}{c|c} \varnothing & \\ & S^{q} \\ S^{n-q} & \end{array}\right), \tag{2}$$

де S^{n-q}, S_1^{n-q}, S_2^{n-q} і S^q, S_1^q, S_2^q – множини субкон'юнктермів, відповідно, $(n-q)$- і q-класу; $S_1^{n-q} \cap S_2^{n-q} = \varnothing$ і $S_1^q \cap S_2^q = \varnothing$; $S^{n-q} \subseteq \mathbf{E}_2^{n-q}$ і $S^q \subseteq \mathbf{E}_2^q$; $S_1^q \cup S_2^q \subseteq \mathbf{E}_2^q$ і $S_1^{n-q} \cup S_2^{n-q} \subseteq \mathbf{E}_2^{n-q}$, причому, якщо в (1) $S^q = \mathbf{E}_2^q$, $S_1^q \cup S_2^q = \mathbf{E}_2^q$ і в (2) $S^{n-q} = \mathbf{E}_2^{n-q}$, $S_1^{n-q} \cup S_2^{n-q} = \mathbf{E}_2^{n-q}$, то клони повні, а якщо в (1) $S^q \neq \mathbf{E}_2^q$, $S_1^q \cup S_2^q \neq \mathbf{E}_2^q$ і в (2) $S^{n-q} \neq \mathbf{E}_2^{n-q}$, $S_1^{n-q} \cup S_2^{n-q} \neq \mathbf{E}_2^{n-q}$ то клони часткові.

Декомпозиційні клони функції, що задана досконалою ДНФ, утворюються процедурою клонування множини розбитих мінтермів досконалої ТМДФ, субмінтерми одного класу яких є неперетними. У разі функції, заданої у ДНФ, множини розбитих кон'юнктермів можуть мати перетні множини субкон'юнктермів одного класу, з яких не можна формувати фіксовані множини декомпозиційних клонів. Процедуру приведення перетних множин субкон'юнктермів у неперетні називатимемо *ортогоналізацією* цих множин. В основу процедури ортогоналізації покладемо теоретико-множинні операції – такі як об'єднання ($\cup$), перетин ($\cap$) і різниця ($\setminus$), з яких складаються операції над розбитими мінтермами, зокрема, об'єднання/перетин зліва і справа [4]. Для двох довільних розбитих кон'юнктермів $A|B$ і $C|D$, де A, B, C, D – непорожні множини субкон'юнктермів, це

• операція "перетин зліва - об'єднання справа" ($\cap|\cup$):

$$\{(A \mid B) \cap \mid \cup (C \mid D)\} = \{(A \cap C) \mid (B \cup D), A \setminus C \mid B, C \setminus A \mid D\} \tag{3}$$

• операція "об'єднання зліва - перетин справа" ($\cup|\cap$):

$$\{(A\,|\,B)\cup|\cap(C\,|\,D)\}=\{(A\cup C)\,|\,(B\cap D),A\,|\,B\setminus D,C\,|\,D\setminus B\} \qquad (4)$$

Залежно від класу множин субкон'юнктермів (розбитих кон'юнктермів), які потрібно ортогоналізувати, розрізняються процедури ортогоналізації.

• Ортогоналізація множин субкон'юнктермів ($n-q$)-класу (оператор $\overset{ort|}{\Rightarrow}$) – це процедура над множиною розбитих кон'юнктермів шляхом виконання операції "перетин зліва - об'єднання справа" (3) над кожною їх парою до отримання неперетних множин субкон'юнктермів ($n-q$)-класу.

• Ортогоналізація множин субкон'юнктермів q-класу (оператор $\overset{|ort}{\Rightarrow}$) – це процедура над множиною розбитих кон'юнктермів шляхом виконання операції "об'єднання зліва - перетин справа" (4) над кожною їх парою до отримання неперетних множин субкон'юнктермів q-класу.

Для розглянутої раніше функції в результаті процедури ортогоналізації перетних множин субкон'юнктермів q-класу одержимо таку множину розбитих кон'юнктермів:

$$Y^1=\{(0,2)\,|\,(1,3),1\,|\,(0,1,2,3)\}^1\overset{|ort}{\Rightarrow}\{(0,1,2)\,|\,(1,3),1\,|\,(0,2)\}^1.$$

Зауважимо, що кількість кроків ортогоналізації дорівнює на одиницю менше від кількості перетних множин субкон'юнктермів. Процедура клонування [7] виконується щодо ортогоналізованого класу множин субкон'юнктермів. Отже, клонуючи множини розбитих кон'юнктермів даної функції, одержимо такі декомпозиційні (причому максимальні) клони ($n-q$)-класу (верхній ряд) і q-класу (нижній ряд):

$$Y^1=\begin{cases}\{(0,2)\,|\,(1,3),1\,|\,(0,1,2,3)\}^1\overset{|clo}{\Rightarrow}\left\{\left(0,2\left|\begin{matrix}1,3\\0,2\end{matrix}\right.\right),\left(1\left|\begin{matrix}\mathbf{E}_2^2\\\varnothing\end{matrix}\right.\right),\left(3\left|\begin{matrix}\varnothing\\\mathbf{E}_2^2\end{matrix}\right.\right)\right\}\\[2ex]\{(0,1,2)\,|\,(1,3),1\,|\,(0,2)\}^1\overset{clo|}{\Rightarrow}\left\{\left(\begin{matrix}0,1,2\\3\end{matrix}\right|1,3\right),\left(\begin{matrix}1\\0,2,3\end{matrix}\right|0,2\right)\right\}\end{cases},$$

де $\overset{|clo}{\Rightarrow}$ і $\overset{clo|}{\Rightarrow}$ – оператори утворення декомпозиційних клонів ($n-q$)- і q-класу, відповідно.

На підставі одержаних множин максимальних клонів, згідно з теоремою про роздільну декомпозицію повних функцій [7,8], не важко визначити для даного q-розбиття кон'юнктермів вид декомпозиції. Зокрема, розглянутій функції властива 2-повторна декомпозиція виду $\varphi(\varphi_{11}(X^{n-q}),\ \varphi_{12}(X^{n-q}),\ X^q)=\varphi(\varphi_{11}(x_1,\ x_2),\ \varphi_{12}(x_1,\ x_2),\ x_3,\ x_4)$, оскільки потужність множин її максимальних клонів ($n-q$)-класу дорівнює 3 [8], а також – проста роздільна одноблокова декомпозиція виду $\varphi(X^{n-q},\ \varphi_2(X^q))=\varphi(x_1,\ x_2,\ \varphi_2(x_3,\ x_4))$, бо максимальних клонів q-класу всього 2 [7].

Щоб побудувати декомпозиційні клони часткової функції f, заданої у ДНФ-форматі множинами Y^1 і Y^0, необхідно узгодити ортогоналізовані множини субкон'юнктермів розбитих кон'юнктермів множини Y^1 з аналогічними множинами розбитих кон'юнктермів множини Y^0. Така процедура потрібна для формування спільних фіксованих множин декомпозиційних клонів функції. Для цього згадані вище множини субкон'юнктермів повинні бути розбиті на однакові (сумісні) множини для Y^1 і Y^0. Цього можна досягнути за допомогою перетину кожної пари множин розбитих кон'юнктермів, що належать до різних значень функції - Y^1 і Y^0. Беручи за основу [5], для окремих розбитих кон'юнктермів $\{A|B\}^1$ і $\{C|D\}^0$ – це операція перетину зліва ($\cap|$) і операція перетину справа ($|\cap$), відповідно:

$$\{A \mid B\}^1 \cap | \{C \mid D\}^0 = \begin{cases} \{(A \cap C) \mid B, A \setminus C \mid B\}^1 \\ \{(A \cap C) \mid D, C \setminus A \mid D\}^0 \end{cases}, \tag{5}$$

$$\{A \mid B\}^1 | \cap \{C \mid D\}^0 = \begin{cases} \{A \mid (B \cap D), A \mid B \setminus D\}^1 \\ \{C \mid (B \cap D), C \mid D \setminus B\}^0 \end{cases}. \tag{6}$$

Приведення множин розбитих кон'юнктермів для Y^1 і Y^0 часткової функції f до сумісності називатимемо *процедурою усумісненя* цих множин.

- Усумісненння множин розбитих кон'юнктермів Y^1 і Y^0 часткової функції (оператор – $\overset{com}{\Rightarrow}$ або $\overset{|com}{\Rightarrow}$, залежно від класу розбиття) – це процедура над розбитими кон'юнктермами множини Y^1 і розбитими кон'юнктермами множини Y^0 шляхом виконання над кожною їх парою операції перетину зліва (5) або операції перетину справа (6) до отримання однакових множини субкон'юнктермів, відповідно, $(n - q)$- або q-класу, для значень Y^1 і Y^0 заданої часткової функції f.

Після процедури усумісненння множина декомпозиційних клонів будується звичайним шляхом [7], де фіксованими множинами є усумісненні множини субкон'юнктермів. Зокрема, декомпозиційні клони $(n - q)$-класу одержуються так:

$$\left.\begin{aligned} \{\dots, A \mid B, \dots\}^1 &\overset{com}{\Rightarrow} \{\dots, (A \cap C) \mid B, A \setminus C \mid B, \dots\}^1 \\ \{\dots, C \mid D, \dots\}^0 &\overset{com}{\Rightarrow} \{\dots, (A \cap C) \mid D, C \setminus A \mid D, \dots\}^0 \end{aligned}\right\} \overset{|clo}{\Rightarrow} \left\{ \left(A \cap C \left| \begin{matrix} B \\ D \end{matrix} \right. \right), \left(A \setminus C \left| \begin{matrix} B \\ \varnothing \end{matrix} \right. \right), \left(C \setminus A \left| \begin{matrix} \varnothing \\ D \end{matrix} \right. \right) \right\},$$

а декомпозиційні клони q-класу – так:

$$\left.\begin{aligned} \{\dots, A \mid B, \dots\}^1 &\overset{|com}{\Rightarrow} \{\dots, A \mid (B \cap D), A \mid B \setminus D, \dots\}^1 \\ \{\dots, C \mid D, \dots\}^0 &\overset{|com}{\Rightarrow} \{\dots, C \mid (B \cap D), C \mid D \setminus B, \dots\}^0 \end{aligned}\right\} \overset{clo|}{\Rightarrow} \left\{ \left(\begin{matrix} A \\ C \end{matrix} \right| B \cap D \left. \vphantom{\begin{matrix} A \\ C \end{matrix}} \right), \left(\begin{matrix} A \\ \varnothing \end{matrix} \right| B \setminus D \left. \vphantom{\begin{matrix} A \\ C \end{matrix}} \right), \left(\begin{matrix} \varnothing \\ C \end{matrix} \right| D \setminus B \left. \vphantom{\begin{matrix} A \\ C \end{matrix}} \right) \right\}.$$

Якщо після процедури усумісненння утворюються часткові декомпозиційні клони, то максимальні клони функції одержуватимуться після процедури доозначення [8].

Проілюструємо процедуру усумісненння деякої часткової функції, ТМФ якої

$$\begin{cases} Y^1 = \{(0-11), 1100\}^1 \\ Y^0 = \{(-010), (1-10)\}^0 \end{cases},$$

на прикладі 2-розбиття $\{l_1 l_2 | l_3 l_4\}$:

$$\left.\begin{aligned} &Y^1 \overset{p^2}{\Rightarrow} \{l_1 l_2 \mid l_3 l_4\} = \{(0,1) \mid 3,3 \mid 0)\}^1 \overset{\mathrm{ort}|}{\Rightarrow} \{(0,1) \mid 3,3 \mid 0\}^1 \overset{com|}{\Rightarrow} \{0 \mid 3,1 \mid 3,3 \mid 0\}^1 \\ &Y^0 \overset{p^2}{\Rightarrow} \{l_1 l_2 \mid l_3 l_4\} = \{(0,2) \mid 2,(2,3) \mid 2\}^0 \overset{\mathrm{ort}|}{\Rightarrow} \{2 \mid 2,0 \mid 2,3 \mid 2\}^0 \overset{com|}{\Rightarrow} \{0 \mid 2,2 \mid 2,3 \mid 2\}^0 \end{aligned}\right\} \overset{|clo}{\Rightarrow}$$

$$\overset{|clo}{\Rightarrow} \left\{ \left(0 \middle| \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \right), \left(1 \middle| \begin{matrix} 3 \\ \varnothing \end{matrix} \right), \left(2 \middle| \begin{matrix} \varnothing \\ 2 \end{matrix} \right), \left(3 \middle| \begin{matrix} 0 \\ 2 \end{matrix} \right) \right\} \overset{|add}{\Rightarrow} \left\{ \left(0,1,2,3 \middle| \begin{matrix} 0,3 \\ 2 \end{matrix} \right) \right\},$$

де $\overset{|add}{\Rightarrow}$ – оператор доозначення часткових декомпозиційних клонів $(n - q)$-класу.

Функція, розглянута вище, має один максимальний клон, що відповідає декомпозиції виду $\varphi(\varphi_1(x_1, x_2), x_3, x_4)$, де $\varphi_1(x_1, x_2) = \mathrm{const}$, бо змінні x_1 і x_2 – несуттєві, оскільки $\{l_1 l_2\} = (0, 1, 2, 3) = \mathbf{E}_2^2$.

Розглянутий метод декомпозиції методом q-розбиття кон'юнктермів повної і часткової функцій, що задані у ДНФ-форматі, проілюструємо на прикладах.

Приклад 1. Знайти види декомпозиції для 3-розбиття $\{l_1 l_2 l_3 l_4 | l_5 l_6 l_7\}$ кон'юнктермів повної булевої функції $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7)$, що задана псевдотрійковою матрицею:

$$Y^1 = \begin{bmatrix} - & 0 & - & - & 0 & - & 0 \\ 0 & 1 & - & - & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & - & - & - & 0 & 1 \\ 0 & - & 0 & - & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Розв'язання. Множина розбитих кон'юнктермів для заданого 3-розбиття $\{l_1 l_2 l_3 l_4 | l_5 l_6 l_7\}$ має вигляд:

$$Y^1 \overset{p^3}{\Rightarrow} \{l_1 l_2 l_3 l_4 \mid l_5 l_6 l_7\} = \left\{ \begin{matrix} (-0--) \mid (0-0) \\ (01--) \mid (111) \\ (11--) \mid (-01) \\ (0-0-) \mid (101) \end{matrix} \right\} \equiv \left\{ \begin{matrix} (0...3,8...11) \mid (0,2) \\ (4...7) \mid 7 \\ (12...15) \mid (1,5) \\ (0,1,4,5) \mid 5 \end{matrix} \right\}$$

Щоби побудувати декомпозицію виду $\varphi(\varphi_{11}(X^{n-q}), ..., \varphi_{1s}(X^{n-q}), X^q)$, $1 \le s \le 3$ для 3-розбиття $\{l_1 l_2 l_3 l_4 | l_5 l_6 l_7\}$, потрібно знайти максимальні клони $(n - q)$-класу. Останні одержуються після ортогоналізації множин субкон'юнктермів $(n - q)$-класу розбитих кон'юнктермів. Оскільки перетних множин субкон'юнктермів $(n - q)$-класу є 3, то потрібно 2 кроки ортогоналізації:

$$Y^1 = \{(0...3,8...11) \mid (0,2),(4...7) \mid 7,(12....15) \mid (1,5),(0,1,4,5) \mid 5\}^1 \overset{ort|}{\Rightarrow}$$

$$\overset{ort}{\Rightarrow}\{(0,1)\,|\,(0,2,5),(2,3,8...11)\,|\,(0,2),(4,5)\,|\,5,(4...7)\,|\,7,(12....15)\,|\,(1,5)\}^1 \overset{ort|}{\Rightarrow}$$

$$\overset{ort|}{\Rightarrow}\{(0,1)\,|\,(0,2,5),(2,3,8...11)\,|\,(0,2),(4,5)\,|\,(5,7),(6,7)\,|\,7,(12....15)\,|\,(1,5)\}^1$$

Звідси не важко побудувати максимальні клони $(n-q)$-класу функції:

$$Y \overset{|clo}{\Rightarrow}\{\left(0,1\left|\begin{matrix}0,2,5\\1,3,4,6,7\end{matrix}\right.\right),\left(2,3,8...11\left|\begin{matrix}0,2\\1,3,4...7\end{matrix}\right.\right),\left(4,5\left|\begin{matrix}5,7\\0...4,6\end{matrix}\right.\right),\left(6,7\left|\begin{matrix}7\\0...6\end{matrix}\right.\right),\left(12...15\left|\begin{matrix}1,5\\0,2,3,4,6,7\end{matrix}\right.\right)\}$$

Максимальні клони q-класу функції одержуються за один крок ортогоналізації відповідних множин субкон'юнктермів:

$$Y^1 = \{(0...3,8...11)\,|\,(0,2),(4...7)\,|\,7,(12....15)\,|\,(1,5),(0,1,4,5)\,|\,5\}^1 \overset{|ort}{\Rightarrow}$$

$$\overset{|ort}{\Rightarrow}\{(0...3,8...11)\,|\,(0,2),(4...7)\,|\,7,(0,1,4,5,12....15)\,|\,5,(12....15)\,|\,1\}^1 \overset{clo|}{\Rightarrow}$$

$$\overset{clo}{\Rightarrow}\{\left(\begin{matrix}0...3,8...11\\4...7,12...15\end{matrix}\right|0,2\left.\right),\left(\begin{matrix}4...7\\0...6.8...15\end{matrix}\right|7\left.\right),\left(\begin{matrix}0,1,4,5,12...15\\2,3,6...11\end{matrix}\right|5\left.\right),\left(\begin{matrix}12...15\\0...11\end{matrix}\right|1\left.\right),\left(\begin{matrix}\varnothing\\\mathbf{E}_2^4\end{matrix}\right|M^q\left.\right)\}$$

де $M^q = \mathbf{E}_2^3 \setminus \{0, 1, 2, 5, 7\} = \{3, 4, 6\}$.

Оскільки функція має по 5 максимальних клонів обох класів, то для заданого 3-розбиття $\{l_1l_2l_3l_4|l_5l_6l_7\}$, згідно з теоремою про роздільну декомпозицію [8], їй властива 1-блокова 3-повторна декомпозиція, причому лише одного виду

$$\varphi(\varphi_{11}(X^{n-q}), \varphi_{12}(X^{n-q}), \varphi_{13}(X^{n-q}), X^q),$$

де $X^{n-q} = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, $X^q = \{x_1, x_2, x_3\}$.

Приклад 2. Знайти види декомпозиції для 3-розбиття $\{l_1l_2l_3l_4|l_5l_6l_7\}$ кон'юнктермів часткової (недоозначеної) булевої функції $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7)$, що задана псевдотрійковими матрицями:

$$Y^1 = \begin{bmatrix} - & 0 & - & - & 0 & - & 0 \\ 0 & 1 & 0 & - & 1 & - & 1 \\ 1 & 1 & - & - & - & 0 & 1 \\ 0 & - & 0 & - & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & - & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ i } Y^{\sim} = \begin{bmatrix} - & 0 & - & - & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & - & - & 1 & - & 1 \\ 1 & 1 & - & - & 1 & 1 & 1 \\ 0 & - & 1 & - & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & - \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & - \end{bmatrix}.$$

Розв'язання. Множини розбитих кон'юнктермів для заданого 3-розбиття $\{l_1l_2l_3l_4|l_5l_6l_7\}$ мають вигляд:

$$Y^{1}\overset{P^{3}}{\Rightarrow}\{l_1 l_2 l_3 l_4 \mid l_5 l_6 l_7\} = \begin{Bmatrix} (-0--)\mid(0-0) \\ (010-)\mid(1-1) \\ (11--)\mid(-01) \\ (0-0-)\mid 101 \\ (01-1)\mid 111 \end{Bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} (0...3,8...11)\mid(0,2) \\ (4,5)\mid(5,7) \\ (12...15)\mid(1,5) \\ (0,1,4,5)\mid 5 \\ (6,7)\mid 7 \end{Bmatrix},$$

$$Y^{\sim}\overset{P^{3}}{\Rightarrow}\{l_1 l_2 l_3 l_4 \mid l_5 l_6 l_7\} = \begin{Bmatrix} (-0--)\mid 111 \\ (10--)\mid(1-1) \\ (11--)\mid 111 \\ (0-1-)\mid 101 \\ 0110\mid(01-) \\ 0110\mid(10-) \end{Bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} (0...3,8...11)\mid 7) \\ (8...11)\mid(5,7) \\ (12...15)\mid 7 \\ (2,3,6,7)\mid 5 \\ 6\mid(2,3) \\ 6\mid(4,5) \end{Bmatrix}$$

Щоб знайти максимальні клони $(n-q)$-класу заданої функції, потрібно спочатку виконати ортогоналізацію множин розбитих кон'юнктермів для Y^1 і $Y^{\sim}$ щодо їх субкон'юнктермів $(n-q)$-класу. Зокрема для Y^1 маємо:

$$Y^{1} = \{(0,1,2,3,8...11)\mid(0,2),(4,5)\mid(5,7),(12...15)\mid(1,5),(0,1,4,5)\mid 5,(6,7)\mid 7\}\overset{ort|}{\Rightarrow}$$

$$\overset{ort|}{\Rightarrow}\{(0,1)\mid(0,2,5),(2,3,8...11)\mid(0,2),(4,5)\mid 5,(4,5)\mid(5,7),(12...15)\mid(1,5),(6,7)\mid 7\}\overset{|\cup}{\Rightarrow}$$

$$\overset{|\cup}{\Rightarrow}\{(0,1)\mid(0,2,5),(2,3,8...11)\mid(0,2),(4,5)\mid(5,7),(12...15)\mid(1,5),(6,7)\mid 7\}$$

де $\overset{|\cup}{\Rightarrow}$ – оператор процедури об'єднання справа [5].

Відповідно, для $Y^{\sim}$ одержимо:

$$Y^{\sim} = \{(0,1,2,3,8...11)\mid 7,(8...11)\mid(5,7),(12....15)\mid 7,(2,3,6,7)\mid 5,6\mid(2,3,4,5)\}\overset{ort|}{\Rightarrow}$$

$$\overset{ort|}{\Rightarrow}\{(2,3)\mid(5,7),(0,1,8...11)\mid 7,(8...11)\mid(5,7),(12....15)\mid 7,(6,7)\mid 5,6\mid(2,3,4,5)\}\overset{ort|}{\Rightarrow}$$

$$\overset{ort|}{\Rightarrow}\{(2,3)\mid(5,7),(8...11)\mid(5,7),(0,1)\mid 7,(12....15)\mid 7,(6,7)\mid 5,6\mid(2,3,4,5)\}\overset{ort|}{\Rightarrow}$$

$$\overset{ort|}{\Rightarrow}\{(2,3)\mid(5,7),(8...11)\mid(5,7),(0,1)\mid 7,(12....15)\mid 7,6\mid(2,3,4,5),7\mid 5\}\overset{\cup|}{\Rightarrow}$$

$$\overset{\cup|}{\Rightarrow}\{(2,3,8...11)\mid(5,7),(0,1,12....15)\mid 7,6\mid(2,3,4,5),7\mid 5\}$$

де $\overset{\cup|}{\Rightarrow}$ – оператор процедури об'єднання зліва [5].

Для побудови декомпозиційних клонів $(n-q)$-класу виконаємо процедуру усуміснення множин Y^1 і $Y^{\sim}$:

$$\left.\begin{aligned} &Y^1 \overset{com|}{\Rightarrow} \{(0,1)\,|\,(0,2,5),(2,3,8...11)\,|\,(0,2),(4,5)\,|\,(5,7),6\,|\,7,7\,|\,7,(12...15)\,|\,(1,5)\} \\ &Y^{\sim} \overset{com|}{\Rightarrow} \{(0,1)\,|\,7,(2,3,8...11)\,|\,(5,7),6\,|\,(2,3,4,5),7\,|\,5,(12...15)\,|\,7\} \end{aligned}\right\} \overset{|clo}{\Rightarrow}$$

Звідси декомпозиційні клони $(n-q)$-класу одержуються з урахуванням значень множин нефіксованих субкон'юнктермів для Y^0, тобто як $Y^0 = \mathbf{E}_2^4 \setminus Y^{\sim}$, а максимальні клони $(n-q)$-класу функції – після доозначення декомпозиційних клонів, які виявились частковими:

$$Y \overset{|clo}{\Rightarrow} \left\{ \left(0,1\,\middle|\begin{matrix}0,2,5\\1,3,4,6\end{matrix}\right), \left(2,3,8...11\,\middle|\begin{matrix}0,2\\1,3,4,6\end{matrix}\right), \left(4,5\,\middle|\begin{matrix}5,7\\0...4,6\end{matrix}\right), \left(6\,\middle|\begin{matrix}7\\0,1,6\end{matrix}\right), \left(7\,\middle|\begin{matrix}7\\0...4,6\end{matrix}\right), \left(12...15\,\middle|\begin{matrix}1,5\\0,2,3,4,6\end{matrix}\right) \right\} \overset{|add}{\Rightarrow}$$

$$\overset{|add}{\Rightarrow} \left\{ \left(0...3,8...11\,\middle|\begin{matrix}0,2,5\\1,3,4,6\end{matrix}\right), \left(4...7\,\middle|\begin{matrix}5,7\\0...4,6\end{matrix}\right), \left(12...15\,\middle|\begin{matrix}1,5\\0,2,3,4,6\end{matrix}\right) \right\}$$

де $\overset{add}{\Rightarrow}$ – оператор доозначення декомпозиційних клонів $(n-q)$-класу [7].

Оскільки потужність множини максимальних клонів більша за 2 (дорівнює 3), то згідно з теоремою [8] даній частковій функції властива 1-блокова 2-повторна декомпозиція виду

$$\varphi(\varphi_{11}(X^{n-q}), \varphi_{12}(X^{n-q}), X^q) = \varphi(\varphi_{11}(x_1,x_2,x_3,x_4), \varphi_{12}(x_1,x_2,x_3,x_4), x_5,x_6,x_7)\,.$$

Аналогічним чином знайдемо максимальні клони q-класу. Для цього спочатку ортогоналізуємо множини розбитих кон'юнктермів для Y^1 і $Y^{\sim}$ щодо їх субкон'юнктермів q-класу:

$$Y^1 = \{(0...3,8...11)\,|\,(0,2),(4,5)\,|\,(5,7),(12...15)\,|\,(1,5),(0,1,4,5)\,|\,5,(6,7)\,|\,7\} \overset{|ort}{\Rightarrow}$$

$$\overset{|ort}{\Rightarrow} \{(0...3,8...11)\,|\,(0,2),(0,1,4,5,12...15)\,|\,5,(4,5)\,|\,7,(12...15)\,|\,1,(6,7)\,|\,7\} \overset{\cup}{\Rightarrow}$$

$$\overset{\cup}{\Rightarrow} \{(0...3,8...11)\,|\,(0,2),(0,1,4,5,12...15)\,|\,5,(4,5,6,7)\,|\,7,(12....15)\,|\,1\};$$

$$Y^{\sim} = \{(0...3,8...11)\,|\,7,(8...11)\,|\,(5,7),(12....15)\,|\,7,(2,3,6,7)\,|\,5,6\,|\,(2,3,4,5)\} \overset{|ort}{\Rightarrow}$$

$$\overset{|ort}{\Rightarrow} \{(0...3,8...15)\,|\,7,(8...11)\,|\,5,(2,3,6,7)\,|\,5,6\,|\,(2,3,4,5)\}$$

$$\overset{|ort}{\Rightarrow} \{(0...3,8...15)\,|\,7,(2,3,6...11)\,|\,5,6\,|\,(2,3,4)\}$$

Усумістимо ортогоналізовані щодо q-класу множини розбитих кон'юнктермів для Y^1 і $Y^{\sim}$:

$$\left.\begin{matrix} Y^1=\{(0...3,8...11)\,|\,(0,2),(12...15)\,|\,1,(0,1,4,5,12...15)\,|\,5,(4,5,6,7)\,|\,7\}\overset{|com}{\Rightarrow} \\ \overset{|com}{\Rightarrow}\{(0...3,8...11)\,|\,0,(0...3,8...11)\,|\,2,(12...15)\,|\,1,(0,1,4,5,12...15)\,|\,5,(4,5,6,7)\,|\,7\} \\ Y^{\sim}=\{6\,|\,(2,3,4),(2,3,6...11)\,|\,5,(0...3,8...15)\,|\,7\} \\ \overset{|com}{\Rightarrow}\{6\,|\,2,6\,|\,(3,4),(2,3,6...11)\,|\,5,(0...3,8...15)\,|\,7\} \end{matrix}\right\}\overset{clo|}{\Rightarrow}$$

Максимальні клони q-класу одержуються після доозначення декомпозиційних клонів q-класу:

$$Y\overset{clo}{\Rightarrow}\left\{\left(\begin{matrix}0...3,8...11\\4...7,12...15\end{matrix}\middle|0\right),\left(\begin{matrix}12...15\\0...11\end{matrix}\middle|1\right),\left(\begin{matrix}0...3,8...11\\4,5,7,12...15\end{matrix}\middle|2\right),\right.$$

$$\left.\left(\begin{matrix}\varnothing\\0...5,7...15\end{matrix}\middle|3,4\right),\left(\begin{matrix}0,1,4,5,12...15\\\varnothing\end{matrix}\middle|5\right),\left(\begin{matrix}\varnothing\\E_2^4\end{matrix}\middle|6\right),\left(\begin{matrix}4,5,6,7\\\varnothing\end{matrix}\middle|7\right)\right\}\overset{add|}{\Rightarrow}$$

$$\overset{add|}{\Rightarrow}\left\{\left(\begin{matrix}0...3,8...11\\4...7,12...15\end{matrix}\middle|0,2\right),\left(\begin{matrix}12...15\\0...11\end{matrix}\middle|1\right),\left(\begin{matrix}\varnothing\\E_2^4\end{matrix}\middle|3,4,6\right),\left(\begin{matrix}0,1,4...7,12...15\\\varnothing\end{matrix}\middle|5,7\right)\right\},$$

де $\overset{add|}{\Rightarrow}$ – оператор доозначення декомпозиційних клонів q-класу [7].

Отже, заданій частковій функції властива також і 1-блокова двоповторна декомпозиція виду

$$\varphi(X^{n-q},\varphi_{21}(X^q),\varphi_{22}(X^q))=\varphi(x_1,x_2,x_3,x_4,\varphi_{21}(x_5,x_6,x_7),\varphi_{22}(x_5,x_6,x_7)).$$

Оскільки даній частковій функцій для 3-розбиття $\{l_1l_2l_3l_4|l_5l_6l_7\}$ властива 1-блокова двоповторна декомпозиція в обох класах розбиття, то ще потрібно з'ясувати, чи їй також властива і 2-блокова двоповторна декомпозиція. Для цього необхідно перейти з максимальних клонів одного класу до максимальних клонів іншого класу, застосувавши процедуру переходу [7] і визначити потужність множини останніх.

Максимальні клони q-класу одержуються через максимальні клони $(n-q)$-класу так:

$$\left\{\left(0...3,8...11\middle|\begin{matrix}0,2,5\\1,3,4,6\end{matrix}\right),\left(4...7\middle|\begin{matrix}5,7\\0...4,6\end{matrix}\right),\left(12...15\middle|\begin{matrix}1,5\\0,2,3,4,6\end{matrix}\right)\right\}$$

$$\Rightarrow\left\{\begin{matrix}\{(0...3,8...11)\,|\,(0,2,5),(4...7)\,|\,(5,7),(12...15)\,|\,(1,5)\}^1\overset{|ort}{\Rightarrow}\\\{(0...3,8...11)\,|\,(1,3,4,6),(4...7)\,|\,(0...4,6),(12...15)\,|\,(0,2,3,4,6)\}^0\overset{|ort}{\Rightarrow}\end{matrix}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l}
\overset{|ort}{\Rightarrow}\{(0\ldots15)\,|\,5,(0\ldots3,8\ldots11)\,|\,(0,2),(4\ldots7)\,|\,7,(12\ldots15)\,|\,1\}^1 \overset{|com}{\Rightarrow}\\
\overset{|ort}{\Rightarrow}\{(0\ldots15)\,|\,(3,4,6),(0\ldots3,8\ldots11)\,|\,1,(4\ldots7)\,|\,(0,1,2),(12\ldots15)\,|\,(0,2)\}^0\\
\overset{|ort}{\Rightarrow}\{(0\ldots15)\,|\,(3,4,6),(0\ldots11)\,|\,1,(4\ldots7,12\ldots15)\,|\,(0,2)\}^0 \overset{|com}{\Rightarrow}
\end{array}\right\}\overset{clo|}{\Rightarrow}$$

$$\overset{clo|}{\Rightarrow}\left\{\left(\begin{matrix}0\ldots3,8\ldots11\\4\ldots7,12\ldots15\end{matrix}\middle|0,2\right),\left(\begin{matrix}12\ldots15\\0\ldots11\end{matrix}\middle|1\right),\left(\begin{matrix}\varnothing\\0\ldots15\end{matrix}\middle|3,4,6\right),\left(\begin{matrix}0\ldots15\\\varnothing\end{matrix}\middle|5\right),\left(\begin{matrix}4\ldots7\\\varnothing\end{matrix}\middle|7\right)\right\}\overset{add|}{\Rightarrow}$$

$$\overset{add|}{\Rightarrow}\left\{\left(\begin{matrix}0\ldots3,8\ldots11\\4\ldots7,12\ldots15\end{matrix}\middle|0,2\right),\left(\begin{matrix}12\ldots15\\0\ldots11\end{matrix}\middle|1\right),\left(\begin{matrix}\varnothing\\\mathbf{E}_2^4\end{matrix}\middle|3,4,6\right),\left(\begin{matrix}\mathbf{E}_2^4\\\varnothing\end{matrix}\middle|5,7\right)\right\}.$$

Аналогічно знайдемо максимальні клони $(n-q)$-класу через максимальні клони q-класу:

$$\left\{\left(\begin{matrix}0\ldots3,8\ldots11\\4\ldots7,12\ldots15\end{matrix}\middle|0,2\right),\left(\begin{matrix}12\ldots15\\0\ldots11\end{matrix}\middle|1\right),\left(\begin{matrix}\varnothing\\\mathrm{E}_2^4\end{matrix}\middle|3,4,6\right),\left(\begin{matrix}0,1,4\ldots7,12\ldots15\\\varnothing\end{matrix}\middle|5,7\right)\right\}$$

$$\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}
\{(0\ldots3,8\ldots11)\,|\,(0,2),(12\ldots15)\,|\,1,(0,1,4\ldots7,12\ldots15)\,|\,(5,7)\}^1\overset{\mathrm{ort}|}{\Rightarrow}\\
\{(4\ldots7,12\ldots15)\,|\,(0,2),(0\ldots11)\,|\,1,(0\ldots15)\,|\,(3,4,6)\}^0\overset{\mathrm{ort}|}{\Rightarrow}
\end{array}\right.$$

$$\overset{\mathrm{ort}|}{\Rightarrow}\{(0,1)\,|\,(0,2,5,7),(2,3,8\ldots11)\,|\,(0,2),(12\ldots15)\,|\,1,(4\ldots7,12\ldots15)\,|\,(5,7)\}^1\overset{\mathrm{ort}|}{\Rightarrow}$$

$$\overset{\mathrm{ort}|}{\Rightarrow}\{(4\ldots7)\,|\,(0,1,2,3,4,6),(12\ldots15)\,|\,(0,2),(0\ldots3,8\ldots11)\,|\,1,(0\ldots3,8\ldots15)\,|\,(3,4,6)\}^0\overset{\mathrm{ort}|}{\Rightarrow}$$

$$\overset{\mathrm{ort}|}{\Rightarrow}\{(0,1)\,|\,(0,2,5,7),(2,3,8\ldots11)\,|\,(0,2),(12\ldots15)\,|\,(1,5,7),(4\ldots7)\,|\,(5,7)\}^1\overset{\mathrm{com}|}{\Rightarrow}$$

$$\overset{\mathrm{ort}|}{\Rightarrow}\{(4\ldots7)\,|\,(0\ldots4,6),(12\ldots15)\,|\,(0,2,3,4,6),(0\ldots3,8\ldots11)\,|\,(1,3,4,6)\}^0\overset{\mathrm{com}|}{\Rightarrow}$$

$$\left.\begin{array}{l}
\overset{\mathrm{com}|}{\Rightarrow}\{(0,1)\,|\,(0,2,5,7),(2,3,8\ldots11)\,|\,(0,2),(4\ldots7)\,|\,(5,7),(12\ldots15)\,|\,(1,5,7)\}^1\\
\overset{\mathrm{com}|}{\Rightarrow}\{(0,1)\,|\,(1,3,4,6),(2,3,8\ldots11)\,|\,(1,3,4,6),(4\ldots7)\,|\,(0\ldots4,6),(12\ldots15)\,|\,(0,2,3,4,6)\}^0
\end{array}\right\}\overset{|\mathrm{clo}}{\Rightarrow}$$

$$\overset{|clo}{\Rightarrow}\left\{\left(0,1\middle|\begin{matrix}0,2,5,7\\1,3,4,6\end{matrix}\right),\left(2,3,8\ldots11\middle|\begin{matrix}0,2\\1,3,4,6\end{matrix}\right),\left(4\ldots7\middle|\begin{matrix}5,7\\0\ldots4,6\end{matrix}\right),\left(12\ldots15\middle|\begin{matrix}1,5,7\\0,2,3,4,6\end{matrix}\right)\right\}$$

$$\overset{|add}{\Rightarrow}\left\{\left(0\ldots3,8\ldots11\middle|\begin{matrix}0,2,5,7\\1,3,4,6\end{matrix}\right),\left(4\ldots7\middle|\begin{matrix}5,7\\0\ldots4,6\end{matrix}\right),\left(12\ldots15\middle|\begin{matrix}1,5,7\\0,2,3,4,6\end{matrix}\right)\right\}$$

Оскільки максимальні клони $(n-q)$- і q-класу, одержані двома шляхами, знаходяться у співвідношенні, відповідно:

$$\left\{\left(0...3,8...11\left|\begin{array}{l}0,2,5\\1,3,4,6\end{array}\right.\right),\left(4...7\left|\begin{array}{l}5,7\\0...4,6\end{array}\right.\right),\left(12...15\left|\begin{array}{l}1,5\\0,2,3,4,6\end{array}\right.\right)\right\}$$

$$\subseteq\left\{\left(0...3,8...11\left|\begin{array}{l}0,2,5,7\\1,3,4,6\end{array}\right.\right),\left(4...7\left|\begin{array}{l}5,7\\0...4,6\end{array}\right.\right),\left(12...15\left|\begin{array}{l}1,5,7\\0,2,3,4,6\end{array}\right.\right)\right\}$$

$$\left\{\left(\begin{array}{l}0...3,8...11\\4...7,12...15\end{array}\right|0,2\left.\right),\left(\begin{array}{l}12...15\\0...11\end{array}\right|1\left.\right),\left(\begin{array}{l}\varnothing\\E_2^4\end{array}\right|3,4,6\left.\right),\left(\begin{array}{l}0,1,4...7,12...15\\\varnothing\end{array}\right|5,7\left.\right)\right\}$$

$$\subseteq\left\{\left(\begin{array}{l}0...3,8...11\\4...7,12...15\end{array}\right|0,2\left.\right),\left(\begin{array}{l}12...15\\0...11\end{array}\right|1\left.\right),\left(\begin{array}{l}\varnothing\\E_2^4\end{array}\right|3,4,6\left.\right),\left(\begin{array}{l}E_2^4\\\varnothing\end{array}\right|5,7\left.\right)\right\}$$

то за всіма ознаками – за значеннями множин субкон'юнктермів і потужністю їх множин – заданій частковій функції властива ще 2-блокова двоповторна декомпозиція виду:

$$\varphi(\varphi_{11}(X^{n-q}),\varphi_{12}(X^{n-q}),\varphi_{21}(X^{q}),\varphi_{22}(X^{q}))$$
$$=\varphi(\varphi_{11}(x_1,x_2,x_3,x_4),\varphi_{12}(x_1,x_2,x_3,x_4),\varphi_{21}(x_5,x_6,x_7),\varphi_{22}(x_5,x_6,x_7))$$

На рис. показано декомпозиційні карти (а і б) і спрощену карту (с) 3-розбиття $\{l_1 l_2 l_3 l_4 | l_5 l_6 l_7\}$ заданої часткової функції, ТМФ якої представляють десяткові значення кон'юнктермів для Y^1 і Y :

$x_1x_2x_3x_4$ \ $x_5x_6x_7$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	~~7~~
1	8	9	10	11	12	13	14	~~15~~
2	16	17	18	19	20	~~21~~	22	~~23~~
3	24	25	26	27	28	~~29~~	30	~~31~~
4	32	33	34	35	36	37	38	39
5	40	41	42	43	44	45	46	47
6	48	49	~~50~~	~~51~~	~~52~~	~~53~~	54	55
7	56	57	58	59	60	~~61~~	62	63
8	64	65	66	67	68	~~69~~	70	~~71~~
9	72	73	74	75	76	~~77~~	78	~~79~~
10	80	81	82	83	84	~~85~~	86	~~87~~
11	88	89	90	91	92	~~93~~	94	~~95~~
12	96	97	98	99	100	101	102	~~103~~
13	104	105	106	107	108	109	110	~~111~~
14	112	113	114	115	116	117	118	~~119~~
15	120	121	122	123	124	125	126	~~127~~

а)

$x_1x_2x_3x_4$ \ $x_5x_6x_7$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	8	9	10	11	12	13	14	15
2	16	17	18	19	20	21	22	23
3	24	25	26	27	28	29	30	31
4	32	33	34	35	36	37	38	39
5	40	41	42	43	44	45	46	47
6	48	49	50	51	52	53	54	55
7	56	57	58	59	60	61	62	63
8	64	65	66	67	68	69	70	71
9	72	73	74	75	76	77	78	79
10	80	81	82	83	84	85	86	87
11	88	89	90	91	92	93	94	95
12	96	97	98	99	100	101	102	103
13	104	105	106	107	108	109	110	111
14	112	113	114	115	116	117	118	119
15	120	121	122	123	124	125	126	127

б)

	$\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$	(1)	$\begin{pmatrix}3\\4\\6\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}5\\7\end{pmatrix}$
(0...3,8...11)	●	○	○	●
(4...7)	○	○	○	●
(12...15)	○	●	○	●

в)

Тут. а) і б) Декомпозиційні карти 3-розбиття $\{l_1 l_2 l_3 l_4 | l_5 l_6 l_7\}$ до і після доозначення заданої часткової функції (числа кон'юнктермів в кружечках належать значенню Y^1, а числа накриті символом "~" = Y^-, в) спрощена карта 3-розбиття даної функції (чорними кружечками позначено значення Y^1, білими - Y^0).

З рис. а) видно, що карта має 5 різних рядків і 5 різних стовпців для Y^1 та 5 різних рядків і 4 різних стовпці для Y^2, яким відповідають потужності множин розбитих кон'юнктермів $(n - q)$- і q-класу для Y^1 і Y^2. Натомість доозначена декомпозиційна карта (б) та її спрощена карта (в) мають 3 різних рядки і 4 різних стовпці, що кількісно відповідають потужностям множин максимальних клонів $(n - q)$- і q-класу. Отже, згідно з теоремами *Curtis*'а [1] та теоремами автора [6,8], даній функції для заданого 3-розбиття $\{l_1 l_2 l_3 l_4 | l_5 l_6 l_7\}$ властиві три, одержані вище, можливі види 2-повторної декомпозиції.

Порівняно з відомими [1-4] запропонований теоретико-множинний метод декомпозиції булової функції n змінних, що задана в класі ДНФ, значно легше реалізувати як вручну, так і за допомогою комп'ютера, оскільки застосовуються прості операції і процедури над числами.

1. *Curtis H.A.* A new approach to the design of switching circuits. N.J.: Princeton, Toronto. 1962.
2. *Закревский А.Д.* Логический синтез каскадных схем. М., 1981.
3. *Бибило П.Н.* Синтез комбинационных ПЛМ-структур для СБИС. Минск, 1992.
4. *Потосин Ю.В., Шестаков Е.А.* Декомпозиция системы частичных булевых функций по ее табличному заданию // Автоматика и вычислительная техника, 1999. №3. С. 36-47.
5. *Рицар Б.Є.* Декомпозиція булевих функцій методом q-розбиття. 1 // Управляющие системы и машины., 1999. №6. С. 29-42.
6. *Рицар Б.Є.* Декомпозиція булевих функцій методом q-розбиття. 2 // Управляющие системы и машины., 2000, №1. С. 56-65.
7. *Рицар Б.Є.* Про декомпозиційні клони булових функцій // Вісник НУ "Львівська політехніка" "Комп'ютерні мережі та системи". №385, 2000. С. 105-111.
8. *Рицар Б.Є.* Повторна функційна декомпозиція методом q-розбиття //Укр. міжвід. наук.-техн. збірник "Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні". 1999. №34. С. 91-95.

УДК 681.3

ЗАСТОСУВАННЯ ПСИХОДІАГНОСТИЧНИХ ПРОЦЕДУР В ЗАДАЧАХ УКЛАДАННЯ РОЗКЛАДУ НАВЧАЛЬНИХ ЗАНЯТЬ

© О. Верес
Національний університет "Львівська політехніка"

Наведено класифікацію психодіагностичних продедур. Обгрунтовано застосування тест-опитувань для побудови множини показників критерів оптимізації та методу експертних оцінок для побудови інтегрованого критерію якості варіанту розкладу навчальних занять.