УДК 681.513: 519. 713

ПЕРЕТВОРЕННЯ ГРАФІВ, ЩО МАЮТЬ ПРОСТІ КОНТУРИ, В ЯРУСНО-ПАРАЛЕЛЬНУ ФОРМУ

© Р. Дунець
Українська академія друкарства

Запропоновано метод перетворення в ярусно-паралельну форму графів, що мають прості контури, без яких граф має топологію "дерево", із поданням графів матрицями суміжностей.

This paper deals with the method of transformation graphs to the layer-parallel form which have simple circuit and base topology "tree" without circuit by used the adjacency matrixes.

Вступ

Розробка різноманітних швидкодіючих комп'ютерних пристроїв вимагає виявлення всіх місць можливого паралелізму роботи структурних елементів. З цією метою роботу подають у вигляді графу, а далі перетворюють його в ярусно-паралельну форму (ЯПФ) [1]. Серед відомих методів найбільш зручним є метод [2], який передбачає подання графів матрицями суміжностей, які просто перетворюються й зберігаються в пам'яті комп'ютера як масиви даних. Проте цей метод не дозволяє утворювати ЯПФ у випадку, коли початковий граф містить контури (цикли). В роботі розглядається метод перетворення графів, що містять прості контури, тобто такі, що не входять як складові частини в інші контури [3] і між собою не мають більше одного спільного елемента. Крім того, розглядаються тільки такі циклічні графи, що мають базовий граф з топологією "дерево", в якому між вершинами введені зворотні зв'язки, що утворюють прості контури.

Формулювання задачі

В практичних задачах, як правило, не застосовуються циклічні графи, в яких початкові (вхідні) та кінцеві (вихідні) вершини охоплені зворотними зв'язками, а також циклічні графи з вершинами, що мають зворотні зв'язки самі на себе, тобто з контурами одиничної довжини [4,5]. Якщо ж в графі з топологією "дерево" утворювати прості контури, то, очевидно, їх можна створювати лише в межах одного шляху від початкової (вхідної) до кінцевої (вихідної) вершини. Враховуючи це, можна знайти верхні оцінки кількості простих контурів найменшої довжини 2 та найбільшої.

Теорема 1. Граф "дерево", що складається з n вершин, має один і тільки один простий контур максимальної довжини $k = n - 3$.

Доведення. Враховуючи, що контур можна створити тільки в межах одного шляху, а топологія "дерево" повинна мати не менше двох шляхів, бо інакше ця топологія перестане бути "деревом" і стане послідовною, то для отримання контура, що охоплює максимальну кількість вершин, необхідно, щоби другий шлях складався тільки з початкової та кінцевої вершини. В такому випадку з усіх n вершин не може входити в контур одна початкова та дві кінцеві вершини, а решту $n-3$ вершин може утворювати контур. Якщо відомо, що є такий контур з довжиною $k=n-3$ і він за умовою є простим контуром, то він є один тому, що вершин для утворення іншого простого контуру нема.

Теорема 2. Граф "дерево", що складається з n вершин, має максимальну кількість простих контурів довжиною 2, що дорівнює $]n-1/3[$, де] [– операція виділення цілої частини числа.

Доведення теореми аналогічне.

Основна ідея запропонованого методу полягає в пошуку останніх (кінцевих) зв'язків контурів, тимчасового вилучення цих зв'язків контурів, що буде відповідати розриву контурів, та їх відновлення вже після утворення ЯПФ. Для подання початкових графів серед двох типів матриць суміжностей [6] потрібно вибирати матриці суміжностей за входами. У таких матрицях кількість одиничних елементів в i-му рядку вказує на кількість вхідних зв'язків до i-го елементу графа. У випадку наявності тільки простих контурів для даного типу циклічних графів відповідні матриці суміжності за входами в рядку можуть не мати одиничних елементів, можуть мати їх один чи два. Рядок без одиничних елементів відповідає початковій вершині графа. Наявність двох елементів в рядку матриці свідчить про те, що відповідна вершина графа є такою, що один із входів є входом зворотного зв'язку. Залишається визначити, який з них відповідає зворотному зв'язку, але тут потрібно враховувати можливість довільної нумерації вершин графа [7].

Нехай початковий граф описується матрицею суміжностей за входами $A=[a_{ij}]_{n\times n}$. Відомо [3,6], що в матриці A^k, яка утворюється як логічне множення матриці A самої на себе k разів, її діагональні елементи належать до тих елементів графа, що входять в контури k-ї довжини.

Введемо такі операції:

- операцію diag – виділення діагональних елементів матриці суміжності **A** в окрему матрицю-рядок D

$$D=\mathrm{diag}(A)=[d_j]_{1\times n},\ d_j=a_{ii}; \tag{1}$$

- операцію sep – виділення i-го рядка матриці суміжності A в окрему матрицю-рядок S_i

$$S_i=\mathrm{sep}_i(A)=[s_i]_{1\times n},\ s_i=a_{ij}. \tag{2}$$

операцію утворення матриці-рядка D^k, кожен одиничний елемент якої відповідає номеру вершини графа, що входить в контур довжиною k

$$D^k=\mathrm{diag}\,(A^k). \tag{3}$$

Етапи перетворення графів

1. Встановлюємо $k:=2$, що в операції (3) відповідає виявленню всіх вершин графа, що утворюють контур довжиною два.

2. Утворюємо згідно з (3) матрицю-рядок D^k.

3. Якщо матриця D^k є нульовою, то $k := k + 1$ й виконується перехід до 2-го етапу при умові, що $k \neq (n + 1)$. При виконується перехід до 6-го етапу. Якщо матриця D^k не є нульовою, то проводиться аналіз початкової матриці суміжності A, з якої виділяються з допомогою операції sep всі рядки S_i, номера i яких відповідають одиничним елементам матриці D^k ($d_j = 1$, $i = j$).

4. Серед утворених матриць-рядків S_i виділимо ті з них, що мають два одиничні елементи і виконаємо операцію:

$$S_i' = S_i \,\&\, D^k. \tag{4}$$

5. Серед утворених матриць S_i' виявляємо ті, що мають тільки по одному j-му одиничному елементу. В цих матрицях одиничні елементи відповідають елементам a_{ij} матриці суміжності A, що задають зворотні зв'язки в графі.

В матрицях S_i', що мають два одиничні елементи вибираємо той з них, номер якого, наприклад, p не збігається з номерами i вже виявлених елементів a_{ij} матриці суміжності A. Вибраний елемент $a_{pj}, p \neq i$ теж буде належати до елементів матриці суміжності A, що задають зворотні зв'язки в графі.

6. Виконуємо $k := k + 1$. Якщо при цьому $k \neq (n + 1)$, то переходимо до другого етапу. В іншому випадку утворюємо нову матрицю суміжності A', в якій для всіх виявлених на попередньому етапі елементів a_{ij} замінюємо їхні значення з одиниці на нуль. Отже, в початковій матриці "тимчасово" будуть вилучені всі зворотні зв'язки і нова матриця A' буде матрицею, що описує граф типу "дерево".

7. Проводимо одним із відомих методів, наприклад [2], утворення ЯПФ з нової матриці A', після чого відновлюємо вилучені зворотні зв'язки в ЯПФ.

Кінець.

Приклад розв'язання задачі

Нехай задано початковий граф, що наведено на рис.1.

Для цього графа матриця суміжності за входами буде такою:

$$A = \begin{vmatrix} 0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0 \\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0 \end{vmatrix}$$

Проведемо перетворення даного графа в ЯПФ.

1. $k := 2$.

Знайдемо

$$D^2 = \mathrm{diag}\left(A^2\right) = \mathrm{diag}\left(\begin{vmatrix} 0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0 \end{vmatrix} \otimes\right.$$

$$\left.\otimes \begin{vmatrix} 0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0 \end{vmatrix}\right) = \mathrm{diag}\left(\begin{vmatrix} 0&0&1&0&0&0&0&1&0&1&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&1&0&1&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \end{vmatrix}\right) =$$

$$= \begin{vmatrix} 0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0 \end{vmatrix},$$

де $\otimes$ – операція логічного множення матриць суміжностей.

Утворена матриця D^2 не є нульовою і містить два одиничні елементи з номерами 4 і 6, що відповідають четвертій та шостій вершині графа, які утворюють контур довжини 2.

З матриці суміжності A виділимо 4-й та 6-й рядки і отримаємо такі матриці:

$$S_4 = \begin{vmatrix} 0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0 \end{vmatrix},\ S_6 = \begin{vmatrix} 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \end{vmatrix}.$$

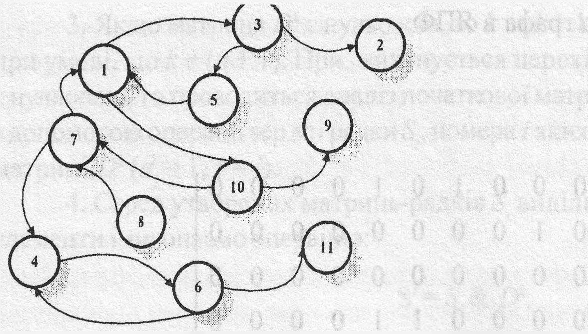

Рис. 1 Приклад початкового графа

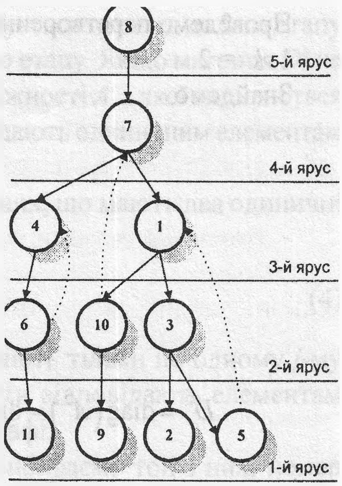

Рис. 2 Ярусно-паралельна форма графа

Серед них матриця S_4 має два одиничних елементи.

Утворюємо нову матрицю

$$S_4' = S_4 \,\&\, D^2 = |\, 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \,|,$$

в якій шостий її елемент має одиничне значення. В цьому випадку елементом початкової матриці суміжності A, що відповідає зворотному зв'язку між четвертою та шостою вершинами графа, є $a_{4,6}$.

2. $k := k + 1 = 3$.

Знайдемо $D^3 = \mathrm{diag}(A^3) = |1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0|$.

Матриця не є нульовою і містить одиничні елементи з номерами 1, 3, 5, 7 і 10, що відповідають вершинам графа з тими самими номерами, які утворюють контур чи контури довжиною 3.

З матриці суміжності A виділимо 1-й, 3-й, 5-й, 7-й та 10-й рядки і отримаємо такі матриці:

$$S_1 = |\, 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \,|, \ S_3 = |\, 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \,|,$$

$$S_5 = |\, 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \,|, \ S_7 = |\, 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \,|,$$

$$S_{10} = |\, 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \,|.$$

Серед них є дві матриці S_1 і S_7, що мають по два одиничних елементи. Для кожної з них утворюємо нові матриці:

$$S_1' = S_1 \,\&\, D^3 = |\, 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \,|,$$

$$S_7' = S_7 \,\&\, D^3 = |\, 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \,|.$$

Один одиничний елемент має матриця S_7', що відповідає елементу $a_{7,10}$ матриці суміжності A, який вказує на наявність зворотного зв'язку між сьомою і десятою вершинами графа.

Два одиничні елементи 5-й і 7-й має матриця S'_1. Оскільки 7-й елемент збігається з 7-им номером рядка, що стосується матриці S'_7, то в ній вибираємо 5-й елемент. Йому відповідає елемент $a_{1,5}$ матриці суміжності A, який вказує на наявність зворотного зв'язку між першою і п'ятою вершинами графа.

3. При всіх інших значеннях k від 4 до 11 в даному прикладі відповідні матриці D^4, ..., D^{11} є нульовими.

4. В початковій матриці суміжності A замінимо її одиничні елементи $a_{4,6}$, $a_{7,10}$, $a_{1,5}$ на нульові значення, що буде відповідати вилученню зворотних зв'язків в графі. В результаті отримаємо нову матрицю

$$A' = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

5. Утворимо ЯПФ, в якій відновимо зворотні зв'язки, що на рис.2 показані штриховою лінією.

Висновок

Запропонований метод перетворення графів, що представляються матрицями суміжностей і мають прості контури, в ярусно-паралельну форму, просто реалізується при побудові відповідної прикладної підпрограми і може застосовуватися для розв'язання різних задач, коли початковий об'єкт може бути поданий циклічним графом, але таким, який при вилученні зворотних зв'язків перетворюються в графи з топологію "дерево". Представлення графів матрицями суміжностей легко трансформується у відповідні масиви даних, які є найбільш природним поданням в комп'ютерах і не вимагає додаткових засобів для організації введення та виведення графів при застосуванні інших способів їх подання.

1. *Мельник А.А.* Процессоры обработки сигналов /Препринт 29-89. Ин-т прикл. проблем механики и математики. Львов, 1989.

2. *Дунець Р., Дунець Б.* Алгоритм перетворення графів в ярусно-паралельну форму на основі операцій алгебри логіки // Поліграфія і видавнича справа. 1997. Вип. 33. С. 17-24.

3. *Дунець Р.* Алгоритм пошуку компонентів схем, які утворюють елементарні контури різної довжини// Поліграфія і видавнича справа. 1998. №34. С.164-169.

4. *Рак Ю.П.* Малі друкарські системи: прогнозування, аналіз, синтез. К., 1999.
5. *Мельник Р.А.* Алгоритми ієрархічного моделювання площинної та просторової топології НВІС. Львів, 1999.
6. *Dunets` R.* Topology analysis algorithms of electromechanical schemes. /Наукові праці конференції "Комп'ютерні технології друкарства: алгоритми, сигнали, системи "ДРУКОТЕХН-96": Львів, 16-18 жовтня 1996, Львів, 1996, с.92-93.
7. *Казимира І.Я.* Підвищення ефективності алгоритмів схемотехнічного проектування радіоелектронних засобів // Вісн. ДУ "Львівська політехніка" № 307. Львів, 1996. С.34-39.

УДК 681.513

АДАПТИВНИЙ АЛГОРИТМ КОРЕКЦІЇ КВАЗІРЕГУЛЯРНОЇ КОМПОНЕНТИ ІОНОСФЕРНОГО ВПЛИВУ НА ІНТЕРФЕРОМЕТРИЧНІ ДАНІ В ДЕКАМЕТРОВОМУ ДІАПАЗОНІ РАДІОХВИЛЬ

© Г. Досин, В. Кошовий
Фізико-механічний інститут імені Г.В. Карпенка НАН України

Запропоновано адаптивний алгоритм оцінки та корекції іоносферного впливу на результати вимірювань за допомогою наземних декаметрових радіо-інтерферометрів. Проведено попередні дослідження ефективності алгоритму на основі обробки даних спільних спостережень за допомогою радіотелескопів УРАН-3 та УРАН-2.

An adaptive algorithm of evaluation and reduction of the ionospheric influence on decametric ground-base interferometry had been elaborated. Preliminary research of the algorithm efficiency was conducted using data of the common observations of radio telescopes URAN-3 and URAN-2.

Вступ

З розвитком радіоастрономічних спостережень кутова роздільча здатність інтерферометричних систем досягла значень, які обмежуються лише впливом середовища розповсюдження космічного радіовипромінювання. В декаметровому радіодіапазоні ці обмеження зумовлені впливом суттєво неоднорідної іоносферної плазми. У той же час дані саме декаметрової радіоастрономії значною мірою визначають інтерпретаційні моделі досліджуваних астрофізичних процесів.