УДК 621.372

УМОВИ ВІДСУТНОСТІ ПОВНОГО ПЕРЕЗАРЯДУ НЕЛІНІЙНОГО КОНТУРА З ФЕРОМАГНІТНИМ ОСЕРДЯМ

©В. Заяць
Національний університет "Львівська політехніка"

Запропонована методика встановлення конвергентності нелінійного контура з феромагнітним осердям.

The algorithm to determine of nonlinear circuit convergence with ferromagnetic core are proposed

Розглядається послідовний RLC – контур з введенням феромагнітного осердя в котушку індуктивності при ідеальній характеристиці намагнічування та прямокутній формі вхідного сигналу $U_{вх}$ з періодом повторення T.

Метою роботи є встановлення умов, при яких перезаряд ємності завершується з амплітудою, яка по модулю не перевищує модуля амплітуди до початку перезаряду. Встановлення таких умов при довільних параметрах контура та початкових значеннях напруг буде свідчити про конвергентність контура. Отже, в усталеному режимі існуватиме єдиний режим з постійною напругою.

Для визначеності вважаємо, що в початковий момент часу $t = 0$ вхідна напруга $U_{вх}$ має додатній знак, величина потокощеплення $\psi = -\psi_S$ є мінімально можлива, тобто осердя знаходиться у від'ємному насиченні (^-S) і напруга на ємності $U_C = -U_0$. Розглянемо випадок недонасиченого осердя, коли $U_{вх} < U_{кр}$, де $U_{кр}$ – мінімальне значення вхідної напруги, яке необхідне для забезпечення входження осердя в додатнє насичення (^+S) при нульовій напрузі ємності.

Зручно ввести до розгляду безрозмірні параметри:

$$\theta = \frac{2t}{T}; \quad V = \frac{U_C}{U_{кр}}; \quad a = \frac{2RC}{T}; \quad b = \frac{U_{вх}}{U_{кр}}; \quad U_{кр} = \frac{4\psi_S}{T}; \quad \varphi = \frac{\psi}{\psi_S}.$$

В цих позначеннях $\theta > 0$ – безрозмірний час; V – безрозмірна напруга на ємності, яка може змінюватися в межах $-1 \le V \le +1$; a – декремент затухання, який може набувати довільних додатних значень; параметр $0 < b \le 1$; $-1 < \varphi < 1$ – величина потокощеплення.

Процес перемагнічення осердя описується рівнянням ненасиченого режиму при $\varphi \in (^-S)$

$$\frac{1}{2}\frac{d\varphi}{d\theta} - V_0 = b$$

З врахуванням початкових умов

$$\varphi = -1 + 2(b + V_0)\theta$$

Відзначимо, що якщо початкові умови не забезпечують входження осердя в насичення в першому періоді, то пропускається обов'язково парна кількість півперіодів сигналу, оскільки вхід в (^+S) можливий лише при додатній вхідній напрузі. При цьому вклад вхідної напруги в величину потокозчеплення за ціле парне число півперіодів нульовий і визначається лише відрізком θ_{S0} на останньому півперіоді, де відбувся вхід в (^+S).

При входженні осердя в (^+S) на довільному m-тому періоді ($m = 1, 2, 3, ...$), який настає через $2m - 2$ повних півперіоди плюс відрізок θ_{S0} на першій половині m-того періоду, маємо

$$0 < \theta_{S0} = \frac{1-(2m-2)V}{b+V_0} < 1\,. \qquad (1)$$

З (1) випливає, що

$$\frac{1-b}{(2m-1)} < V_0 < \frac{1}{2(m-1)}\,. \qquad (2а)$$

Оскільки $V_0 < b$, то з лівої частини останньої нерівності

$$b > \frac{1}{2m}\,.$$

Остання нерівність та нерівність (2а) є необхідними умовами входження в ^+S на m-тому періоді. Достатні умови визначаються обмеженнями на b зверху та обмеженнями на комбінацію $b + V_0$. З лівої нерівності (1) маємо

$$\frac{1}{b+V_0} > \max_{b,V_0}\frac{(2m-2)V_0}{b+V_0} = \max_{\frac{V_0}{b}}\frac{(2m-2)}{1+\frac{V_0}{b}}\cdot\frac{V_0}{b} = m-1\,.$$

Отже, виконання умови

$$b+V < \frac{1}{m-1}\,,$$

забезпечує відсутність зсування входження в ^+S на попередній період. Оскільки невиконання останньої умови є обмеженням знизу на комбінацію $b + V_0$ на попередньому періоді, то маємо право записати такі нерівності для m-того періоду

$$\frac{1}{m} < b+V_0 < \frac{1}{m-1}\,. \qquad (2б)$$

Підставляючи в праву частину (2б) мінімальне значення V_0 з лівої частини (2а), отримуємо обмеження зверху на b:

$$b < \frac{m}{2(m-1)^2}\,.$$

Отже, якщо V_0 вибране з діапазону, що визначається нерівностями (2а), а b - нерівностями

$$\frac{1}{2m} < b < \frac{m}{2(m-1)^2}, \tag{2в}$$

і при цьому комбінація $b + V_0$ задовольняє умову (2б), то входження в ^+S відбувається на m-ному періоді.

Для визначення напруги в момент $\theta = 2m{-}1$ при виході осердя з ^+S скористаємося рівнянням для перезаряду ємності

$$a\frac{d\varphi}{d\theta} + V_1 = b\,.$$

З врахуванням того, що при $\theta = 2m - 2 + \theta_{S0}$ $V = -V_0$, маємо

$$V_{2n-1} = b - (b + V_0)e^{\frac{1-\theta_{S0}}{a}}.$$

Ввівши позначення

$$Z_0 = \frac{1-\theta_{S0}}{a},$$

з останнього рівняння отримуємо

$$Z_0 = \ln\frac{b + V_0}{b - V_{2m-1}}.$$

Для того, щоби повний перезаряд не відбувся, слід забезпечити $V_{2m-1} < V_0$.

Розглянемо граничний випадок $V_{2m-1} = V_0$. Тоді умова відсутності перезаряду набуває вигляду

$$Z_0 < \ln W_0, \tag{3}$$

де $Z_0 = \dfrac{b + (2m-1)V_0 - 1}{a(b + V_0)}$, $W_0 = \dfrac{b + V_0}{b - V_0}$.

Для подальшого аналізу зручно (3) представити у вигляді

$$a > \max_{b,V_0}(a_{кр}),$$

де

$$a_{кр} = \frac{b + (2m-1)V_0 - 1}{(b + V_0)\ln\dfrac{b + V_0}{b - V_0}}. \tag{4}$$

Встановимо, при яких b і V_0 $a_{кр}$ досягає найбільшого значення при різних n. Умова

$$\frac{da_{кр}}{db}=\frac{[1-2V(m-1)]\ln W}{B^2}+\frac{2AV_0}{(b-V_0)B^2}>0\,, \tag{5}$$

має місце, якщо

$$-\ln W<\frac{2RV_0}{(b-V_0)[1-2V_0(m-1)]}\;.$$

Оскільки ln $W > 1$, $A > 0$, $V_0 > 0$, $b > V_0$, $V_0 > 1/\,2(m - 1)$, то остання нерівність виконується завжди. Тобто, для довільних m з ростом b величина $a_{кр}$ збільшується.

Умова

$$\frac{da_{кр}}{dV_0}=\frac{[1+2b(m-1)]\ln W}{B^2}-\frac{2Ab}{(b-V_0)B^2}>0\,, \tag{6}$$

виконується, якщо

$$\ln W>\frac{2b[b+(2m-1)V_0-1]}{(b-V_0)[1+2b(m-1)]}\,.$$

При $b = 1$ остання нерівність ніколи не виконується, оскільки швидкість росту функції зліва менша за швидкість росту функції справа нерівності. Дійсно,

$$\frac{2}{1-V^2}<\frac{2}{(1-V)^2}\;.$$

Отже, при $b = 1$ зі збільшенням V_0 $a_{кр}$ спадає. Оцінимо, який із параметрів b чи V_0 сильніше впливає на ріст $a_{кр}$

Умова

$$\frac{da_{кр}}{db}-\frac{da_{кр}}{dV_0}=\frac{2A}{Z^2}\cdot\frac{(b+V_0)}{(b-V_0)}-\frac{2(m-1)\ln W}{Z^2}(b+V_0)>0\,, \tag{7}$$

може задовольнятися, якщо

$$\ln W<\frac{b+(2m-1)V_0-1}{(b-V_0)(m-1)}\,.$$

При $m = 1$ або 2 остання нерівність задовольняється завжди. Дійсно, якщо взяти похідні зліва і справа останньої нерівності, то

$$\frac{2b}{b^2-V_0^2}<\frac{2mb-1}{(m-1)(b-V_0)^2}\,,$$

якщо

$$2b[b+(2m-1)V_0]>b+V_0\,.$$

Неважко переконатися, використовуючи умови (2а) і (2б), що остання нерівність виконується завжди при $m = 1, 2$.

Отже, при $m = 1$ або 2 параметр b сильніше впливає на ріст $a_{кр}$, ніж параметр V_0. При $m > 2$ існує область значень $V_0 < V_{кр}$, де степінь впливу V_0 на ріст $a_{кр}$ є більшою, ніж b. При $b < 1$, коли нерівність (6) переходить в рівність існують локальні екстремуми $a_{кр}$ по V_0. Дійсно, $a_{кр} = 0$ при граничному значенні $V_0 = b$, взятому з діапазону $1/2m < b < 1/2(m-1)$, оскільки при цих значеннях знаменник (4) перетворюється в безмежність. Окрім того, для кожного значення b з вказаного діапазону існує $V_0 = (1-b)/(2m-1)$, яке перетворює чисельник (4) в нуль.

При $m = 1$ екстремуми існують у всьому діапазоні зміни b: $0.5 < b < 1$ і оскільки в силу (7) b впливає сильніше на ріст $a_{кр}$, ніж V_0, то екстремальні значення $a_{кр}$ при збільшенні b зсуваються в бік зменшення V_0, зростаючи при цьому.

При $m \geq 2$ з ростом $b > 1/(2(m-1))$ чисельник (4) в нуль вже не перетворюється і екстремуми по V_0 поступово зникають.

Дійсно, якщо взяти похідні зліва і справа останньої нерівності, то

$$\frac{2b}{b^2 - V_0^2} < \frac{2mb}{(m-1)(b-V_0)^2},$$

якщо

$$2b[b + (2m-1)V_0] > b + V_0 .$$

Неважко переконатися, використовуючи умови (2а) і (2б), що остання нерівність виконується завжди при $m = 1, 2$.

Тобто, при $m = 1$ або 2 параметр b сильніше впливає на ріст $a_{кр}$, ніж параметр V_0.

При $b < 1$, коли нерівність (6) переходить в рівність, існують локальні екстремуми $a_{кр}$ по V_0. Дійсно, $a_{кр} = 0$ при граничному значенні $V_0 = b$, взятому з діапазону $1/2m < b < 1/(2(m-1))$, оскільки при цих значеннях знаменник (4) перетворюється в безмежність. Окрім того, для кожного значення b з вказаного діапазону існує $V_0 = (1-b)/(2m-1)$, яке перетворює чисельник (4) в нуль.

При $m = 1$ екстремуми існують у всьому діапазоні зміни b: $0.5 < b < 1$ і оскільки в силу (7) b впливає сильніше на ріст $a_{кр}$, ніж V_0, то екстремальні значення $a_{кр}$ при збільшенні b зсуваються в бік зменшення V_0, зростаючи при цьому.

При $m \geq 2$ з ростом $b > (2(m-1))$ чисельник (4) в нуль вже не перетворюється, і екстремуми по V_0 поступово зникають. Але при $m = 2$ параметр b впливає на ріст $a_{кр}$ сильніше, ніж V_0, тому найбільше $a_{кр}$ досягається при найбільшому можливому b з дотриманням умови (2б).

$$b + V_0 = 1 . \tag{8}$$

При $m > 2$ існує $V_0 = V_{кр}$, яке перетворює нерівність (7) в рівність і при дотриманні умови

$$b + V_{кр} = \frac{1}{m-1} . \tag{9}$$

$a_{кр}$ досягає максимуму.

Для встановлення максимального $a_{кр}$, при якому повний перезаряд неможливий, розглянемо три випадки:

Випадок 1: $m = 1$.

При $b = 1$ $a_{кр}$ росте зі зменшенням V_0 в силу невиконання (6) і досягає максимуму при $V_0 \to 0$. На основі (4)

$$\max_{b,V_0,m=1}(a_{кр}) = \lim_{V_0\to 0}\frac{V_0}{(1+V_0)\ln W} = \lim_{V_0\to 0}\frac{1}{\ln W + \dfrac{2}{1-V_0}} = \frac{1}{2}. \qquad (10)$$

При $b < 1$ в усьому діапазоні зміни b виникають локальні екстремуми $a_{кр}$ по V_0, оскільки для кожного b існує V_0, яке перетворює нерівність (6) в рівність. Але можна показати, що величини цих екстремумів не перевищують 1/2. Дійсно, для кожного $0.5 < b < 1$ значення V_0, яке відповідає екстремуму $a_{кр}$, визначається на основі (6):

$$\ln W = \frac{2b(b+V_0-1)}{(b-V_0)}.$$

З врахуванням (4)

$$a_{кр} = \frac{b-V_0}{2b(b+V_0)}.$$

При $b \to 0$ $V_0 \to 0$ $a_{кр} \to 1/2$, залишаючись меншим за цю величину.

Випадок 2: $m = 2$.

При $b = 1$ в силу (2в) можливе лише $V_0 = 0$, тому розглядати цей випадок немає сенсу. Локальні екстремуми $a_{кр}$ по V_0 при деякому b_e, яке визначається як розв'язок (6) з дотриманням умови (2в)

$$b_e + V_0 = 1,$$

зникають. Але при $b > b_e$ в силу виконання (7) $a_{кр}$ продовжує збільшуватися, досягаючи максимуму при найбільшому b і виконанні умови (9), оскільки $a_{кр}$ зростає і зі збільшенням V_0. Підставляючи в (4) $b = 1 - V_0$, після спрямування $V_0 \to 0$ отримуємо:

$$\max_{b,V_0,m=2}(a_{кр}) = \lim_{V_0\to 0}\frac{2V_0}{2\ln(1-2V_0)} = \lim_{V_0\to 0}\frac{2}{\dfrac{2}{1-2V_0}} = 1. \qquad (11)$$

Це і є найбільше значення $a_{кр}$ при $m = 2$.

Випадок 2: $n > 2$.

При $n > 2$ значення $b = 1$ вже не реалізується. Найбільше значення $a_{кр}$ досягається в момент перетворення нерівності (7) в рівність

$$\ln W = \frac{b+(2m-1)V_0-1}{(m-1)(b-V_0)}, \qquad (12)$$

і виконанні умови (2в)

$$b+V_0=\frac{1}{m-1}, \tag{13}$$

оскільки в цей момент $a_{кр}$ все ще зростає зі збільшенням V_0. З врахуванням (12) і (13) (4) набуває вигляду

$$a_{кр}=(b-V_0)(m-1)^2=(m-1)[2b(m-1)-1]. \tag{14}$$

Оскільки $b < m/(2(m-1)^2)$, то $a_{кр} < 1$ для довільного m. Для більш точної оцінки $a_{кр}$ в (14) слід підставити b як розв'язок рівняння (14), яке з врахуванням (13) набуває вигляду

$$-\ln[2b(m-1)-1]=\frac{m-2b[m-1]^2}{[2b(m-1)-1](m-1)}. \tag{15}$$

Розклавши функцію зліва в (15) в ряд Тейлора, в першому наближенні отримуємо

$$b=\frac{1}{m-1}-\frac{\sqrt{m-2}}{(m-2)\sqrt{(m-1)}}. \tag{16}$$

При великих m (16) спрощується

$$b=\frac{m}{(m-1)(2m-1)}, \tag{17}$$

і (14) набуває вигляду

$$a_{кр}=\frac{m-1}{2m-1}<\frac{1}{2}. \tag{18}$$

Нижче в таблиці наведені значення $a_{кр}$, оцінені на основі (4) з врахуванням (15), (16) і (17), а також оцінки $a_{кр}$ на основі (18) для різних m:

Отже, наближення оцінки $a_{кр}$ на основі (4) з використанням (13) і (17) дає похибку, не більшу ніж 10%.

m акр	акр (15)	акр (16)	акр (17)	акр (18)
3	0.375	0.345	0.373	0.4
4	0.304	0.263	0.272	0.427
5	0.271	0.228	0.252	0.444
10	0.210	0.1703	0.177	0.473
20	0.176			

Проведене дослідження дозволяє зробити висновок, що у випадку недонасиченого осердя ($b < 1$) при довільних початкових умовах (V_0) при коефіцієнті затухання $a > 1$ повний перезаряд ємності неможливий. Оскільки весь хід міркувань у випадку входження осердя в ^{-}S цілком аналогічний, то приходимо до висновку, що нелінійний контур з недонасиченим феромагнітним осердям є конвергентний, якщо величина коефіцієнта затухання перевищує одиницю.

УДК 621.382

ВИЗНАЧЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ПЕРЕНЕСЕННЯ КЛАСТЕРА В ЗАДАЧАХ ДЕКОМПОЗИЦІЇ

© Р. Базилевич
Національний університет "Львівська політехніка"

Розглянуто алгоритм визначення ефективності перенесення кластерів в оптимізаційних задачах розбиття складних схем на частини. Алгоритм має малі обчислювальні затрати та є придатним для задач великих розмірностей.

The algorithm of cluster's transfer evaluation is proposed for partitioning problems. It has small computation consumption and is applicable to large size problems.

Вступ

Оптимальне розбиття складних схем на частини є однією з найбільш важливих часткових підзадач при роз'язуванні важковирішуваних комбінаторних задач неполіноміальної складності. Ефективними тут для задач схемного типу виявилися підходи на основі методу оптимального згортання схеми [1,2], що реалізують обмін кластерами довільної розмірності [3]. Для забезпечення придатності методу для задач великих та надвеликих розмірностей пропонується алгоритм оцінки ефективності перенесення кластерів, що має малі обчислювальні затрати.

1. Показники ефективності перенення кластера

На рис. 1 зображена процедура перенесення довільного кластера α з частини A в частину B деякої схеми N. Решта схеми зображена як R. Ставиться задача максимально економно з точки зору обчислювальних затрат визначити ефективність цієї процедури для наступного виділення найкращих для перенесення кластерів.

Наявною вхідною інформацією звичайно є множини зовнішніх зв'язків E_A^{ex}, E_B^{ex}, E_α^{ex} обох частин та кластера α. Крім цього, заданими можна вважати множини елементів, з яких складаються ці частини та кластер α: $P(A)$, $P(B)$, $P(\alpha)$. Необхідно визначити ефективність перенесення кластера для відбору кращих, а також зміни в схемі в результаті перенесення з мінімальними обчислювальними затратами. Основними показниками ефективності перенесення є:

1. Кількість зовнішніх зв'язків новоутвореної схеми N^* та їх приріст:

$$n_{N^*}^{ex};\ \Delta n_{N\ (A-\alpha),(B+\alpha)}^{ex}.$$

2. Кількість зовнішніх зв'язків новоутворених частин A-α та B+α та їх приріст:

$$n_{A-\alpha}^{ex};\ n_{B+\alpha}^{ex};\ \Delta n_{A-\alpha}^{ex};\ \Delta n_{B+\alpha}^{ex}.$$

3. Множина зовнішніх зв'язків новоутвореної схеми N^*:

$$E_{N^*}^{ex}.$$