1. *А.Павельчак, В.Самотий, В.Мінкіна.* Розрахунок параметричної чутливості електромагнетних кіл // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. 2000. №2. С.62-65

УДК 519.15:621.372

ПОШУК ОПТИМАЛЬНОЇ ЛІНІЙКИ ГОЛОМБА ЗА ПРОЕКТОМ DISTRIBUTED.NET

© О. Різник, Я. Кісь, М. Гнучак, А. Нога
Національний університет "Львівська політехніка"

Розглядається розроблений модифікований алгоритм вибіркових переміщень з пропусками для побудови лінійок Голомба за проектом Distributed.net, що дає можливість знаходження всіх варіантів лінійок та значного скорочення витрат часу на їх пошук.

In article considers a developed modified algorithm of selective shifts with blanks for Golomb rulers construction for Distributed.net project giving a finding possibility of all of lines variants and considerable time expenses abbreviation on their search.

Distributed.net, найвідоміша група, що займається розподіленими обчисленнями, 15.02.2000р. офіційно розпочала новий проект, ціль якого – пошук оптимальної лінійки Голомба з 24 поділками. Проект не закінчений і по сьогоднішній день, хоча планується відкриття нового проекту на 25 поділок.

Що таке лінійка Голомба? В математиці цей термін належить до такої послідовності невід'ємних цілих чисел, що ніяка пара з них не відрізняється одне від одного на те саме число. Концептуально це відповідає лінійці з поділками, розташованими таким чином, що відстань між будь-якою парою поділок завжди унікальна. Оптимальна лінійка Голомба – це найкоротша лінійка Голомба для заданого числа поділок *N*. Складність пошуку такої лінійки зростає експоненційно з числом поділок, і саме тому *Distributed.net* зайнялася цим проектом [7].

Оскільки лінійки Голомба мають багато застосувань у розташуванні датчиків для ренгеновської кристалографії і радіоастрономії, а також у комбінаториці, теорії кодування і комунікаціях [2, 3, 5], цікаво проаналізувати, який алгоритм застосовується в обчисленнях проекту [1, 2, 7].

Інша назва лінійок Голомба в науковій літературі – числові лінійки-в'язанки (ЧЛВ) [3, 5]. Алгоритм вибіркових переміщень, який застосовується у проекті, базується на "вирощуванні" лінійок Голомба натуральних чисел за певними правилами [3, 4, 5]. Суть його полягає в додаванні всіх поруч розташованих чисел, починаючи від одиниці і знаходженні серед отриманих сум найменшої суми за умови, що всі отримані суми в лінійці різні. Нема математичного доказу того факту, що беручи всі числа підряд за алгоритмом вибіркових переміщень, ми отримуємо найкоротшу ЧЛВ. Тому необхідно, на нашу думку, для отримання дійсно оптимальної лінійки використовувати модифікований алгоритм вибіркових переміщень з пропусками, де числа лінійки і їх поруч розташовані суми не тільки беруться підряд, але й через одну, дві тощо. Також, враховуючи занадто великий час розрахунку лінійки з 24 поділками – вже більше року на тисячах комп'ютерів, є необхідність у визначенні граничних обмежень суми ЧЛВ.

Відомо [3], що вже при $N > 3$ не можна здійснити упорядкування чисел натурального ряду 1, 2, ..., N за операцією додавання так, щоби всі утворені на даній послідовності суми не повторювались. У зв'язку з цим постає питання упорядкування ланцюжків елементів з мінімальними числовими значеннями так, щоб кількість таких ланцюжків була якнайменшою. Така постановка задачі приводить до поняття функції зв'язності на множині чисел [3].

Функція зв'язності z за додаванням на невпорядкованій множині $\{k_i\}$, $i = \overline{1,n}$ елементів є мінімальною кількістю утворених на даній множині ланцюжків чисел із заданими обмеженнями [3]. Ланцюжки чисел утворюються за умови, що кожне число може входити до складу лише одного з цих ланцюжків чисел, які будуються на всіх елементах заданої множини, і всі суми поруч розташованих чисел в цих ланцюжках різні. В монографії [3] доведені теореми, що стосуються мінімального та максимального значення функції зв'язності. Функція $\{\overline{1,n}\}$ зв'язності простої ЧЛВ на множині чисел не може набувати значення, меншого від

$$z_{min} = \begin{cases} n/3, & n \equiv 0 (\mathrm{mod}\, 3), \\ (n+2)/3, & n \equiv 1 (\mathrm{mod}\, 3), \\ (n+1)/3, & n \equiv 2 (\mathrm{mod}\, 3), \end{cases} \tag{1}$$

та більшого від

$$z_{max} = \begin{cases} (2n/3)-1, & n \equiv 0\ (\mathrm{mod}\, 3), \\ 2(n-1)/3, & n \equiv 1\ (\mathrm{mod}\, 3), \\ (2n-1)/3, & n \equiv 2\ (\mathrm{mod}\, 3). \end{cases} \tag{2}$$

Функція зв'язності на невпорядкованій множині чисел визначає можливість утворення з елементів цієї множини числових лінійок-в'язанок зі заданими комбінаторними властивостями при обмеженнях на загальну суму чисел і повторюваність сум.

За допомогою функції зв'язності визначено нижнє граничне значення суми простої ЧЛВ порядку N мінімальної довжини L_{min} за формулами [3]:

$$n = ent\,\frac{3(N+1)}{4}\,; \tag{3}$$

$$L_{min} = n(n+1)/2 + L_d\ , \tag{4}$$

де L_d - сума d перших членів арифметичної прогресії $L_m + (L_m + 1) + ... + (L_m + d)$ зі значеннями, що не повторюються на ланцюжку чисел:

$$L_d = L_m(d+1) + d(d+1)/2\ , \tag{5}$$

$$d = \begin{cases} z_{min}(n) - 1, \ N \equiv 0 \ (\mathrm{mod}\, 4) \\ z_{min}(n) - 2, \ N \neq 0 \ (\mathrm{mod}\, 4) \end{cases}; \tag{6}$$

L_m - найменше значення суми, яке ще можливо реалізувати на множині $\{1, 2, ..., n\}$:

$$L_m = \begin{cases} n + p(n), \quad\ \ N \equiv 0 \ (\mathrm{mod}\, 4) \\ n + p(n) + 1, \ N \neq 0 \ (\mathrm{mod}\, 4) \end{cases}; \tag{7}$$

p - найбільша кількість нерівних між собою значень сум, утворених на парах зв'язаних між собою чисел:

$$p = \begin{cases} 2n/3, \qquad\ \ n \equiv 0 (\mathrm{mod}\, 3) \\ 2(n-1)/3, \ n \equiv 1 (\mathrm{mod}\, 3) \\ (2n-1)/3, \ \ n \equiv 2 (\mathrm{mod}\, 3) \end{cases}. \tag{8}$$

Знаючи найбільше значення функції зв'язності, можна знайти верхню оцінку довжини ЧЛВ з мінімальною сумою. Для цього в (6) замість значення $z_{min}(n)$ підставимо значення $z_{max}(n)$. Тоді (6) буде мати вигляд:

$$d = \begin{cases} z_{max}(n) - 1, \ N \equiv 0 \ (\mathrm{mod}\, 4) \\ z_{max}(n) - 2, \ N \neq 0 \ (\mathrm{mod}\, 4) \end{cases}, \tag{9}$$

Далі за формулами (3), (5) та (7) - (9) знаходиться верхнє граничне значення суми:

$$L_{max} = n(n+1)/2 + L_d\ . \tag{10}$$

Модифікований алгоритм вибіркових переміщень з пропусками складається з таких кроків:

Крок 1. За значенням N оцінюється найбільше граничне значення L_{max} суми ЧЛВ за формулою (10);

Крок 2. Готується масив із N комірок, пронумерованих у зростаючому порядку;

Крок 3. В першу комірку масиву записується число, з якого починається відлік в ЧЛВ, в 2-у - наступне, в решту заносяться нулі;

Крок 4. Перший раз число A визначається як збільшене на одиницю найбільше число найкоротшого ряду послідовності чисел, утвореного на множині сум, які знайдені на всіх окремих послідовностях, що належать масиву. Наступний раз число A з тим самим значенням визначається як збільшене на одиницю наступне за найбільшим числом найкоротшого ряду послідовності чисел, поки сума усіх чисел масиву L_N менша за L_{max}. При існуючих вільних комірках масиву число A записується у вільну комірку з найменшим порядковим номером і обчислюється нове значення суми L_N усіх чисел масиву; у випадку, коли $L_N \leq L_{max}$ виконується крок 5, а при $L_N > L_{max}$ – виконується крок 7;

Крок 5. Обчислюється нове значення суми елементів масиву ЧЛВ L_{max}. При існуючих у масиві вільних комірках знаходяться всі суми на всіх послідовностях, а при їх відсутності – всі лінійні сумі на єдиній послідовності:

а) якщо кожна зі знайдених сум зустрічається більше одного разу і є вільні комірки, то здійснюється перехід до кроку 4. При відсутності вільних комірок і при виконанні умови, що нове значення суми L_N не більше попереднього, отримується варіант ЧЛВ, після чого виконується крок 7. В іншому випадку виконується крок 6;

б) якщо хоча б одна зі знайдених сум з'являється більше одного разу, то виконується крок 6;

Крок 6. Знаходиться найбільше число B, потім визначається, чи є вільний номер комірки з номером більшим, ніж той, де розташоване число B; якщо така комірка існує, то з комірки з меншим номером число B переноситься у вільну комірку з більшим номером, після чого виконується крок 5; в протилежному випадку виконується крок 7.

Крок 7. Звільняється комірка з числом B і виконується крок 6. Ознакою закінчення обчислень при побудові повної сім'ї ЧЛВ є поява числа, з якого починається відлік в ЧЛВ в комірці $(N + 3)/2$ за умови його відсутності в попередніх комірках для непарних значень N і аналогічно в комірці $(N + 2)/2$ для парних значень N.

Ознаки закінчення обчислень сформульовані з врахуванням властивості алгоритму та отримані із умови виключення повторень ситуацій, при яких одна і та ж послідовність чисел з'являється як дзеркальне відображення раніше отриманої послідовності чисел ЧЛВ. Враховується, що в ЧЛВ повинні міститися різні суми, а також те, що елементи ЧЛВ, які знаходяться в комірках з меншими порядковими номерами, по черзі переміщаються в комірки з більшими порядковими номерами в міру поступового зменшення числових значень цих елементів. Це й забезпечує перебір всіх можливих без винятку варіантів ЧЛВ.

Модифікований алгоритм покладено в основу розробки комплексу програм для синтезу повних сімей ЧЛВ із заданими параметрами. Для оцінки ефективності модифікованого алгоритму число P_N варіантів перебору підраховується як кількість нетотожніх перестановок на кожному розбитті множини [6], елементами якої є числа ЧЛВ:

$$P_N \cong \frac{N-1}{2} C_{L_{max}}^{N-1}, \qquad (11)$$

де N – порядок ЧЛВ; L_{max} – верхня гранична оцінка мінімальної довжини ЧЛВ, коли відлік починається з числа 1 за формулою (10).

Для алгоритму, який використовується в проекті, верхня гранична оцінка $L_{max} = N(N - 1)$ [3], що є значно більше, ніж за формулою (10).

Отже, перевагами розробленого модифікованого алгоритму вибіркових переміщень з "пропусками" є, по-перше, перебір всіх можливих без винятку варіантів лінійок Голомба, а по-друге, значне зменшення кількості перебору варіантів для успішної роботи за проектом.

1. Дьюдни А.К. Две незамысловатые программы демонстрируют гениальные способности в тестах на умственное развитие // В мире науки. 1986. №5. С.90-95.
2. Дьюдни А.К. О линейках Коломба и их применение в радиоастрономии // В мире науки. 1986. №2. С.103-107.
3. Різник В.В. Синтез оптимальних комбінаторних систем. Львів. 1989.
4. Ризнык В.В., Ризнык О.Я. Комплекс алгоритмов и программ для синтеза комбинаторных моделей оптимальных систем // Контрольно-измерительная техника. Львов, 1991. Вып.48. С.16-18.
5. Ризнык О.Я. Комбинаторные модели для синтеза технических устройств и систем на основе числовых линейных сцепок // Контрольно-измерительная техника. Львов. 1989. Вып.45. С.23-25.
6. Холл М. Комбинаторный анализ. М., 1963.
7. http://www.internet.ru/article/preview_lentanews/2000/02/15/1737.html

УДК 621.382.002

ПІДСИСТЕМА ДЛЯ ВІДОБРАЖЕННЯ ПРОФІЛІВ РОЗПОДІЛУ ДОМІШОК В НАПІВПРОВІДНИКОВИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ ПРИСТРОЯХ

© П. Гранат, В. Теслюк
Національний університет "Львівська політехніка"

Запропоновано підсистему для відображення профілів домішок в напівпровідникових інтегральних пристроях. Наведено основні алгоритми та розподіли домішок в біполярних, МОН та КМОН -пристроях.

The subsystem for reverberation of admixtures profiles in semiconductor integral devices is proposed. Basic algorithms and admixtures distributions in bipolar, MOS and CMOS devices are directed.

Запропонована в даній роботі підсистема виводу графічної інформації [1,2] призначена для відображення на екрані монітора одно- та двовимірних графіків розподілу домішок у напівпровідникових структурах. Вона входить до системи технологічного моделювання ІС "ПроМІС-Т" [3].

Розпочинається робота підсистеми виводу графічної інформації після натискання піктограми у формі гістограми в основному меню піктограм системи "ПроМІС-Т" (чи