

УДК 621.372

Р.А. Бунь\*, А. Кжишковські#

\*Державний НДІ інформаційної інфраструктури  
#Радомська політехніка, факультет транспорту, Польща

## МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНИХ ВПЛИВІВ НА ПРИКЛАДІ ПЛОСКОЇ КОТУШКИ ІНДУКТИВНОСТІ

© Бунь Р.А., Кжишковські А., 2002

Запропоновано підхід до формування математичних моделей електродинамічних сил, що діють в системі електричних контурів, та проілюстровано його використання для випадку плоско намотаних котушок індуктивності. Моделі дають можливість здійснювати числовий аналіз режимів короткого замикання.

The approach for formation of mathematical models of electrodynamic forces is offered, which act in a system of electrical loops, and its usage for the flatly reeled up inductors is illustrated. The models enable to execute the numerical analysis of modes of a short circuit.

Під час протікання струму у довільному відокремленому електричному контурі часто спостерігаємо електродинамічні прояви, які прагнуть до деякого збільшення поверхні цього контура. Дію електродинамічних сил спостерігаємо також між електричними контурами [1, 2]. Поява таких сил тісно пов'язана із змінами енергії магнітного поля при зміні форми окремих контурів або їх взаємного розміщення. В системі кількох електричних контурів можна, крім цього, обчислювати силу, яка діє на один з них, на основі суперпозиції сил, що діють на нього з боку кожного контура зокрема [3 - 5].

В середовищах, що містять феромагнітні тіла, виступає спотворення магнітного поля, викликане сусідством двох середовищ з різними магнітними проникливостями, а також нелінійною залежністю  $B = f(H)$  у феромагнітних тілах. При знаходженні сили, що діє на електричний контур, поміщений в середовище з феромагнітними тілами, необхідні відомості про розподіл магнітної індукції в кожному елементі провідника, з якого виготовлений цей контур. Натомість, в більшості випадків можливе тільки наближене визначення розподілу магнітної індукції в просторі. Сила, що діє на довільний елемент контура з перетином  $\Delta s$  та довжиною  $\Delta l$ , виміряною в напрямку протікання струму, є пропорційною векторному добуткові густини струму та вектора магнітної індукції.

В електричних контурах електромагнітні сили не є зосередженими, а розподілені неперервно по всій довжині контура. В практичних розрахунках замість електродинамічних сил вигідніше оперувати з так званим одиничним електродинамічним навантаженням  $p$  провідника, під котрим розуміємо границю відношення сили  $\overline{\Delta F}$ , що діє на елемент провідника, до його довжини  $\overline{\Delta l}$ , а саме  $p = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} (\overline{\Delta F} / \overline{\Delta l})$ .

Одиничне навантаження  $p$  може змінюватися вздовж контура як за модулем, так і за напрямком. Під впливом електродинамічних навантажень електричний контур може піддаватися деформації і діставати певні напруження. Величини діючих на контур навантажень (згинаючих, розтягаючих тощо) залежать, окрім властивостей матеріалу

Показаний вище підхід до моделювання електродинамічних впливів в електричних контурах використано для знаходження електродинамічних навантажень в плосконамотаній котушці [7, 8]. Всередині котушки розміщений стержень товщиною  $d$ , по обидва боки від нього почергово плоско намотано  $n$  витків товщиною  $k$  та шириною  $h$  кожен.  $l$  – довжина ділянки, на якій досліджується електродинамічне навантаження. Формування рівнянь такого пристрою не наведено із-за громіздкості викладок. Остаточна математична модель має вигляд

$$F = \sum_1^n \sum_0^{x=n-1} \frac{I^2 l}{2\pi[d + (n+x)k]} \mu_0 \eta,$$

де  $\eta$  – коефіцієнт форми.

На рисунку подано залежність коефіцієнта форми  $\eta$  від відношення  $(a_1 - b)/(b + h)$  для різних значень  $b/h$  (криві Двігхта). Ці криві враховують тільки вплив провідників більших перетинів.

На базі розроблених математичних моделей створено відповідне програмне забезпечення для числового аналізу електродинамічних впливів на ділянки електричних контурів. Програмне забезпечення є простим і зручним у користуванні, не вимагає спеціальних навиків користувачів. Закладаючи різноманітні режими роботи, можна моделювати явища дії електродинамічних сил на боки обмоток, а також здійснювати числовий аналіз без дорогих натурних експериментів, які можуть призвести до механічного пошкодження досліджуваних пристроїв. Порівняння результатів обчислень та проведених натурних експериментів свідчить про правильність методики обчислень та правильність математичної моделі. Створений математичний апарат та програмний інструментарій можна також використовувати для розв'язання інших подібних задач.

1. Dąbrowski M. *Pola i obwody magnetyczne maszyn elektrycznych*. - Warszawa: WNT, 1971. - 354 с.
2. Nałęcz M., Jaworski J. *Miernictwo magnetyczne*. - Warszawa: WNT, 1968. - 280 с.
3. Kron G. *Equivalent Circuits of Electric Machinery*. - Wiley, New York, Chapman, London, 1951.
4. Lehman W. *Elektrodynamische Beanspruchung Paralleler Leiter*. ETZ, 1955.
5. Trenkmann H. *Konstruktion und Berechnung der Gleichstrom maschinen*. - Lipsk: Fachbuchverlag, 1954.
6. Bunn D.W., Farmer E.D. *Comparative Models for Electrical Load Forecasting*. - Chichester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore, 1985. - 200 p.
7. Krzyszkowski A. *Siły elektrodynamiczne w cewkach komutacyjnych elektrycznego silnika trakcyjnego i wytrzymałość mechaniczna cewek / Konferencja Naukowa "Jakość Wyrobów Elektrotechnicznych „JAWE 94"*. - Lublin, 1994. - P. 73 - 78.
8. Krzyszkowski A., Marciniak J. *Analiza konstrukcji biegunów pomocniczych silnika trakcyjnego Lk-450 w oparciu o badania wytrzymałości mechanicznej i elektrodynamicznej cewki*. - Radom: Politechnika Radomska, etap I 1993, etap II 1994. - 54 s.