

## КРУТИЛЬНЫЙ УДАР БУРОВЫХ СТАВОВ БУРОВЫХ УСТАНОВОК СИСТЕМЫ РТБ

© Шевченко Ф.Л., Петтик Ю.В., 2006

*На підставі хвильового рівняння крутильних коливань систем з розподіленими параметрами розглянуто ударні процеси бурового става РТБ за раптової зупинки ротора і раптового заземлення у забої.*

*Simplified version of dynamic calculation for single beams with distributed constants in the presence of localized masses is presented in this work based on known values of frequency of main oscillation tone.*

При бурении шахтных стволов и скважин большого диаметра (диаметром до 5 м и глубиной до 1000 м) буровыми установками реактивно-турбинного бурения (РТБ) имеют место крутильные удары, которые часто приводят к поломкам технологического оборудования.

В специальной литературе по вопросам бурения нефтяных и газовых скважин [1, 2] указывается на необходимость динамического расчета буровых колонн, как систем с распределенными параметрами. Однако таких расчетов, за исключением работы [3], посвященной динамике буровых ставов роторных буровых установок, на настоящий момент не имеется.

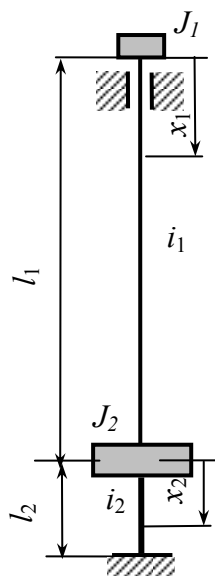


Рис. 1. Расчетная схема става РТБ

Целью представленной работы является изучение крутильного удара (в системах с распределенными параметрами при наличии сосредоточенных масс) и его влияния на напряженно-деформированное состояние бурового става на примере буровых установок РТБ.

Крутильные ударные процессы возникают в ряде случаев: в процессе разбуривания пород при переходе долот через границы пород различной твердости; при заклинивании долота и бурового агрегата на забое, в том числе при обрушении породы; при внезапном освобождении от заклинивания долота и др. Кроме того, крутильный удар может возникнуть при внезапной остановке или заклинивании ротора из-за поломки редуктора привода ротора, самопроизвольном срабатывании тормозной системы и др.

При проходке стволов и скважин большого диаметра используются буровые установки реактивно-турбинного бурения, рабочий орган которых вместе с утяжелителем удерживается буровым ставом, собранным из отдельных секций бурильных труб. Режущий инструмент (бур) закрепляются на жесткой траверсе при помощи турбобуров – чаще всего из трех труб на различном радиусе вращения относительно центра забоя. На верхнем конце бурового става имеется сосредоточенная приведенная масса ротора.

Упрощенную расчетную схему бурового става можно представить в виде двухступенчатого стержня с сосредоточенными массами утяжелителя и ротора, равномерно вращающегося с угловой скоростью  $\theta$  и внезапно заземленного в верхнем или нижнем сечении (рис. 1). При таком экстремальном нагружении возникают крутильные колебания, описываемые волновым уравнением

$$\frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial x^2}, \quad c = \sqrt{\frac{GJ_p}{i}}, \quad (1)$$

где  $\varphi(x,t)$  – углы закручивания стержня жесткостью  $GJ_p$  с погонным моментом инерции его массы  $i$ .  
Решение этого уравнения известно в виде [4]

$$\varphi(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \varphi_{0n} \cos k_n x + \frac{M_{0n}}{kGJ_p} \sin k_n x \right) \sin(\omega_n t + \mu_n). \quad (2)$$

Здесь  $\varphi_0$  и  $M_0$  – начальные параметры в виде угла закручивания и крутящего момента в начале координат.

Из граничных условий один начальный параметр можно выразить через другой и тогда решение (2) можно представить в собственных функциях  $X_n(x)$ , описывающих собственные формы колебаний, т.е. уравнение углов закручивания при единичной амплитуде  $D_n$

$$\varphi(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n X_n(x) \sin(\omega_n t + \mu_n). \quad (3)$$

Второе граничное условие приводит к частотному уравнению, позволяющему найти волновые числа  $k_n$  и спектр частот собственных крутильных колебаний

$$\omega_n = k_n c = k_n \sqrt{\frac{GJ_p}{J}} = \frac{\lambda_n}{l} \sqrt{\frac{GJ_p}{J}}, \quad \lambda_n = k_n l. \quad (4)$$

Начальная фаза  $\mu$  и амплитуда колебаний  $D_n$  находятся из начальных условий, т.е. условий заданной начальной угловой скорости вращения стержня  $\theta = \dot{\varphi}$  и начального угла закручивания  $\varphi_0$

$$\mu = \arctg \frac{\varphi(x,0)}{\dot{\varphi}(x,t)}. \quad (5)$$

Для вычисления амплитуды колебаний  $D_n$  нужно знать свойства собственных функций  $X_n(x)$ , которые будут ортогональными для стержня с постоянной жесткостью  $GJ_p$  при отсутствии сосредоточенных масс на стержне.

При наличии сосредоточенных масс на стержне ступенчато-переменного сечения свойства собственных функций определяются из дифференциальной зависимости [4]

$$\sum GJ_{pi} = (k_{in} - k_{im}) \int_0^{l_i} X_{in}(x) X_{im}(x) dx = \sum GJ_{pi} [X_{in} X'_{im} - X'_{in} X_{im}]_0^{l_i}. \quad (6)$$

Эта зависимость позволяет найти весовые функции  $\rho(x)$ , на которые нужно умножить собственные функции по участкам стержня с отношением жесткостей участков  $J_{pi}/J_{p0}$ .

Зная весовые функции, можно вычислить квадрат нормы собственных функций

$$\Delta_n^2 = \sum \frac{J_{pi}}{J_{p0}} \left[ \int_0^{l_i} \rho(x) X_i^2(x) dx + \xi l_i X^2(x_k) \right], \quad \xi = \frac{J_k}{il}. \quad (7)$$

**При заземлении нижнего сечения** бурового става и выборе начала координат в верхнем свободном сечении уравнение углов закручивания става будет иметь вид

$$\varphi_1(x,t) = \left( \varphi_0 \cos k_1 x + \frac{M_0}{k_1 GJ_{p1}} \right) \sin \omega t, \quad M_0 = -M_{н1}. \quad (8)$$

Момент сил инерции приведенной массы ротора

$$M_{и1} = -J_1 \ddot{\varphi}_1(0) = J_1 \frac{k_1^2 GJ_{p1}}{i_1} \varphi_0 = \varphi_0 \xi_1 \lambda_1 k_1 GJ_{p1}, \quad \lambda_1 = k_1 l_1, \quad \xi_1 = \frac{J}{i_1 l_1}. \quad (9)$$

Уравнение углов закручивания верхнего участка става принимает вид

$$\varphi_1(x, t) = \varphi_0 (\cos k_1 x - \xi_1 \lambda_1 \sin k_1 x) = \varphi_0 X_1(x), \quad (10)$$

где  $X_1(x) = \cos k_1 x - \xi_1 \lambda_1 \sin k_1 x$  – собственные функции верхнего участка бурового става.

Отсюда дифференцированием можно получить уравнение крутящих моментов на верхнем участке

$$M_1(x) = -GJ_{p1} \varphi_1'(x) = GJ_{p1} \varphi_0 k (\sin k_1 x + \xi_1 \lambda_1 \cos k_1 x) = -GJ_{p1} \varphi_0 X_1'(x). \quad (11)$$

Момент сил инерции утяжелителя

$$M_{2u} = -J_2 \ddot{\varphi}_2(0) = J_2 \omega^2 \varphi_2(0) = J_2 k_2^2 \frac{GJ_{p2}}{i_2} \varphi_2(0) = \xi_2 \lambda_2 k_2 GJ_{p2} \varphi_1(l).$$

Начальные параметры нижнего участка  $\varphi_{20} = \varphi_1(l_1)$ ,  $M_{20} = M_2(l_1) - M_{2u}$ .

Уравнение углов закручивания  $\varphi_2(x) = \varphi_{20} \cos k_2 x - \frac{M_{20}}{k_2 GJ_{p2}} \sin k_2 x$ , т.е.

$$\varphi_2(x) = \varphi_0 \left( (\cos \lambda_1 - \xi_1 \lambda_1) \cos k_1 x - \left( (\sin \lambda_1 + \xi_1 \lambda_1 \cos \lambda_1) \frac{J_{p1}}{J_{p2}} + \xi_2 \lambda_2 (\cos \lambda_1 - \xi_1 \lambda_1 \sin \lambda_1) \right) \sin k_2 x \right). \quad (12)$$

Из условия защемления  $\varphi_2(l_2) = 0$  получаем частотное уравнение

$$\operatorname{tg} \lambda_2 = \frac{1 - \xi_1 \lambda_1 \operatorname{tg} \lambda_1}{\frac{J_{p1}}{J_{p2}} (\operatorname{tg} \lambda_1 + \xi_1 \lambda_1) + \xi_2 \lambda_2 (1 - \xi_1 \lambda_1 \operatorname{tg} \lambda_1)}, \quad \xi_2 = \frac{J_2}{i_2 l_2}. \quad (13)$$

Прежде всего, определим частоту основного тона колебаний бурового става РТБ-3000 с характеристикой: диаметр буровой трубы  $D=168$  мм, толщина стенки трубы  $\delta=10$  мм, длина трубного става  $l=500$  м, полярный момент инерции трубы  $J_{p1} = 3,11 \cdot 10^{-5}$

$\text{м}^4$ , крутильная жесткость трубы  $GJ_{p1} = 2,48 \cdot 10^6$  Нм<sup>2</sup>, момент инерции массы утяжелителя относительно оси вращения  $J_0 = 30 \cdot 10^3$  кг·м<sup>2</sup>, приведенный момент инерции массы ротора  $J_1 = 45$  кг·м<sup>2</sup>, погонный момент инерции массы трубы  $i_1 = 0,243$  кг·м<sup>2</sup>/м, длина турбобуров  $l_2 = 7,5$  м, полярный момент инерции площади поперечного сечения турбобуров  $i_{p2} = 0,05$  м<sup>4</sup>, отношение момента инерции массы ротора к моменту инерции массы трубного става  $\xi_1 = \frac{J_1}{i_1 l_1} = \frac{45}{0,243 \cdot 500} = 0,366$ , отношение момента инерции массы утяжелителя к моменту инерции массы турбобуров

$$\xi_2 = \frac{J_2}{i_2 l_2} = \frac{30 \cdot 10^3}{390 \cdot 7,5} = 10,25.$$

При этих данных из формулы (13) находим первое значение собственных чисел  $\lambda_2 = k l_2 = 0,308$  или  $\lambda_1 = \lambda_2 l_1 / l_2 = 0,306 \cdot 500 / 7,5 = 20,4$ ,  $\lambda_1 = 20,4$ , чему соответствует частота основного тона колебаний (4)

$$\omega_1 = \frac{\lambda_1}{l_1} \sqrt{\frac{GJ_{p1}}{i_1}} = \frac{20,4}{500} \sqrt{\frac{2,48 \cdot 10^6}{0,243}} = 130,3 \text{ 1/с.}$$

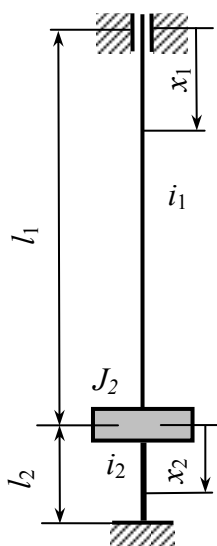


Рис. 2. Упрощенная расчетная схема става РТБ

Очевидно, моментом инерции массы ротора можно пренебречь. Тогда при выборе начала координат в верхнем сечении бурового става (рис. 2) нужно положить  $M_0=0$  и согласно (2) уравнение углов закручивания будет иметь вид

$$\varphi_1(x,t) = \varphi_0 \cos k_1 x \cdot \sin \omega t = \varphi_0 X_1(x) \cdot \sin \omega t. \quad (14)$$

Отсюда дифференцированием получим уравнение крутящих моментов

$$M_x(x) = -GJ_{p1} k_1 \varphi_0 \sin k_1 x = -\varphi_0 \frac{GJ_{p1}}{l_1} \lambda_1 \sin k_1 x = \varphi_0 GJ_{p1} X_1'(x), \quad (15)$$

где  $X_1(x) = \cos k_1 x$  – собственные функции верхнего участка бурового става.

В нижнем сечении верхнего участка возникает крутящий момент сил инерции утяжелителя

$$M_u = -J_0 \ddot{\varphi}(l_1) = J_0 \omega^2 \varphi_0(l_1) = \varphi_0 \frac{J_0}{i_1 l_1} \lambda_1 k_1 GJ_{p1} \cos \lambda_1 = \varphi_0 \xi l_1 k_1^2 X_1(l_1).$$

Здесь  $GJ_{p1}$  – крутильная жесткость буровой трубы верхнего участка става с полярным моментом инерции площади поперечного сечения  $J_{p1}$ , погонным моментом инерции массы  $i_1$  и моментом инерции массы утяжелителя  $J_0$ .

Для нижнего участка бурового става, состоящего из трех труб с моментами инерции площади поперечного сечения  $J_{p2} = \sum_{i=1}^3 (J_{pi} + a_i^2 F_i)$  и погонным моментом инерции массы труб

$i_2 = \sum_{i=1}^3 (J_i + a_i^2 M_i)$ , примем начало координат в сечении под утяжелителем, где начальные параметры находятся из уравнений верхнего участка при  $x = l_1$ :

$$\begin{aligned} \varphi_{02} &= \varphi_1(l_1) = \varphi_0 X_1(l_1) = \varphi_0 \cos \lambda_1; \\ M_{02} &= M_1(l_1) - M_u = \varphi_0 GJ_{p1} X_1'(l_1) - \varphi_0 J_0 k_1^2 \frac{GJ_{p1}}{J_1} X_1(l_1) = \\ &= \varphi_0 [GJ_{p1} X_1'(l_1) - \xi l_1 k_1^2 GJ_{p1} X_1(l_1)]. \end{aligned}$$

С учетом этих начальных параметров уравнение углов закручивания (2) на нижнем участке бурового става принимает вид

$$\varphi_2(x) = \varphi_0 \left[ \cos \lambda_1 \cos k_2 x + \frac{k_1}{k_2} \frac{J_{p1}}{J_{p2}} (\sin \lambda_1 - \xi l_1 k_1 \cos \lambda_1) \sin k_2 x \right]. \quad (16)$$

Из равенства частот колебаний участков става  $\omega = k_1 \sqrt{\frac{GJ_{p1}}{i_1}} = k_2 \sqrt{\frac{GJ_{p2}}{i_2}}$  с учетом зависимости между моментами инерции масс и площадей  $i_i = J_{pi} \gamma$ , получаем равенство волновых чисел  $k_i$ , индексы которых можно опустить.

Из условия заземления на нижнем конце стержня, т.е.  $\varphi_2(l_2) = 0$ , получаем частотное уравнение

$$\operatorname{tg} \lambda_2 = \frac{J_{p2}}{J_{p1}} \cdot \frac{1}{\xi l_1 \lambda_1 - \operatorname{tg} \lambda_1} = \operatorname{tg} \lambda_1 \frac{l_2}{l_1}. \quad (17)$$

В этой формуле отношение момента инерции массы утяжелителя к моменту инерции массы бурового става  $\xi_1 = \frac{J_0}{i_1 l_1} = \frac{30 \cdot 10^3}{0,243 \cdot 500} = 247$ , а отношение полярного момента инерции площади поперечного сечения турбобуров к моменту инерции площади поперечного сечения бурового става  $J_{p_2} / J_{p_1} = 0,05/3,1110^{-5} = 1607$ . При этих параметрах из (17) находим:  $\lambda_1 = 20,4$ , а

$$\lambda_2 = 0,306, \quad \omega_1 = \frac{\lambda_2}{l_2} \sqrt{\frac{GJ_{p_2}}{i_2}} = \frac{0,306}{7,5} \sqrt{\frac{4 \cdot 10^9}{390}} = 130,7 \text{ 1/с.}$$

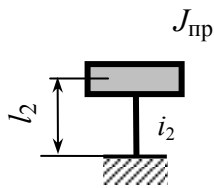


Рис. 3. Расчетная схема одномассового РТБ

Дальнейшее упрощение расчетной схемы можно предложить в виде жестко зашпеленного стержня на участке буровых труб с приведенной массой утяжелителя (рис. 3).

Приведенный момент инерции массы  $J_{np}$  состоит из момента инерции массы утяжелителя и приведенной массы турбобуров [5]

$$J_{np} = J_0 + 0,405 i_1 l_1 = 30 \cdot 10^3 + 0,405 \cdot 0,243 \cdot 500 = 30049 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

По формуле частоты колебаний одномассовой системы получаем

$$\omega = \sqrt{\frac{GJ_{p_2}}{l_2 \cdot J_{np}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^9}{7,5 \cdot 30049}} = 133,2 \text{ 1/с.}$$

Зная частоту колебаний, можно вычислить крутящий момент внутренних усилий  $M_x = -J\ddot{\varphi}$ .

А так как  $\varphi = \frac{\theta}{\omega} \sin \omega t$  [4], то  $M_x = J\omega^2 \varphi = 30049 \cdot 133,2 \cdot \theta = 4 \cdot 10^6 \cdot \theta$ .

Усилие на крайний турбобур вычисляется из равенства моментов сил трех турбобуров относительно оси вращения и крутящего момента бура

$$M_x = PR(2 + r^2 / R^2) = 2,14PR, \text{ т.е. } P = \frac{4 \cdot 10^6}{2,14 \cdot 1,19} \theta = 1,71 \cdot 10^6 \cdot \theta.$$

Изгибные напряжения в сечении турбобура под утяжелителем

$$\sigma = \frac{Pl_0}{W} = \frac{1,71 \cdot 10^6}{7 \cdot 10^{-4}} \theta = 1,67 \cdot 10^9 \theta,$$

( $l_0$  – длина турбобура от забоя до утяжелителя). При  $\theta = \frac{4\pi}{30} = 0,418 \text{ 1/с}$  напряжение будет равно  $\sigma = 699 \text{ МПа}$ .

Несмотря на хорошую точность приближенного расчета в вычислении частоты колебаний, есть целесообразность продолжить рассмотрение точного решения системы с распределенными параметрами, так как для других установок РТБ малых диаметров скважин отношение момента инерции массы утяжелителя будет соизмеримо с моментом инерции массы става. В таких случаях упрощенный расчет будет давать некоторую погрешность, которую можно установить лишь точным расчетом.

Для дальнейшего изучения напряженно-деформированного состояния бурового става как системы с распределенными параметрами по расчетной схеме рис. 2, требуется изучить свойства собственных функций на основании зависимости (6)

$$\begin{aligned} GJ_{p_1} (k_{1n}^2 - k_{1m}^2) \int_0^{l_1} X_{1n}(x) X_{1m}(x) dx + GJ_{p_2} (k_{2n}^2 - k_{2m}^2) \int_0^{l_2} X_{2n}(x) X_{2m}(x) dx = \\ = GJ_{p_1} [X_{1n}(x) X'_{1m}(x) - X'_{1n}(x) X_{1m}(x)]_0^{l_1} + GJ_{p_2} [X_{2n}(x) X'_{2m}(x) - X'_{2n}(x) X_{2m}(x)]_0^{l_2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Так как  $GJ_p X' = M_x / \varphi_0 = \overline{M}_x$ , то с учетом свободного конца верхнего сечения, где  $X_1'(0) = 0$ , и заземления внизу, где  $X_2(l_2) = 0$ , правую часть равенства (18) можно представить в виде

$$X_{1n}(l_1)\overline{M}_{1m}(l_1) - X_{1m}(l_1)\overline{M}_{1n}(l_1) - X_{2n}(0)\overline{M}_{2m}(0) + X_{2m}(0)\overline{M}_{2n}(0).$$

Но так как  $X_1(l_1) = X_2(0)$ , а  $\overline{M}_2(0) = \overline{M}_1(l_1) + \xi l_1 k_1^2 GJ_{p1} X_1'(l_1)$ , то равенство (18) примет вид:

$$(k_{1n}^2 - k_{1m}^2) \int_0^{l_1} X_{1n}(x)X_{1m}(x)dx + \frac{J_{p2}}{J_{p1}}(k_{1n}^2 - k_{1m}^2) \int_0^{l_1} X_{1n}(x)X_{1m}(x)dx = -(k_{1n}^2 - k_{1m}^2) \xi l_1 X_{1n}(l_1)X_{1m}(l_1).$$

Это значит, что на верхнем участке собственные функции ортогональны с весом  $\rho(x) = 1 + \xi l_1 \delta(x - l_1)$ , а для ортогональности собственных функций по двум участкам на нижнем участке собственные функции нужно умножить на отношение жесткостей  $J_{p2} / J_{p1}$ .

Таким же путем нужно находить квадрат нормы собственных функций

$$\begin{aligned} \Delta_n^2 &= \int_0^{l_1} \rho(x)X_1^2(x)dx + \frac{J_{p2}}{J_{p1}} \int_0^{l_2} X_2^2(x)dx = \int_0^{l_1} (1 + \xi l_1 \delta(x - l_1))X_1^2(x)dx + \frac{J_{p2}}{J_{p1}} \int_0^{l_2} X_2^2(x)dx = \\ &= \int_0^{l_1} X_1^2(x)dx + \xi l_1 X_1^2(l_1) + \frac{J_{p2}}{J_{p1}} \int_0^{l_2} X_2^2(x)dx. \end{aligned}$$

Для этого интеграла собственные функции берутся из уравнений (10), (12) при условии  $\xi_1 = 0$ , а  $\xi_2 = \xi$  и обозначениях:

$$A_1 = \cos \lambda_1, \quad B_1 = \frac{J_{p2}}{J_{p1}} (\sin \lambda_1 + \xi \lambda_1 k \cos \lambda_1), \quad \text{т.е.}$$

$$X_1(x) = \cos kx, \quad X_2(x) = A_1 \cos kx + B_1 \sin kx.$$

Подготовив интегралы от собственных функций  $\int_0^{l_1} \cos^2 kx dx = \frac{l_1}{2} \left( 1 + \frac{\sin 2\lambda_1}{2\lambda_1} \right)$ :

$$\int_0^{l_2} (A_1 \cos kx + B_1 \sin kx)^2 dx = \frac{l_2}{2} \left[ A_1^2 + B_1^2 + (A_1^2 - B_1^2) \frac{\sin 2\lambda_2}{2\lambda_2} + A_1 B_1 \frac{l_2}{\lambda_2} \sin^2 \lambda_2 \right],$$

находим квадрат нормы собственных функций:

$$\begin{aligned} \Delta_n^2 &= \frac{l_1}{2} \left( 1 + \frac{\sin 2\lambda_1}{2\lambda_1} \right) + \xi l_1 \cos^2 \lambda_1 + \frac{J_{p2}}{J_{p1}} \frac{l_2}{2} \left( A_1^2 + B_1^2 + \frac{2}{\lambda_2} A_1 B_1 \sin^2 \lambda_2 \right) = \\ &= \frac{l_1}{2} \left[ 1 + \frac{\sin 2\lambda_1}{2\lambda_1} + 2\xi l_1 \cos^2 \lambda_1 + \frac{J_{p2}}{J_{p1}} \frac{l_2}{2} \left( A_1^2 + B_1^2 + \frac{2}{\lambda_2} A_1 B_1 \sin^2 \lambda_2 \right) \right] = \frac{l_1}{2} \overline{\Delta}_n^2. \end{aligned} \tag{19}$$

Теперь можно рассмотреть начальное условие для вычисления амплитудного угла закручивания става  $\varphi_0$ , т.е. условия

$$\varphi(x, 0) = \omega \varphi_0 X(x) = \theta [1 - e(x_2 - l_2)],$$

единичная функция  $e(x_2 - l_2)$  которого указывает на наличие угловой скорости вращения става  $\theta$  в начале колебательного процесса по всей длине, кроме заземления в забое при  $x_2 = l_2$ .

По схеме Фурье это равенство нужно умножить на весовую функцию  $\rho(x)$  на верхнем участке, на отношение жесткостей  $J_{p2}/J_{p1}$  на нижнем участке, умножить на собственные функции несопадающего порядка и проинтегрировать по длине, т.е.

$$\begin{aligned} \varphi_0 \omega \left[ \int_0^{l_1} \rho(x) X_{1n}(x) X_{1m}(x) dx + \frac{J_{p2}}{J_{p1}} \int_0^{l_2} X_{2n}(x) X_{2m}(x) dx \right] = \\ = \theta \left[ \int_0^{l_1} (1 + \xi l_1 \delta(x - l_1)) X_1(x) dx + \frac{J_{p2}}{J_{p1}} \int_0^{l_2} X_2(x) dx \right]. \end{aligned}$$

Интеграл левой части этого равенства представляет квадрат нормы собственных функций (19). Подготовим интегралы правой части:

$$\begin{aligned} \int_0^{l_1} \rho(x) X_1(x) dx &= \int_0^{l_1} \cos kx dx + \xi l_1 \int_0^{l_1} \delta(x - l_1) X_1(x) dx = l_1 \left( \xi \cos \lambda_1 + \frac{\sin \lambda_1}{\lambda_1} \right), \\ \int_0^{l_2} X_2(x) dx &= \int_0^{l_2} (A_1 \cos kx + B_1 \sin kx) dx = \frac{l_2}{\lambda_2} (A_1 \sin \lambda_2 + B_1 (1 - \cos \lambda_2)). \end{aligned}$$

Так получаем уравнение начального условия

$$\varphi_0 \omega \frac{l_1}{2} \Delta_n^2 = \theta l_1 \left[ \xi \cos \lambda_1 + \frac{\sin \lambda_1}{\lambda_1} + \frac{l_2}{l_1 \lambda_2} (A_1 \sin \lambda_2 + B_1 (1 - \cos \lambda_2)) \right] = \theta l_1 \Psi(k),$$

откуда находим амплитудный угол закручивания  $\varphi_0 = 2\theta \frac{\Psi(k)}{\omega \Delta_n^2}$ , а затем и уравнение крутящих

моментов внутренних усилий в произвольном сечении бурового става:

– на верхнем участке (15)

$$M_x(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} GJ_{p1} k_n \varphi_0 \sin k_n x \cdot \sin \omega_n t = 2\theta \sqrt{GJ_1 J_{p1}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Psi_n(k_n)}{\Delta_n^2} \sin k_n x \cdot \sin \omega_n t;$$

– на нижнем участке дифференцированием (16) получаем

$$M_x(x, t) = 2\theta \sqrt{GJ_1 J_{p1}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Psi_n(k_n)}{\Delta_n^2} \left[ \frac{J_{p1}}{J_{p2}} (A_{1n} \sin k_n x - B_{1n} \cos k_n x) \sin \omega_n t \right]. \quad (20)$$

**Второй вид ударного нагружения** происходит при внезапной остановке ротора (рис. 1). В уравнении углов закручивания (2) нужно положить  $\varphi_0 = 0$

$$\varphi_1(x) = \frac{M_0}{kGJ_{p1}} \sin kx.$$

Уравнение крутящих моментов  $M_x(x) = -M_0 \cos kx$ .

Момент сил инерции массы утяжелителя

$$M_u = -J_0 \ddot{\varphi}(l_1) = J_0 \omega^2 \frac{M_0}{kGJ_{p1}} \sin kx = \xi \lambda_1 M_0 \sin \lambda_1.$$

Начальные параметры уравнения углов закручивания нижнего участка:

$$\varphi_2(0) = \frac{M_0}{kGJ_{p1}} \sin \lambda_1 = D \sin \lambda_1,$$

$$M_2(0) = M_x(l_1) - M_u = M_0 \cos \lambda_1 - \xi \lambda_1 M_0 \sin \lambda_1 = M_0 (\cos \lambda_1 - \xi \lambda_1 \sin \lambda_1).$$

Уравнение углов закручивания нижнего участка

$$\begin{aligned} \varphi_2(x) &= \frac{M_0}{kGJ_{p1}} \sin \lambda_1 \cdot \cos kx + \frac{M_0}{kGJ_{p2}} (\cos \lambda_1 - \xi l_1 \sin \lambda_1) \cdot \sin kx = \\ &= D \left[ \sin \lambda_1 \cdot \cos kx + \frac{J_{p1}}{J_{p2}} (\cos \lambda_1 - \xi l_1 \sin \lambda_1) \cdot \sin kx \right]. \end{aligned} \tag{21}$$

Уравнение крутящих моментов

$$M_x(x) = DGJ_{p2} \left[ -\sin \lambda_1 \cdot \sin kx + \frac{J_{p1}}{J_{p2}} (\cos \lambda_1 - \xi l_1 \sin \lambda_1) \cdot \cos kx \right]. \tag{22}$$

Из условия отсутствия динамического момента на нижнем конце става, т.е.  $M_x(l_2) = 0$ , получаем частотное уравнение [6]

$$1 - \xi \lambda_1 \cdot \operatorname{tg} \lambda_1 = \frac{J_{p2}}{J_{p1}} \cdot \operatorname{tg} \lambda_1 \cdot \operatorname{tg} \lambda_2. \tag{23}$$

Начальное условие удара  $\omega DX(x) = \theta e(-x)$  умножаем на вес, собственные функции, отношение моментов инерции и интегрируем по участкам

$$\begin{aligned} D\omega \left[ \int_0^{l_1} (1 + \xi l_1 \delta(x - l_1)) X_{1n}(x) X_{1m}(x) dx + \frac{J_{p2}}{J_{p1}} \int_0^{l_2} X_{2n} X_{2m} dx \right] = \\ = \theta \left[ \int_0^{l_1} (1 + \xi l_1 \delta(x - l_1)) e(-x) X_1(x) dx + \frac{J_{p2}}{J_{p1}} \int_0^{l_2} X_2 dx \right]. \end{aligned}$$

С учетом собственных функций и квадрата нормы это равенство принимает вид

$$D\omega \Delta_n^2 = \theta \left[ \int_0^{l_1} \sin kx + \xi l_1 \sin \lambda_1 + \frac{J_{p2}}{J_{p1}} \int_0^{l_2} (A_2 \cos kx + B_2 \sin kx) dx \right],$$

где  $A_2 = -\sin \lambda_1$ ,  $B_2 = \cos \lambda_1 + \xi \lambda_1 \sin \lambda_1$ .

Интегрируя это равенство, получим уравнение

$$B\omega \Delta_n^2 = \theta \left[ \frac{l_1}{\lambda_1} (1 - \cos \lambda_1) + \xi l_1 \sin \lambda_1 + \frac{J_{p2}}{J_{p1}} \frac{l_2}{\lambda_2} (A_2 \sin \lambda_2 + B_2 \cos \lambda_2) \right],$$

позволяющее определить начальный параметр

$$D = \frac{M_0}{kGJ_{p1}} = 2 \frac{\theta}{\omega \Delta_n^2 \lambda_1} \left[ 1 - \cos \lambda_1 + \xi \lambda_1 + \frac{J_{p2}}{J_{p1}} \frac{l_1}{l_2} (A_2 \sin \lambda_2 + B_2 \cos \lambda_2) \right]$$

и расчетные силовые факторы на верхнем участке бурового става

$$M_x(x, t) = 2 \frac{\theta}{\omega \Delta_n^2 \lambda_1} \cos kx \cdot \sin \omega_n t \tag{24}$$

и на нижнем участке (на участке турбобуров)

$$M_x(x, t) = 2 \frac{\theta}{\omega \Delta_n^2 \lambda_1} \left[ 1 - \cos \lambda_1 + \xi \lambda_1 + \frac{J_{p2}}{J_{p1}} \frac{l_1}{l_2} (A_2 \sin \lambda_2 + B_2 \cos \lambda_2) \right] \cos kx \cdot \sin \omega_n t.$$

Эту задачу также можно упростить, заменив момент инерции массы турбобуров приведенным сосредоточенным моментом инерции. Тогда получим расчетную схему в виде защемленного сверху стержня с сосредоточенной массой, момент инерции которой  $J_{пр} = J_0 + 0,405 i_2 l_2$ .



Для такой расчетной схемы уравнение углов закручивания имеет вид

$$\varphi(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{M_{0n}}{k_n GJ_p} \sin k_n x \cdot \sin \omega_n t.$$

Дифференцированием находим уравнение крутящих моментов

$$M_x(x) = -GJ_p \varphi'(x) = -M_0 \cos kx.$$

Крутящий момент сил инерции массы утяжелителя

$$M_{и} = -J_{пр} \ddot{\varphi}(l) = J_{пр} \omega^2 \varphi(l) = J_{пр} k^2 \frac{GJ_p}{i} \frac{M_0}{kGJ_p} \sin \lambda = \xi \lambda M_0 \sin \lambda.$$

Из условия равновесия массы утяжелителя  $M_x(l) + M_{и} = 0$  получаем частотное уравнение

$$\xi \lambda \operatorname{tg} \lambda = 1. \quad (25)$$

Зная корни этого уравнения и спектр частот собственных колебаний (4), можно получить уравнение углов закручивания при таком ударном нагружении. При этом собственные функции  $X(x) = \sin kx$  будут ортогональны с весом  $\rho(x) = 1 + \xi l \delta(x-l)$ .

Начальное условие крутильных колебаний  $\dot{\varphi}(x, 0) = \theta[1 - e(-x)]$ , т.е.

$$\sum_{n=1}^{\infty} D_n \omega_n X_n(x) = \dot{\varphi}(x, 0) = \theta[1 - e(-x)].$$

По схеме Фурье для произвольной гармоникой

$$D_n \omega_n \int_0^l \rho(x) X_n(x) X_m(x) dx = \theta \int_0^l [1 + \xi l \delta(x-l)] [1 - e(-x)] X(x) dx.$$

Левая часть этого равенства приводит к квадрату нормы собственных функций

$$\Delta_n^2 = \int_0^l X^2(x) dx + \xi l X(l) = \frac{l}{2} (1 + \xi \sin^2 \lambda_n).$$

Интеграл правой части с учетом частотного уравнения (21) равен  $\left( -\frac{\cos kx}{k} \right)_0^l + \xi l \sin \lambda$ , что

позволяет найти амплитудное значение начального параметра  $D_n = \frac{\theta}{k_n \omega_n \Delta_n^2} = 2 \frac{\theta l}{c \lambda_n^2} \frac{1}{1 + \sin^2 \lambda_n}$ .

Так получаем уравнение углов закручивания [4]

$$\varphi(x, t) = 2\theta l \sqrt{\frac{i}{lJ_{пр}}} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^2} \frac{\sin k_n x}{1 + \xi \sin^2 k_n l} \sin \omega_n t,$$

откуда дифференцированием находим уравнение крутящих моментов

$$M_x(x, t) = 2\theta \sqrt{iGJ_p} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n} \frac{\cos k_n x}{1 + \xi \sin^2 k_n l} \sin \omega_n t. \quad (26)$$

При исходных данных для бурового става РТБ-3000 длиной 500 м с отношением жесткости участков бурового става  $\frac{J_{p2}}{J_{p1}} = 1607$  и отношением моментов инерции масс  $\xi = \frac{J_0}{i_1 l} = 247$  из

формулы (23) находим  $\lambda_1 = 0,0607$ , что соответствует частоте основного тона колебаний

$$\omega_1 = \frac{0,0607}{500} \sqrt{\frac{2,48 \cdot 10^6}{0,243}} = 0,388 \text{ 1/с.}$$

По упрощенной схеме в виде стержня с одним участком по (25) находим  $\lambda_1 = 0,0636$ , что соответствует частоте основного тона колебаний  $\omega_1 = 0,407$  1/с.

Если считать трубный став безынерционным с сосредоточенной массой утяжелителя и приведенным моментом инерции массы бурой трубы и турбобуров  $J_{пр} = J_0 + 0,405(i_2 l_2 + i_1 l_1) = 312338$   $(i_2 l_2 + i_1 l_1) = 312338$  кг·м<sup>2</sup>, то частота колебаний окажется равной

$$\omega = \sqrt{\frac{GJ_{p1}}{l \cdot J_{пр}}} = 0,398 \text{ 1/с.}$$

Крутящий момент внутренних усилий в этом случае равен [4]

$$M_x = \theta \sqrt{\frac{GJ_{p1}}{l} J_{пр}} = \theta \sqrt{\frac{2,48 \cdot 10^6}{500} 312338} = 12446,7 \cdot \theta \text{ Нм.}$$

Для системы с распределенными параметрами согласно (26) при суммировании шести гармоник получаем  $M_x(0) = 13090 \cdot \theta$  1/с.

При  $\theta=1$ /с напряжение

$$\tau = \frac{M_x}{W_p} = \frac{13090}{3,11 \cdot 10^{-5}} \frac{0,168}{2} = 33,6 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

#### Выводы:

1. Рассмотренный расчет стержневых систем с распределенными параметрами на крутильные колебания и удар дает обоснование по выбору расчетной схемы упрощенного расчета буровых ставов буровых установок системы РТБ как системы с сосредоточенными массами.

2. На основании проведенных исследований разработаны практические рекомендации по учету крутильного удара при заземлении буровой колонны сверху и снизу, которые переданы ОАО «Донецкое шахтопроходческое управление по бурению стволов и скважин» и используются на буровом участке при выборе режимов бурения ствола шахты «Белозерская» установкой РТБ-3000.

3. Предложенная модель и методы ее решения, полученные зависимости и рекомендации по учету динамических явлений при прочностном расчете также можно использовать при исследовании крутильного удара в аналогичных конструкциях общего и специального машиностроения, содержащих стержневые системы с распределенными и сосредоточенными массами.

4. Рассмотренный динамический расчет применим и для буровых систем роторного типа, а также буровых ставов при проходке нефтяных и газовых скважин.

1. Сароян А.Е. Теория и практика работы буровой колонны. – М.: Недра, 1990. – 264 с.  
 2. Саркисов Г.М. Расчеты буровых и обсадных колонн. – М.: Недра, 1971. – 206 с.  
 3. Улитин Г.М. Динамика и устойчивость буровых колонн буровых установок роторного типа: Диссертация на соискание уч. ст. докт. техн. наук. – Днепропетровск, 2003. – 321 с.  
 4. Шевченко Ф.Л. Будівельна механіка: Спеціальний курс. Динаміка пружних стержневих систем. – Донецьк: РІА ДонДТУ, 2000. – 292 с.  
 5. Шевченко Ф.Л., Петрова Ю.Н. Спектр частот собственных колебаний тяжелых валов с сосредоточенными массами // Металлургические процессы и оборудование. – 2005. – №.2. – С. 48–51.  
 6. Прочность, устойчивость, колебания. Том. 3 / Под общей ред. И.А. Биргера и Я.Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968. – 567 с.