

УДК 622.648-757.42:620.172.224.1-26

Е.В. СЕМЕНЕНКО, В.П. СЕМЕНЕНКО  
ИГТМ НАН Украины, ДНУ

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА КОЛЕБАНИЙ ТРУБОПРОВОДА, СОСТОЯЩЕГО ИЗ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО И ПОЛИВИНИЛХЛОРИДНОГО СЛОЕВ

© Семененко Е.В., Семененко В.П., 2006

*За теорією тонких оболонок побудовано математичну модель, яка описує радіальні та осеві коливання трубопроводу, який складається з пластмасової труби, яку з незначним натягом вставлено до сталевий труби. Показано, що особливістю коливань такого двошарового трубопроводу є можливість одночасного резонансу радіальних та осевих коливань при тому, що власна частота збігається з частотою турбулентних пульсацій лише для одного виду коливань.*

*On the basis of the theory of thin envelopes the mathematical model which describes radial and axial vibrations of pipeline which is composed of the plastic pipe which with slight tightness is inserted into the steel pipe is elaborated. It is found out that vibrations of the considered two-layer pipeline have such characteristic feature as possibility of simultaneous resonance of radial and axial vibrations when eigenfrequency concurs with turbulent ripple frequency only for one kind of vibrations.*

**Постановка проблемы.** Напорное гидротранспортирование руды к месту переработки и отходов обогащения к месту складирования широко распространено на рудных и углеобогащательных фабриках [1, 2]. Анализ опыта работы гидротранспортных систем Вольногорского горно-металлургического комбината (ВГМК), Южного и Центрального горно-обогащательных комбинатов (ЮГОК и ЦГОК) показывает, что наиболее значительная часть капитальных затрат приходится на приобретение труб и монтаж магистрали, а оплата электроэнергии и поддержание работоспособности магистрали составляют значительную часть эксплуатационных затрат.

Сегодня магистрали гидротранспортных комплексов в Украине монтируются из стальных труб диаметром от 500 до 1200 мм с длиной секции от 6 до 12 м. При этом длина одной магистрали гидротранспортного комплекса на горных предприятиях Украины, таких, как ВГМК, ЮГОК или ЦГОК, достигает 10 км и в ближайшее время будет увеличиваться вслед за продвижением фронта горных работ или фронта намыва хранилищ отходов. Затраты на монтаж такой магистрали пропорциональны погонному весу труб, а поддержание их в работоспособном состоянии требует не только ликвидации прорывов и течей, а и периодического поворота трубопровода вокруг оси симметрии, за счет чего обеспечивается равномерный износ внутренней поверхности труб. Поскольку каждый гидротранспортный комплекс имеет от двух до четырех магистралей, то становится очевидным, что объемы потребления стальных труб на нужды гидротранспорта и затраты на переоборудование магистралей в масштабах страны весьма значительны [1, 2].

Важность и актуальность проблемы повышения эффективности работы предприятий горно-рудной промышленности за счет снижения капитальных и эксплуатационных затрат, а также затрат рабочей силы и электроэнергии подтверждаются несколькими государственными и региональными программами, в частности, “Концепцией развития горно-металлургического комплекса Украины до 2010 года” и “Комплексной программой энергосбережения в Днепропетровской области”.

До последних лет единственным путем решения этой проблемы считался выбор рациональных параметров пульпы и режимов работы используемых насосов [1, 3, 5, 7–10]. Однако

развитие отечественной и зарубежной промышленности за последние годы позволило существенно продвинуться в создании труб и запорной арматуры из полимерных материалов. Сегодня известны технологии, позволяющие выпускать трубы, фасонные части и запорную арматуру диаметром более полуметра, выдерживающие давление до 16 атмосфер, что позволяет использовать поливинилхлоридные трубы вместо стальных не только для подачи питьевой и технической воды, но и для гидротранспортирования пульпы на предприятиях горнорудной промышленности.

Заменой стальных труб на трубы из поливинилхлорида можно:

- снизить затраты на доставку труб и монтаж магистрали, так как они легче стальных;
- снизить эксплуатационные затраты, так как нет необходимости периодически поворачивать трубы;
- снизить энергоёмкость гидротранспорта, так как коэффициент гидравлического трения для таких труб в несколько раз меньше.

Более привлекательной для эксплуатационников гидротранспортных комплексов является укладка труб из поливинилхлорида внутри изношенных стальных труб. Помимо всех преимуществ предыдущего варианта, этот способ позволяет получить еще и более прочную конструкцию, образованную двумя трубами – пластмассовой и стальной.

Однако прочностные свойства такого трубопровода, а особенно параметры его колебаний, мало изучены, поскольку трубопроводы такой конструкции в мировой практике появились сравнительно недавно, а результаты, полученные для биметаллических труб, для них неприменимы.

**Анализ последних исследований.** Согласно известным постулатам теории упругости трубопровод гидротранспортной установки в первом приближении можно считать тонкостенной двухслойной упругой оболочкой, для которой наиболее существенными являются колебания стенки в радиальном направлении [3 – 8]. Вопросы колебаний оболочек рассматривались в работах [5, 6], однако эти исследования проводились не для трубопроводов и поэтому не учитывали специфику течения гидросмеси, а также не рассматривали процессы, происходящие на границе контакта двух труб. Различные виды колебаний трубопроводов рассматривались в работах [3, 4, 7, 8]. Однако в этих исследованиях основное внимание уделялось поперечным и продольным колебаниям, а радиальные колебания изучали только для однослойного трубопровода. Известны работы по расчету прочности биметаллических труб [6, 7]. Однако соотношение жесткостей материалов для этих трубопроводов значительно отличается от рассматриваемых, а сила трения между слоями в биметаллических трубах имеет иную природу.

**Цель статьи.** Целью настоящего исследования является построение математической модели колебаний двухслойного трубопровода, состоящего из пластмассовой трубы, вставленной в стальную, при турбулентном течении по нему гидросмеси и анализ влияния на радиальные и осевые колебания трубопровода параметров турбулентных пульсаций и свойств слоев пластмассы и стали.

**Изложение основного материала.** Для вывода уравнения колебаний вырежем элемент трубопровода некоторой длины и рассмотрим его сечение, состоящее из внешнего стального и внутреннего пластмассового колец [5]. Поскольку пластмассовая труба вставляется в стальную трубу вручную, то будем считать, что трубы плотно контактируют по границе внешнего диаметра пластмассовой трубы, и сила сцепления между ними равна силе кулоновского трения. При пульсациях давления внутри трубопровода на выделенный элемент в радиальном направлении действуют сила давления гидросмеси, сила инерции и сила упругости. Все эти силы приведены к радиусу центра тяжести сечения элемента, а величины сил выражены через его радиальное перемещение на основе известных соотношений теории тонкостенных оболочек [5, 6]. В осевом направлении на элемент пластмассовой трубы действуют сила гидравлического трения, сила трения на границе со стальной трубой, сила инерции и сила упругой природы, вызванная деформациями

пластмассовой трубы в местах сварных стыков. На основании этого уравнения колебания элемента с начальными условиями будут иметь вид [3, 4]

$$\frac{d^2 w}{dt^2} + \sigma^2 \omega_T^2 w = g \frac{\psi}{\rho_T} \left( p^* + \frac{p'}{2} - \frac{p'}{2} \cos 2\Omega t \right); \quad (1)$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \tau^2 \omega_0^2 x = g \frac{\psi_0}{\rho_T} (E_0 + E_1 \sin \Omega t - E_2 \cos 2\Omega t); \quad (2)$$

$$\tau = \frac{2}{\sqrt{2(2-\wp) + \frac{\wp^2}{\delta}}}; \quad \wp = \frac{1 + ArS}{\rho_T}; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{E_T}{\rho_T L^2}}; \quad \psi_0 = \frac{1-\delta}{\wp + 2(2-\wp)\delta}; \quad \rho_T = \frac{\rho_T}{\rho_w}; \quad \delta = \frac{d}{D}; \quad \Delta = \frac{d_o}{D};$$

$$J_1 = \frac{\lambda V_0^2}{2gD(1-\delta)} \left( 1 + \frac{R_1(1-SR_1)}{1+ArSR_1} ArS \right); \quad J_2 = \frac{ArS(1-R_1)(1-SR_1)kw_s}{1+ArSR_1} \frac{D}{V_0} \sqrt{\frac{D}{d_s}} \sqrt{1-\delta}; \quad \sigma = \sqrt{\frac{4(1+\mu/e)}{(1+\rho\lambda)(1-\delta)}};$$

$$E_1 = \frac{9.2 \lg(bV_0) - 3}{4.6 \lg(bV_0)} J_1 - J_2; \quad E_2 = \frac{4.6 \lg(bV_0) - 3}{9.2 \lg(bV_0)} J_1 + \frac{J_2}{2} + \frac{2fp'}{(1-\delta)(1-2\delta)}; \quad u = \frac{v}{V_0}; \quad \lambda = \frac{1+2\Delta}{\delta} \Delta;$$

$$E_0 = J_1 \left( 1 + \frac{(9.2 \lg(bV_0) - 3)\mu^2 - 2}{9.2 \lg(bV_0)} \right) + J_2 \left( 1 + \frac{u^2}{2} \right) - \frac{2f(2p^* + p')}{(1-\delta)(1-2\delta)}; \quad Ar = \frac{\rho_S - \rho_w}{\rho_w}; \quad \mu = \frac{(1-\delta)\Delta}{\delta(1+\Delta)};$$

$$p' = k \left( 2 + 0.05 \sqrt{\frac{S}{Ar}} \right) \frac{(1+ArS)aV_0^2}{\lg^2 \left( b \frac{V_0 D}{v} \right) g D}; \quad p^* = \frac{P_o}{\rho_w g D}; \quad \lambda_2 = \frac{a}{\lg^2(b[V_0 + v \sin \Omega t])}; \quad e = \frac{E_T}{E_o}; \quad \rho = \frac{\rho_o}{\rho_T};$$

$$\psi = \frac{\delta(1-\delta) + \Delta(1+\Delta)}{2\delta(\delta+\Delta)(1+\rho\lambda)}; \quad \omega_T = \sqrt{\frac{E_T}{\rho_T D^2}}; \quad w(0) = w_o; \quad \frac{dw(0)}{dt} = 0; \quad x(0) = x_o; \quad \frac{dx(0)}{dt} = 0,$$

где  $\sigma$  – коэффициент, учитывающий влияние слоя внешнего покрытия на собственную частоту колебаний трубопровода;  $\psi$  – коэффициент, учитывающий влияние слоя внешнего покрытия на вынуждающую силу;  $d$  – толщина стенки пластмассовой трубы;  $d_o$  – толщина стенки стальной трубы;  $\rho_T$  – плотность пластмассовой трубы;  $w$  – радиальное перемещение выделенного элемента;  $t$  – время;  $\rho$  – относительная плотность стальной трубы;  $E_T$  – модуль упругости материала пластмассовой трубы;  $\rho_o$  – плотность стальной трубы;  $E_o$  – модуль упругости материала стальной трубы;  $\lambda$  – коэффициент, учитывающий толщину стальной трубы;  $\mu$  – коэффициент, учитывающий влияние толщины стальной трубы на жесткостные параметры элемента;  $x$  – осевое перемещение трубопровода;  $D$  – наружный диаметр пластмассового трубопровода;  $L$  – длина трубопровода;  $g$  – ускорение свободного падения;  $Ar$  – параметр Архимеда частиц транспортируемого материала;  $S$  – концентрация гидросмеси;  $\rho_S$  – плотность частиц транспортируемого материала;  $\rho_w$  – плотность несущей жидкости;  $J_1$  – гидравлический уклон при стационарном течении, обусловленный присутствием частиц крупностью менее 0.15 мм;  $J_2$  – гидравлический уклон при стационарном течении, обусловленный присутствием частиц крупностью более 0.15 мм;  $v$  – кинематический коэффициент вязкости воды;  $R_1$  – объемная доля в транспортируемом материале частиц крупностью менее 0.15 мм;  $k$  – эмпирический коэффициент [1, 2];  $w_s$  и  $d_s$  – гидравлическая крупность и диаметр частиц крупностью более 0.15 мм;  $V_0$  – среднее значение осевой скорости гидросмеси;  $a$  и  $b$  – эмпирические коэффициенты [1, 2];  $v$  – амплитуда турбулентных пульсаций осевой скорости потока;  $f$  – коэффициент трения между пластмассовым и стальным трубопроводами;  $P_o$  – среднее значение давления;  $p'$  – пульсация давления;  $\Omega$  – лагранжева частота турбулентных пульсаций [3, 4].

В уравнениях (1) и (2) параметры  $\sigma$ ,  $\psi$ ,  $\tau$  и  $\psi_0$  зависят только от параметров стальной и пластмассовой труб. Если слой пластмассовой трубы отсутствует, то эти величины равны единице, и уравнения (1) и (2) преобразуется в известные уравнения колебаний тонкостенной оболочки [5,6].

Решения уравнений (1) и (2) при указанных начальных условиях могут быть записаны в следующем виде:

$$w = w_o \cos \sigma \omega_T t + g \frac{\psi}{\rho_T'} \left( \frac{2p^* + p'}{2\sigma^2 \omega_T^2} (1 - \cos \sigma \omega_T t) + \frac{p'}{4\varepsilon} \sin \frac{\varepsilon t}{2} \frac{\sin(\varphi_0 + \Omega)t}{\varphi_0 + \Omega} \right); \quad (3)$$

$$x = x_o \cos \tau \omega_0 t + g \frac{\psi_0}{\rho_T'} \left( \frac{E_0}{\tau^2 \omega_0^2} (1 - \cos \tau \omega_0 t) + \frac{E_1}{2\varepsilon_1} \cos \frac{\varepsilon_1 t}{2} \frac{\sin \varphi}{\varphi} + \frac{E_2}{2\varepsilon_2} \sin \frac{\varepsilon_2 t}{2} \frac{\sin(\varphi + \Omega)t}{\varphi + \Omega} \right); \quad (4)$$

$$\varepsilon = \sigma \omega_T - 2\Omega; \quad \varphi_0 = \sigma \omega_T + \Omega; \quad \varepsilon_1 = \tau \omega_0 - \Omega; \quad \varphi = \tau \omega_0 + \Omega; \quad \varepsilon_2 = \tau \omega_0 - 2\Omega.$$

При малых значениях величин  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  выражения (3) и (4) описывают так называемый процесс биения, а для случая резонанса, когда  $\Omega = \tau \omega_0$ ,  $\Omega = 0.5\tau \omega_0$  и  $\Omega = 2\sigma \omega_T$ , решения уравнений (1) и (2) будут иметь соответствующий вид:

$$w = w_o \cos \sigma \omega_T t + g \frac{\psi}{\rho_T'} \left( \frac{2p^* + p'}{2\sigma^2 \omega_T^2} (1 - \cos \sigma \omega_T t) + \frac{p'}{4} \sin \frac{\varepsilon t}{2} \frac{\sin(\varphi_0 + \tau \omega_0)t}{\sigma^2 \omega_T^2 - 4\tau^2 \omega_0^2} \right); \quad (5)$$

$$x = x_o \cos \tau \omega_0 t + g \frac{\psi_0}{\rho_T'} \left( \frac{E_0}{\tau^2 \omega_0^2} (1 - \cos \tau \omega_0 t) + \frac{E_2 \sin \frac{\tau \omega_0 t}{2}}{6\tau^2 \omega_0^2} \sin 3\tau \omega_0 t \right) +$$

$$+ g \frac{\psi_0}{4\rho_T'} E_1 (5 \sin \tau \omega_0 t + \sin 3\tau \omega_0 t - 2\tau \omega_0 t \cos \tau \omega_0 t)$$

$$\varphi_0 = \sigma \omega_T + \tau \omega_0; \quad \varphi = 2\tau \omega_0; \quad \varepsilon_2 = \tau \omega_0 - 2\Omega; \quad \varepsilon = \sigma \omega_T - 2\tau \omega_0; \quad \varepsilon_2 = -\tau \omega_0.$$

$$w = w_o \cos \sigma \omega_T t + g \frac{\psi}{\rho_T'} \left( \frac{2p^* + p'}{2\sigma^2 \omega_T^2} (1 - \cos \sigma \omega_T t) + \frac{p'}{4} \sin \frac{\varepsilon t}{2} \frac{\sin\left(\varphi + \frac{\tau \omega_0}{2}\right)t}{\sigma^2 \omega_T^2 - \tau^2 \omega_0^2} \right); \quad (7)$$

$$x = x_o \cos \tau \omega_0 t + g \frac{\psi_0}{\rho_T'} \left( \frac{E_0}{\tau^2 \omega_0^2} (1 - \cos \tau \omega_0 t) + \frac{2E_1 \cos \frac{\tau \omega_0 t}{4}}{3\tau^2 \omega_0^2} \sin \frac{3}{2} \tau \omega_0 t \right) +$$

$$+ g \frac{\psi_0}{4\rho_T'} E_2 (\cos 3\tau \omega_0 t - 2\tau \omega_0 t \sin \tau \omega_0 t)$$

$$\varepsilon = \sigma \omega_T - \tau \omega_0; \quad \varphi_0 = \sigma \omega_T + \frac{\tau \omega_0}{2}; \quad \varphi = \frac{3}{2} \tau \omega_0; \quad \varepsilon_1 = \frac{\tau \omega_0}{2}.$$

$$w = w_o \cos \sigma \omega_T t + g \frac{\psi}{\rho_T'} \left( \frac{2p^* + p'}{2\sigma^2 \omega_T^2} (1 - \cos \sigma \omega_T t) + \frac{p'}{8} (\cos 3\sigma \omega_T t - 2\sigma \omega_T t \sin \sigma \omega_T t) \right); \quad (9)$$

$$x = x_o \cos \tau \omega_0 t + g \frac{\psi_0}{\rho_T'} \left( \frac{E_0}{\tau^2 \omega_0^2} (1 - \cos \tau \omega_0 t) + \frac{2E_1 \cos \frac{\varepsilon_1 t}{2} \sin 4\varphi}{4\tau^2 \omega_0^2 - \sigma^2 \omega_T^2} + \frac{E_2 \sin \frac{\varepsilon_2 t}{2} \sin\left(\sin \varphi + \frac{\sigma \omega_T}{2}\right)t}{2(\tau^2 \omega_0^2 - \sigma^2 \omega_T^2)} \right); \quad (10)$$

$$\varepsilon_1 = \tau\omega_0 - 0.5\sigma\omega_T; \quad \varphi_0 = \frac{3}{2}\sigma\omega_T; \quad \varphi = \tau\omega_0 + \frac{\sigma\omega_T}{2}; \quad \varepsilon_2 = \tau\omega_0 - \sigma\omega_T.$$

Из формул (5)–(10) видно, что при возникновении резонанса осевых колебаний по одной из частот  $\Omega = \tau\omega_0$  или  $\Omega = 0.5\tau\omega_0$ , одновременно может возникать резонанс и радиальных колебаний даже при невыполнении условия  $\Omega = 2\sigma\omega_T$ . Точно так же при возникновении резонанса радиальных колебаний по частоте  $\Omega = 2\sigma\omega_T$  одновременно может возникать резонанс осевых колебаний даже при невыполнении одного из условий  $\Omega = \tau\omega_0$  или  $\Omega = 0.5\tau\omega_0$ .

Условиями возникновения таких резонансов являются следующие равенства:

$$\frac{\omega_T}{\omega_0} = 2 \frac{\tau}{\sigma}; \quad \frac{\omega_T}{\omega_0} = \frac{\tau}{\sigma},$$

которые можно представить в виде уравнений для расчета параметров пластмассовой и стальной трубы

$$\frac{\delta + \rho(1 + 2\Delta)\Delta}{e\delta(1 + \Delta) + (1 - \delta)\Delta} \frac{e(1 - \delta)\delta(1 + \Delta)}{2(2 - \varphi)\delta + \varphi} = \left(\frac{L}{D}\right)^2; \quad \frac{\delta + \rho(1 + 2\Delta)\Delta}{e\delta(1 + \Delta) + (1 - \delta)\Delta} \frac{e(1 - \delta)\delta(1 + \Delta)}{2(2 - \varphi)\delta + \varphi} = \left(\frac{L}{2D}\right)^2. \quad (11)$$

**Выводы.** Таким образом, на основании теории тонких оболочек построена математическая модель, описывающая радиальные и осевые колебания трубопровода, состоящего из пластмассовой трубы, с незначительным натягом вставленной в стальную трубу. Эта модель позволяет на основании выражений (1)–(5) исследовать параметры колебаний двухслойного трубопровода, составленного из пластмассовой и стальной трубы, а по формулам (11) с учетом ожидаемого режима гидротранспортирования можно определить допустимые параметры слоев пластмассы и стали, обеспечивающие надежность гидротранспортного комплекса. Показано, что особенностью колебаний рассматриваемого двухслойного трубопровода, составленного из пластмассовой и стальной труб, является возможность одновременного резонанса радиальных и осевых колебаний даже тогда, когда собственная частота совпадает с частотой турбулентных пульсаций только для одного вида колебаний.

1. Дмитриев Г.П., Махарадзе Л.И., Гочитаивили Т.Ш. *Напорные гидротранспортные системы: Справочное пособие* – М.: Недра, 1991. – 304 с. 2. *Надежность и долговечность напорных гидротранспортных систем* / Л.И. Махарадзе, Т.Ш. Гочитаивили, Д.Г. Сулаберидзе и др. – М.: Недра, 1984. – 216 с. 3. Семенов Е.В., Семенов В.П. *Радиальные вибрации трубопровода при работе гидротранспортной установки обогатительной фабрики* // *Вибрации в технике и технологиях: Всеукр. науч.-техн. журн.* – 2004. – № 1(33). – С. 49–51. 4. Семенов Е.В., Семенов В.П., Мищенко Т.Ф. *Влияние внутреннего обледенения на радиальные колебания трубопровода гидротранспортной установки* // *Геотехническая механика*. – Днепропетровск, 2003. – Вып. 41. – С. 133–139. 5. *Прочность, устойчивость, колебания: Справочное пособие: В 3 т. – Т. 1 / Под ред. И.А. Биргера*. – М.: Машиностроение, 1968. – 832 с. 6. Макеев Е.М., Семенов В.П. *Прочность, жесткость и устойчивость составной оболочечной конструкции при поперечном локальном нагружении* // *Сб. науч. тр. “Надежность и прочность технических систем”*. – К.: Наук. думка, 1976. – С. 132 – 147. 7. Пановко Я.Г., Губанова И.И. *Устойчивость и колебания упругих систем: Современные концепции, парадоксы и ошибки*. – М.: Наука, 1987. – 352 с. 8. *Сооружение подводных трубопроводов* / Б.В. Самойлов, Б.И. Ким, В.И. Зоненко и др. – М.: Недра, 1995. – 304 с.