

М.П. ПЛАХТІЄНКО, *Б.М. ШИФРИН

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка,

*Державна льотна академія України

МОДЕЛЬ ВІДВЕДЕННЯ ПНЕВМАТИКА ПРИ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАННЯХ

© Плахтієнко М.П., Шифрин Б.М., 2006

Розглянуто процес кочення пневматика, коли площина його диска здійснює задані поперечні коливання. Запропоновано близьку до моделі Кручиніна–Магомедова–Новожилова математичну модель руху. Отримані на її основі результати зіставлено з експериментальними.

Rolling of pneumatic is considered, when the plane of his disk accomplishes the set transversal vibrations. Offered near to the model of Kruchinin–Magomedov–Novozhilov mathematical model of motion. The results got on its basis are confronted with experimental.

Введення. Багато проблем динаміки пневмоколісних машин (автомобілів, мотоциклів, літаків, що рухаються по злітно-посадочній смугі) ще не вирішено через труднощі математичного моделювання, пов'язані з описом сил і моментів на пневматиках [1].

Уявімо, що на пневматик (рис. 1), що котиться, діє сила, прикладена в його центрі мас C , і скерована уздовж осі кочення $C\xi$. Верхня частина пневматика при цьому зміститься у бік дії сили на відстань, звану надалі деформацією. (Серединну площину верхньої частини, в думках продовжену до полотна дороги, називатимемо диском пневматика). Деформація відіб'ється на тому, що послідовні майданчики контакту пневматика з дорогою будуть також зміщеними у напрямі осі кочення, і пневматик рухатиметься так, що між його диском і проекцією вектора швидкості центру мас на площину дороги утворюється кут U . Описане явище називають бічним відведенням пневматика [2]. Позначимо проекції вектора швидкості точки C на осі $C\xi$ і $C\eta$ через W і V відповідно, $W \ll V$. (Вісь $C\xi$ перпендикулярна до диска, а вісь $C\eta$ лежить в його площині). Кут U називають кутом відведення [2]:

$$U = \text{actg}(W/V) \approx W/V. \quad (1.1)$$

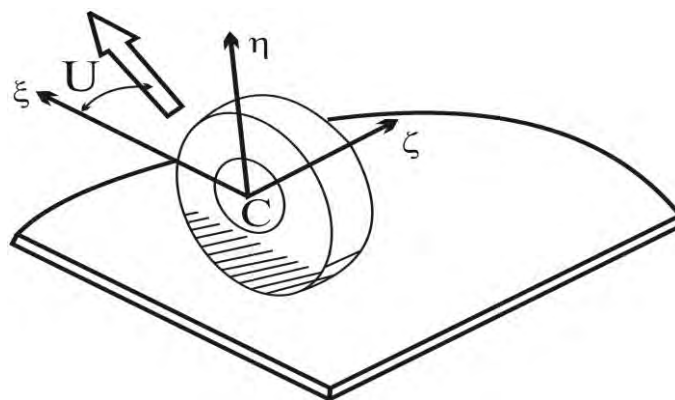


Рис. 1. Пневматик, що котиться з відведенням

Під час кочення з відведенням з'являється складова сили тертя між пневматиком і дорогою, напрямлена паралельно осі $C\zeta$. Цю складову називають поперечною силою тертя. Визначення поперечної сили тертя необхідне для вивчення курсової стійкості і керованості пневмоколісних машин, а також вібрацій опор їхніх шасі. У переважній кількості публікацій з механіки шин розглядають стале відведення, під час якого кут відведення з часом не змінюється. У цій роботі розглянуто поперечну силу тертя, яка виникає за заданих гармонійних поперечних коливань диска пневматика.

Схематизація механічного об'єкта, що вивчається, і основні співвідношення. Пневматик розглянемо як механічну систему тіл "1" і "2". Тілом "2" назвемо малу частину шини, яка безпосередньо прилягає до полотна дороги та зазнає поперечної деформації. На рис. 1 цю частину шини заштриховано. Решту частини пневматика вважаємо тілом "1". Тіла "1" і "2" сполучені лінійним пружним зв'язком, що допускає їхні відносні поперечні зсуви. Жорсткість цього зв'язку, яку називають бічною жорсткістю пневматика, позначено c . Маса тіл механічної системи позначимо $m_i, i=1,2$. Зрозуміло, що $m_1 \gg m_2$. Як прийнято у відомих моделях кочення пневматиків [3, 4], вважаємо, що $m_2 = 0$, тобто нехтуємо інерційністю частини, що деформується. При $m_2 = 0$ одержимо механічну систему з нецілим числом степенів вільності [5, 6]. Координати центрів мас тіл "1" і "2" уздовж нерухомої (пов'язаної з полотном дороги) осі, напрямленої паралельно осі кочення, позначимо Z_1 і Z_2 відповідно. Вважатимемо, що центр мас тіла "1" знаходиться в точці C .

Проекцію V вважаємо постійною, а проекцію W як постійною, так і змінною з часом. У останньому випадку використовуватимемо позначення \tilde{W} . Також розрізнятимемо поперечну силу і кут відведення у разі сталого відведення (F і U) і поперечну силу і кут відведення – несталого (\tilde{F} і \tilde{U}). Визначення кута відведення (1.1) стосується випадку сталого відведення. За несталого відведення вважатимемо

$$\tilde{U} = \frac{dZ_2 / dt}{V}. \quad (2.1)$$

(В умовах сталого відведення $dZ_1 / dt = dZ_2 / dt$). Оскільки $\Delta\zeta = Z_2 - Z_1$ і $\tilde{W} = dZ_1 / dt$, то

$$\tilde{U} = \frac{\tilde{W} + d(\Delta\zeta) / dt}{V}. \quad (2.2)$$

Відомо [7], що

$$|F| = \mu_* N f(U), \quad (2.3)$$

де μ_*, N – постійні коефіцієнт тертя і сила, що притискує колесо до дороги; $f(U) > 0$ – характеристика тертя – нелінійна функція свого аргументу. В області невеликих кутів відведення [2, 7]:

$$F = -K_U U, \quad (2.4)$$

де $K_U = const$ – коефіцієнт сталого відведення пневматика:

$$K_U = \left. \frac{d|F|}{dU} \right|_{U=0}.$$

Виходитимемо з «рівняння квазістатичного балансу контактних сил взаємодії колеса з опорною поверхнею і пружних сил взаємодії колеса з опорною поверхнею» [4, с.64]:

$$\tilde{F} - c(\Delta\zeta) = 0, \quad (2.5)$$

а також з співвідношення:

$$\tilde{F} = -\tilde{K}_U \tilde{U}, \quad (2.6)$$

де $\tilde{K}_U = const$ – коефіцієнт несталого відведення пневматика. Рівняння (2.5) є рівнянням руху тіла «2», якщо нехтувати інерційністю частини пневматика, що деформується; співвідношення (2.6) виходить з гіпотези відведення [2].

Уявимо, що диск колеса здійснює поперечні коливання з частотою Ω . Зрозуміло, що при $\Omega \rightarrow 0$, $\tilde{F} \rightarrow F = const$ і $\tilde{U} \rightarrow U = const$. Звідси ясно, що

$$\tilde{K}_U = K_U. \quad (2.7)$$

Рівняння перехідних процесів. Розгляд рівнянь (2.2), (2.4)–(2.7) приводить до диференціального рівняння

$$\frac{d\tilde{F}}{dS} \left(\frac{K_U}{c} \right) + \tilde{F} = F, \quad (3.1)$$

де $S = Vt$ – шлях центру мас пневматика. При виведенні рівняння (3.1) вважаємо $\tilde{W}/V = U$. Відношення K_U/c має розмірність довжини. З введенням позначення

$$K_U/c = L, \quad (3.2)$$

рівняння (3.1) збігається з відомим рівнянням перехідних процесів руху пневматика [8]. Довжину L прийнято називати довжиною релаксації. Формула (3.2) зв'язує довжину релаксації і коефіцієнти відведення і бічної жорсткості пневматика.

Нехай у початковий момент часу ($t = 0, S = 0, \tilde{F}(S = 0) = 0$) і диск пневматика із стану сталого кочення миттєвим чином повернений так, що почалося стале кочення з кутом відведення $U_0 = const$. Позначимо: $-K_U U_0 = F_0, \tilde{F}(S) - F_0 = \Delta(S), \Delta(S = 0) = -F_0 = \Delta_0$. Перепишемо рівняння (3.1) з врахуванням (3.2) і лише щодо обумовлених позначень. Отримаємо диференціальне рівняння

$$\frac{d\Delta}{dS} L = -\Delta,$$

звідки знайдемо

$$\Delta(S) = \Delta_0 \exp(-S/L). \quad (3.3)$$

Виразом (3.3) описано очікувану зміну сили тертя після разового миттєвого повороту диска пневматика – після закінчення деякого часу сила тертя досягне значення $F_0 = const$. Іншими словами, прийняті в роботі основні співвідношення мають логічне обґрунтування.

Поперечні коливання диска пневматика. Нехай примусово

$$Z_1 = Z_1(t) = Z_0 \sin \Omega t, Z_0 = const, \Omega = const, \quad (4.1)$$

тобто диск здійснює вимушені поперечні гармонійні коливання. Таку ситуацію з використанням авіаційних пневматиків розглядали у [9]. Експериментально [9] вимірювали силу \tilde{F} ; при цьому частоту кінематичного збудження Ω і амплітуду Z_0 призначали з широкого діапазону значень.

Врахувавши (4.1), (2.6), (2.7) і (2.1), запишемо рівняння поперечного руху тіла «2», справедливе за невеликих кутів відведення колеса:

$$m_2 \frac{d^2 Z_2}{dt^2} + c(Z_2 - Z_0 \sin \Omega t) = -\tilde{F} = -K_U \frac{dZ_2/dt}{V}. \quad (4.2)$$

Вважаємо, що $m_2 = 0$ і, виходячи з рівняння (4.2), одержимо рівняння щодо функції $\tilde{F}(t)$. Для цього згадане рівняння продиференціюємо за часом. Знаходимо:

$$\left(\frac{1}{\Omega} \right) \left(\frac{d\tilde{F}}{dt} \right) + \left(\frac{1}{K_U} \right) \tilde{F} = c Z_0 \cos \Omega t, \quad (4.3)$$

де $K_{\Omega} = K_U \Omega / (cV)$. Розв'язок рівняння (4.3), відповідно до режиму зовнішнього збудження, набуває вигляду:

$$\tilde{F} = cZ_0 A \sin (\Omega t + \beta), \quad (4.4)$$

де $A = const$ – безрозмірна амплітуда поперечної сили тертя; $\beta = const$ – кут зсуву фаз сили і зрушення центру мас диска. Підставляючи (4.4) в (4.3), знаходимо

$$A = K_{\Omega} (1 + K_{\Omega}^2)^{-1/2}, \quad \text{tg } \beta = K_{\Omega}^{-1}. \quad (4.5)$$

Як це видно з другого з рівнянь (4.5), за математичною моделлю можна визначити тангенс кута зсуву фаз, але не сам кут.

Для зіставлення рішення (4.4), (4.5) з експериментальними даними [9] розглянемо безрозмірний приведенний коефіцієнт відведення \bar{K}_U і безрозмірну частоту збудження $\bar{\Omega}$:

$$\bar{K}_U = \frac{K_U}{cD} \quad \text{і} \quad \bar{\Omega} = \frac{\Omega D}{V}, \quad (4.6)$$

де D – діаметр колеса. Зростання приведеної частоти $\bar{\Omega}$ може бути викликано зростанням частоти збудження Ω і (або) зменшенням швидкості руху V ; якщо ж $\Omega = const$ (що може виникати при автоколиваннях), то, зрозуміло, зростання приведеної частоти може бути пов'язане тільки із зменшенням швидкості V . Це зауваження стосується “технічного” прочитання отриманих нижче результатів.

Вивчимо залежності $A(\bar{\Omega})$, $\beta(\bar{\Omega})$. Для цього потрібно знати величину коефіцієнта \bar{K}_U . Встановимо його фізичний сенс і спосіб знаходження. З обліком (3.2) і (4.6) запишемо

$$\bar{K}_U = F_1 / F_2 \quad \text{або} \quad \bar{K}_U = L / D,$$

де F_1, F_2 – прикладені в центрі мас пневматика сили; сила F_1 спричиняє кут відведення, що дорівнює одному радіану, а сила F_2 – деформацію, що дорівнює діаметру пневматика. Величину коефіцієнта \bar{K}_U знайдемо за допомогою експериментальної кривої [7], виходячи з того, що

$$\bar{K}_U = \left. \frac{dA}{d\bar{\Omega}} \right|_{\bar{\Omega}=0}.$$

У справедливості цієї формули можна переконатися, використовуючи першу з формул (4.5).

На рис. 2 показано графіки функцій $A(\bar{\Omega}), \beta(\bar{\Omega})$. Під час побудови другого з них прийнято $\beta(\bar{\Omega} = 0) = -90$ градусів. Суцільні лінії побудовано за допомогою формул (4.5), а пунктирні лінії – на основі експериментальних даних для авіаційної шини А20 [9]. Лінії “1” є графіками функцій $A(\bar{\Omega})$, а лінії “2” – функцій $\beta(\bar{\Omega})$. Як бачимо, помітні розбіжності теоретичних і експериментальних результатів спостерігаються лише між лініями $A(\bar{\Omega})$ в області великих значень аргументу.

Для аналізу отриманих результатів звернемо увагу на такі дві обставини:

Обставина 1. Із зростанням приведеної частоти збудження, тобто при $\bar{\Omega} \rightarrow \infty$, виконуватиметься нерівність $K_{\Omega}^2 \gg 1$ і, отже, виходячи з першої з формул (4.5), виконуватиметься умова $A \rightarrow A_{\infty} = 1$. Знову ж таки із зростанням $\bar{\Omega}$ кут зсуву фаз $\beta \rightarrow \beta_{\infty} = -180$ градусів, $\text{tg} \beta_{\infty} = 0$.

Обставина 2. Припустимо, що може реалізуватися режим коливань пневматика такий, що виконується умова нерухомості тіла “2” або, що те саме, відсутність ковзання в зоні контакту пневматика з полотном дороги. Силу \tilde{F} , що виникає під час обумовлених коливань, позначимо \tilde{F}^* , а відповідні для неї значення A і β – A^* і β^* . Силу \tilde{F}^* знайдемо, скориставшись рівнянням (4.2), для чого в згаданому рівнянні покладемо $m_2 = Z_2 = 0$. Знаходимо

$$\tilde{F}^* = cZ_0 \sin \Omega t \quad \text{або} \quad A^* = 1, \quad \text{tg} (\beta^* = 0) = 0.$$

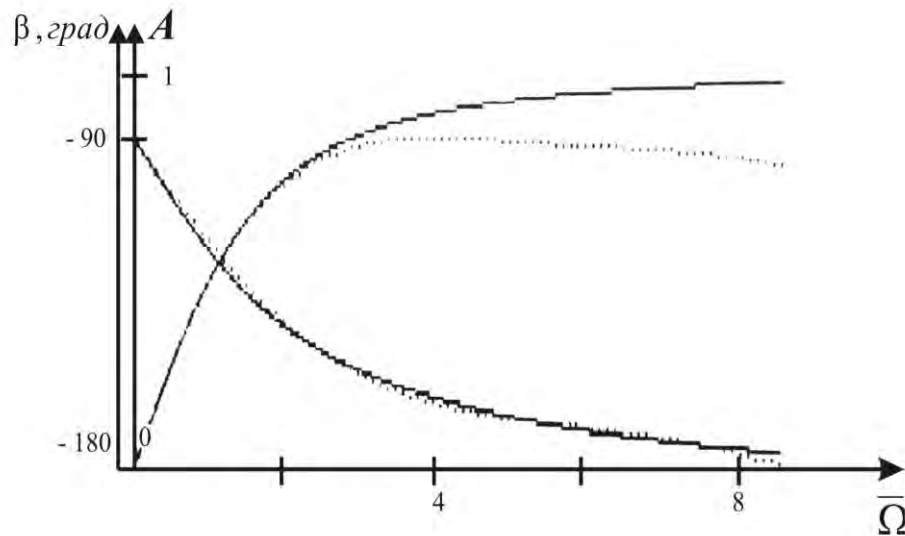


Рис. 2. Теоретико-експериментальні криві

Зіставивши ці дві обставини, з'ясуємо, що у міру збільшення приведеної частоти $\bar{\Omega}$ тіло "2" поводить себе так, ніби прагне прилипнути до полотна дороги. Такій поведінці можна дати таке пояснення: встановлено, що під час кочення пневматика із сталим відведенням в зоні його контакту з полотном дороги виникають ділянки прилипання і ковзання [7]; "прагнення прилипнути" може з'являтися із зростанням довжини ділянки прилипання. Мабуть, тенденція прилипання виявлятиметься слабкіше або сильніше залежно від величини сили N . У певному значенні зроблений на основі обставин "1" і "2" висновок обґрунтовує й вказує межі застосовності неголономних моделей кочення пневматика, які впливають за відсутності ковзання в зоні контакту з дорогою [10,11].

Висновки. У роботі теоретично вивчається кочення з відведенням пневматика під час його поперечних гармонійних коливань. Отримані результати зіставлено з експериментальними [9]. Доходимо двох основних висновків:

- наведено обґрунтування (логічне і експериментальне) придатності моделей кочення пневматика, що будуються на основі рівняння квазістатичного балансу сил і гіпотези відведення;
- у зоні контакту пневматика з полотном дороги існують ділянки прилипання і ковзання; за інших однакових умов та малих значень приведеної частоти $\bar{\Omega}$ переважає ковзання, за великих – прилипання.

Екстраполюємо розглянуту модель коливань пневматика на випадок більш загального закону руху тіла "1". Якщо

$$Z_1(t) = Wt + Z_0 \sin \Omega t, W = const,$$

то замість (4.2) матимемо

$$m_2 \frac{d^2 Z_2}{dt^2} + c(Z_2 - Z_1) = -\tilde{F} = -\mu * N f(\tilde{U}) \operatorname{sgn}(\tilde{U}).$$

Отримані в роботі результати допомагають визначити фізико-механічну природу взаємодії пневматика з покриттям дороги і можуть застосовуватися для вивчення динаміки пневмоколісних машин. Зокрема, отримані результати можна застосовувати для оцінки меж застосовності теорій кочення пневматика, які впливають з умови відсутності ковзання в зоні його контакту з дорогою.

1. Лобас Л.Г. *Механика многосвязных систем с качением*. – К.: Наукова думка, 2000. – 270 с.
2. Рокар И. *Неустойчивость в механике: автомобили, самолеты, всякие мосты*. – М.: Изд. иностр. лит., 1959. – 287 с.
3. Apetaur M. *Modelling of transient nonlinear tire responses // Tire models*

for vehicle dynamics analysis: Proc. Of 1-st international colloquium on tire models. Delft, oc. 21–22, 1991. P. 116–126. 4. Кручинин П.А., Магомедов М.Х., Новожилов И.В. Математическая модель автомобильного колеса на антиблокировочных режимах движения // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2001. – № 6. – С. 63–69. 5. Жечев М.М. Особенности описания математических моделей механических систем, включающих элементы с нулевыми массами // Техническая механика. – 1997. – № 6. – С. 112–125. 6. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. – М.: Наука, 1967. – 420 с. 7. Gim G., Nikravesh P.E. An analytic model of pneumatic tyres for vehicle dynamic simulations. Part 1: Pure slips // Int. J. of Vehicle Design/ – 1990. – No 6, vol. 11. – P. 589–618. 8. M.T.P. van Slagmaat. Tire models in aircraft landing gear simulation // Tire models for vehicle dynamics analysis: Proc. of 1-st international colloquium on tire models. Delft, oc. 21–22, 1991. – P. 108–115. 9. Clark S., Dodge R., Nybakken G. Dynamic properties of aircraft tires // J. aircraft. – 1974. – № 3, vol. 11. – P. 166–172. 10. Лобас Л.Г. Неголономные модели колесных экипажей. – К.: Наук. думка, 1986. – 232 с. 11. Лобас Л.Г., Вербицкий В.Г. Качественные и аналитические методы в динамике колесных машин. – К.: Наук. думка, 1990. – 232 с.

УДК 620.311.82

І.Д. ПУЗЬКО

Сумський державний університет

ОДИН КЛАС СПОСОБІВ ВИПРОБУВАННЯ ОБ'ЄКТІВ НА ВІБРОМІЦНІСТЬ

© Пузько І.Д., 2006

Отримано аналітичні співвідношення для визначення швидкості розгортки частоти сигналу збуджувальної вібростенд дії. Враховано нелінійність зміщення за частотою максимуму динамічного резонансного піка відносно максимуму статичного від швидкості розгортки частоти сигналу збуджувальної дії.

In the article analytic relationships for evaluation of scanning rate of actuating signal frequency of vibration exciter at vibration test operation is obtained. Nonlinearity of shift in frequency of maximum of dynamic resonance peak relative to maximum of static one from frequency scanning rate is considered.

Вступ. Під час вібровипробувань на віброміцність, для розроблення нових технологічних режимів застосовують режим сканування частоти сигналу збуджуваної вібростенд дії [1, 2, 3].

Метод розгортки частоти сигналу збудження для реалізації режиму сканування частоти дає можливість виділити клас способів випробування об'єктів на віброміцність, чим зменшити часовий інтервал формування заданого програмою числа циклів навантаження під час вібровипробувань. Це зменшує часовий інтервал виробітку ресурсу випробовуваного об'єкта за рахунок реалізації режимів неусталених коливань у разі розгортки частоти сигналу збудження в зонах резонансних піків амплітудно-частотних характеристик (АЧХ) випробовуваних об'єктів.

Аналіз останніх досліджень. Відомий спосіб випробування об'єктів на віброміцність, заснований на методі розгортки сигналу збуджувальної дії, який забезпечує оцінку часового інтервалу формування заданого за програмою числа циклів навантаження випробовуваного об'єкта та заданої постійної швидкості розгортки частоти сигналу збудження за лінійним законом [4]. За цим