

УДК 531.8; 519.63

В.П. НІСОНСЬКИЙ

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНОГО РЕЖИМУ РОБОТИ ВІБРОУДАРНИХ АГРЕГАТИВ З ЛАНЦЮГОВО-РОЗГАЛУЖЕНИМ СПОСОБОМ З'ЄДНАННЯ ТВЕРДИХ ТІЛ

© Нісонський В.П., 2006

*Розглянуто математичну модель динамічного режиму роботи віброударних агрегатів з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл. Враховано змінну масу технологічного навантаження та контакт робочих поверхонь. Систему рівнянь подано у матричному вигляді, розглянуто динамічну схему віброгради моделі 31327.*

*A mathematical simulation of the dynamic work regime of vibropercussion units where solid bodies are connected in a chain ramificated way is presented in this paper. The variable mass of technological loading and contact of working surfaces is taken into consideration. The system of equations is given in a matrix way. The dynamic scheme of vibrograte model 31327 is considered.*

Сьогодні вібраційні технології широко використовують у техніці, медицині, будівництві та інших галузях людської діяльності. Як і в теоретичних дослідженнях про вібрацію, так і в практичному її використанні є багато недосліджених моментів.

Великі перспективи мають віброагрегати, в яких використано принцип співудару між окремими елементами чи ланками, тобто так звані віброударні машини. З використанням віброударної дії досягають значних результатів за допомогою мінімальних технологічних засобів [1]. У багатьох технологічних процесах віброударні явища є ефективнішими, ніж суто вібраційні (будівельні машини, віброінструменти, транспортні засоби і грохоти, віброплощадки для ущільнення бетонної суміші, машини для ливарного виробництва та ін.). Для деяких технологічних процесів віброударні режими є єдино можливими (вібровідбійний інструмент тощо). Вібрація виникає і під час буріння свердловин як шкідливий фактор, який призводить до руйнування інструмента (долота) і зниження техніко-економічних показників.

Отже, моделювання віброударних систем відіграє важливу роль під час конструювання нових машин і агрегатів, а також для розрахунку їхньої роботи.

У нашій моделі розглянуто систему твердих тіл, з'єднаних пружними зв'язками. Розглядаємо тверді ізотропні тіла, тобто виготовлені із твердого ізотропного матеріалу. Під час взаємодії тіла з пружними зв'язками вважатимемо тіло твердим, тобто таким, що не піддається деформації. Але за контактної взаємодії робочих органів технологічного навантаження з робочими органами опорної рами треба вважати тіла пружними, тому що силами пружності, які виникають під час контакту, вже не можна нехтувати. Пружні сили, які виникають за контактної взаємодії, вважають лінійними, тобто такими, які описують лінійним законом Гука.

**Постановка проблеми.** У ливарному виробництві часто використовують багатосекційні вібраційні агрегати з розміщенням інерційних тіл за послідовним, а також ланцюгово-розгалуженим [2, 3] способами. Послідовне розміщення інерційних тіл використовують, наприклад, для виробництва вибивних інерційних ґраток 31211–31219.

Характерною особливістю багатосекційних агрегатів є взаємодія кількох робочих органів з технологічним навантаженням. За час одного періоду коливань інерційних тіл відбувається не менше двох контактів технологічного навантаження з робочими органами. Один контакт відбувається з робочим органом опорної рами, а один або декілька контактів – з робочими органами

інерційно-ударних машин (вибивних граток). Такий режим роботи багатосекційних агрегатів збільшує їхню ефективність та зменшує встановлену потужність приводних електродвигунів [2]. Але через відсутність достатньо розроблених математичних моделей робочого режиму досить складно, а інколи неможливо зайти вдале технічне рішення. У промисловості також використовують і комбінований (ланцюгово-розгалужений) спосіб з'єднання твердих тіл в агрегат (вибивну гратку). Такий спосіб з'єднання твердих тіл використовують, наприклад, для комплектування вибивної гратки моделі 31327 (рис. 1).



Рис. 1. Загальний вигляд віброударної гратки моделі 31327

Вибивна інерційна гратка моделі 31327 використовують для вибивання формувальної технологічної суміші із ливарних форм та стрижневих сумішей із відливок в умовах вибивання в ливарних цехах. За необхідності гратки можна з'єднувати у багатосекційні агрегати (блоки) із декількох (двох, чотирьох, шести) граток.

**Аналіз останніх досліджень.** Віброударні коливальні системи, зокрема системи з ланцюговим (послідовним) способом з'єднання твердих тіл досліджували І.І. Герєга, В.М. Шопя, І.С. Лозовий, М.Р. Козулькевич та ін. Було розглянуто різні типи розміщення твердих тіл (технологічного навантаження, віброграток, вібробудників та ін.), що враховували різні можливі варіанти компонування віброударних агрегатів для ливарного виробництва, зокрема системи із сталим та змінним технологічним навантаженням, а також різні режими роботи віброударних агрегатів з ланцюговим способом з'єднання твердих тіл. Методи розрахунку нелінійних динамічних систем вібраційних машин глибоко досліджував В.П. Франчук. Науковими основами створення гірничих вібраційних транспортно-технологічних машин важкого типу займався А.Г. Червоненко. Теорією моделювання коливань робочих органів механізмів та її застосуванням займався А.Н. Марюта. Динаміку несучих конструкцій бурових установок досліджували С.Г. Калінін, Є.В. Харченко та ін. Відомі роботи З.А. Стоцька, Б.І. Сокола, В.Г. Топільницького та ін. з моделювання та дослідження динаміки роботи вібраційних машин об'ємного оброблення виробів.

**Мета статті.** Метою статті є розроблення математичної моделі віброударних агрегатів з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл на підставі системи рівнянь Лагранжа 2-го роду.

**Виклад основного матеріалу.** Гратки використовують в комплекті зі спеціальною опорною рамою, яку виготовляє споживач. Конструкцію опорної рами визначають залежно від маси та розмірів ливарних форм, що вибиваються, і кількості ґраток у блоці.

Загальну динамічну схему вибивної інерційно-ударної ґратки моделі 31327 з двома вибивними ґратками подано на рис. 2.

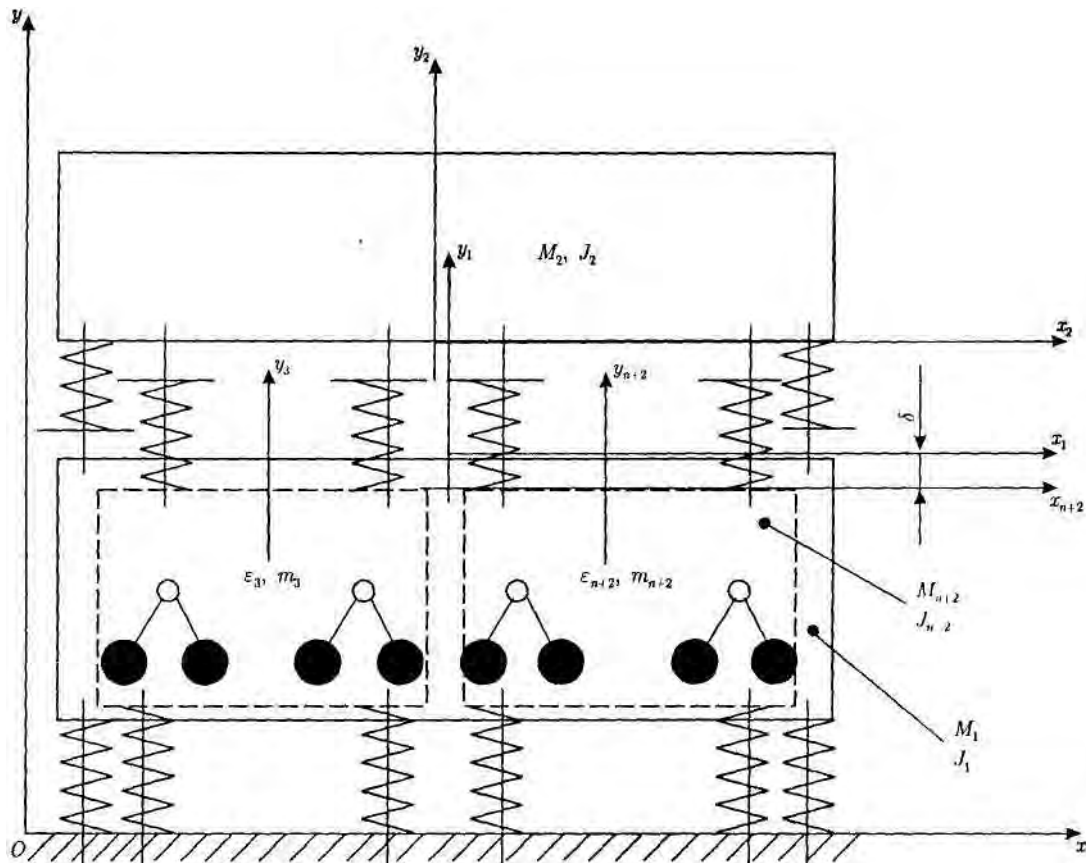


Рис. 2. Загальна динамічна схема віброударної ґратки моделі 31327

На рис. 3 показано загальну динамічну схему багатосекційного агрегата з  $n$  вибивними ґратками.

На загальній фундаментній рамі ( $i = 1$ ) встановлено паралельно  $N$ -ну кількість вібраційних вибивних ґраток, з'єднаних з рамою пружними зв'язками жорсткістю  $c_{1n}$  (для  $n$ -ї ґратки). Технологічне навантаження ( $i = 3$ ) встановлене на опорній рамі ( $i=2$ ). Фундаментна і опорна рами з'єднані з основою (фундаментом) за допомогою пружних (варіант 1) або жорстких (варіант 2) зв'язків. Жорсткість пружних зв'язків, що з'єднують фундаментну й опорну рами з основою, позначимо відповідно  $c_{01}$  і  $c_{02}$ .

Рама й опорна рама можуть мати і жорсткий зв'язок з фундаментом, як показано на рис. 4.

У стані статичної рівноваги між технологічним навантаженням і робочими органами ґратки передбачено зазор  $\delta$  коливань робочих органів, причому амплітуда  $A$  коливань робочих органів більша за відстань  $\delta$ :

$$A > \delta. \quad (1)$$

Вибивні ґратки ( $i = 4, \dots, N + 3$ ), які виконують коливальний рух, руйнують формовочну суміш в ливарній формі ( $i = 3$ ) внаслідок ударів, що наносяться знизу по крестовинам опоки [2, 3]. Повторне руйнування суміші відбувається внаслідок удару ливарної форми з робочими органами

опорної рами. У запропонованій моделі віброагрегату вибвнні гратки становлять блок і коливаються в одній вертикальній площині.

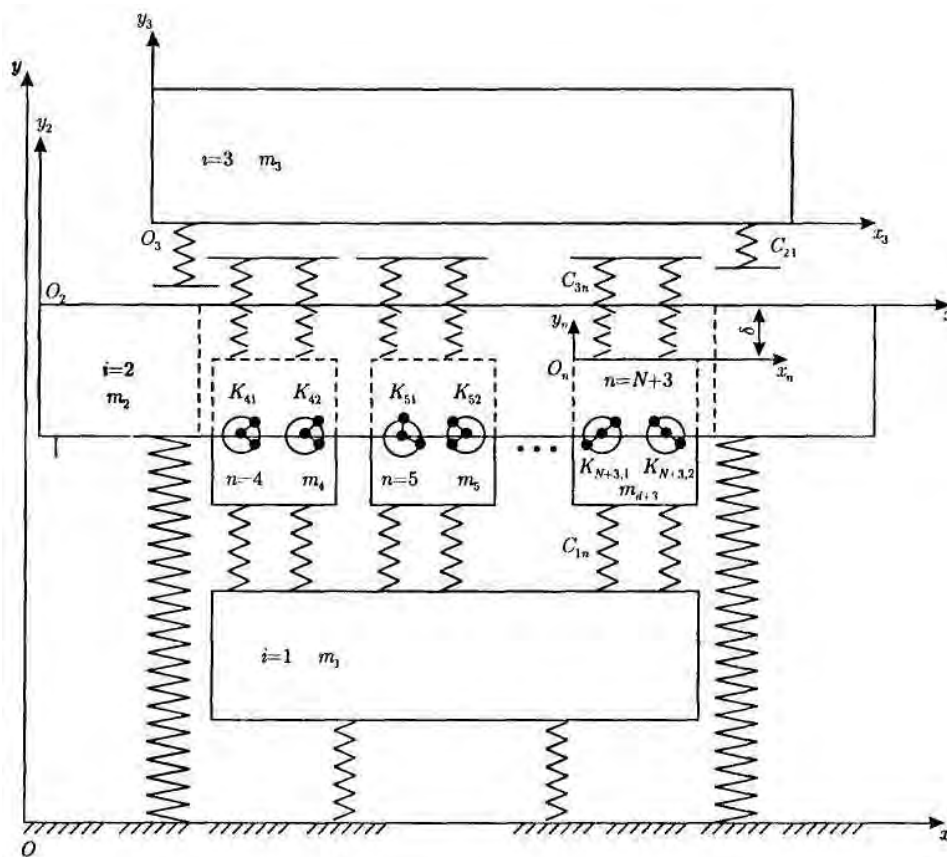


Рис. 3. Загальна схема багатосекційного віброударного агрегата

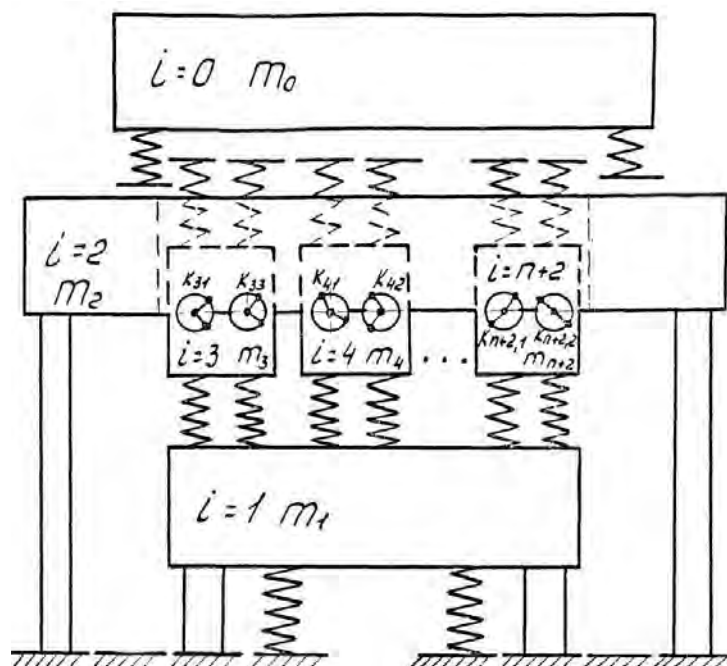


Рис. 4. Способи з'єднання рами та опорної рами з фундаментом

Отже, динамічна схема віброагрегату являє собою коливальну систему твердих тіл з ланцюгово-розгалуженим (послідовно-паралельним) способом з'єднання мас пружними елементами.

Введемо такі системи координат для коливальної системи, зображеної на рис.3 :

–  $XOY$  – нерухома система координат, що жорстко з'єднується з основою і вибирається довільним чином;

–  $X_iO_iY_i$ ,  $X_nO_nY_n$  – рухомі системи координат, що жорстко з'єднуються відповідно з  $i$ -м твердим тілом ( $i = 1, 2, 3$ ) і  $n$ -ю граткою ( $n = 4, 5, \dots, N+3$ ). Осі рухомих систем координат  $O_nY_n$ ,  $O_nX_n$  вибирають так, щоби моменти сил тертя внаслідок складання рівнянь руху дорівнювали нулю. Тому відповідні осі напрямлені вздовж поверхонь контакту, як показано на рис. 2 та 3.

Для твердих тіл системи, за винятком технологічного навантаження, відповідні осі  $O_iX_i$  розміщені на лінії, що з'єднує точки кріплення верхніх пружних елементів; для технологічного навантаження – на лінії, що з'єднує точки кріплення нижніх пружних елементів.

Вважатимемо вільним такий стан системи, що відповідає недеформованому стану всіх пружних зв'язків. У вільному стані рухомі системи координат, показані на рис. 2 та 3, паралельні.

Рівняння руху інерційних елементів розрахункової схеми складають за допомогою рівнянь Лагранжа 2-го роду:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s, \quad (2)$$

де  $T$  – кінетична енергія системи;  $q_s$  –  $s$ -та узагальнена координата;  $Q_s$  –  $s$ -та узагальнена сила.

Кількість узагальнених координат  $s$  (2.2) за (15), (33):

$$s = 3 \cdot [N + 1 + \sigma(\xi_1) + \sigma(\xi_2)] + \sum_{n=4}^{N+3} [K_n + \sum_{k=1}^{K_n} P_{nk} + L_n], \quad (3)$$

де  $\sigma(\xi_1), \sigma(\xi_2)$  – одинична функція Хевісайда,

$\sigma(\xi) = 1$  за  $\xi \geq 0$ ;  $\sigma(\xi) = 0$  при  $\xi < 0$ ;

$\xi_{1,2} = +1$  за пружного з'єднання відповідної рами з фундаментом (основою) та

$\xi_{1,2} = -1$  за жорсткого з'єднання відповідної рами з фундаментом (основою);

$K_n$  – кількість віброзбудників, встановлених на вібромашині;  $P_{nk}$  – кількість рухомих дебалансних мас, з'єднаних з валом віброзбудника пружними зв'язками;  $L_n$  – кількість привідних електродвигунів, встановлених разом з віброзбудником або на нерухомій рамі.

Узагальненими координатами системи вважають:

$x_i, y_i$  – координати початку системи координат  $X_iO_iY_i$ , жорстко зв'язаної відповідно з  $i$ -м інерційним тілом, відносно нерухомої системи координат  $XOY$ ;

$x_n, y_n$  – координати початку системи координат  $X_nO_nY_n$  точки  $O_n$ , жорстко зв'язаною відповідно з  $n$ -ю граткою, відносно системи координат  $XOY$ ;

$\varphi_i, \varphi_n$  – кути повороту відповідно інерційного елемента і робочого органа вібраційного агрегата (гратки);

$\varphi_{nk}, \beta_{nl}$  – кути повороту відповідно вала віброзбудника і привідного двигуна;

$\psi_{nkp}$  – кут повороту дебалансної маси.

Кути  $\varphi_i, \varphi_n, \varphi_{nk}, \beta_{nl}, \psi_{nkp}$  відраховують проти руху годинникової стрілки від позитивного напрямку осі  $OX$ .

Під час розроблення математичної моделі прийнято допущення:

– пружні елементи неінерційні;

– маси, що входять до системи, являють собою жорсткі інерційні тіла, що виконують плоскопаралельний рух;

– врахована жорсткість пружних елементів на розтяг і зсув.

Технологічний процес вибивання формовочної суміші із опок під час роботи вібраційного вибивного агрегата супроводжується зміною маси технологічного навантаження. Це приводить до прийняття допущення, що в процесі виконання технологічної операції маса і момент інерції є функціями часу:

$$m_3 = f_{m3}(t); \quad I_3 = f_{I3}(t), \quad (4)$$

де  $m_3, I_3$  – відповідно маса і центральний момент інерції технологічного навантаження.

У [2, 4] наведено спосіб, за якими можна, не вдаючись до рівнянь Лагранжа 2-го роду, побудувати математичну модель для будь-якої ланцюгової динамічної схеми вібраційної машини. Він полягає в тому, що для вибраної динамічної схеми визначають матрицю коефіцієнтів для кожного твердого тіла. Згідно з розташуванням тіл в динамічній системі, матриці розміщують послідовно у загальну матрицю коефіцієнтів всієї системи, сполучаючи їхні діагоналі з діагоналлю загальної матриці. Такий спосіб побудови матриці математичної моделі зумовлений тим, що матриці інерційних величин  $[A_n^\Sigma], [A_i]$  містять фізичні величини, знаходження яких є суто технічним питанням і для конкретних динамічних систем не спричиняє труднощів. Вищезгаданий спосіб побудови загальної матриці для довільної системи рівнянь поширюється і на математичну модель ланцюгово-розгалужених віброударних динамічних систем. На рис. 2 показано простішу динамічну схему віброударної машини з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання мас. Ця схема містить чотири тверді тіла: опірня рама ( $i = 1$ ), технологічне навантаження ( $i = 2$ ) та дві віброударні ґратки ( $i = 3,4$ ). Кожна ґратка містить по два віброзбудники, на валу кожного віброзбудника розміщено по дві дебалансні маси. Електродвигуни, що приводять у рух вали віброзбудників, знаходяться на нерухомій основі. Опірня рама та віброґратки з'єднані з фундаментом пружними зв'язками. Для такої динамічної схеми з врахуванням рівностей (2.67), (2.68) математична модель в матричній формі матиме вигляд [5]:

$$\begin{bmatrix} A_1^\Sigma & & & O \\ & A_2^\Sigma & & \\ & & A_1 & \\ O & & & A_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} K_1^\Sigma \\ K_2^\Sigma \\ K_1 \\ K_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1^\Sigma \\ B_2^\Sigma \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Рівняння руху (5) є суттєво нелінійною системою звичайних диференціальних рівнянь другого порядку, не розв'язаних відносно другої похідної. Розв'язати таку систему можна числовими методами за допомогою пакета прикладних програм.

У роботі [6] розглянуто модель контакту робочих поверхонь багатосекційних агрегатів з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл. Розглянуто схему контакту для робочих поверхонь віброґратки 31327 (рис. 2), а також умови контакту робочих поверхонь для двовимірної моделі контакту. Варіанти контакту ( $i - 1$ )-го та  $i$ -го тіла подано на рис. 5.

За цією моделлю розраховано максимальну теоретичну частоту технологічного навантаження для динамічного дорезонансного режиму роботи для ґратки моделі 31327. На рис. 6 подано графіки теоретичної та експериментальної частоти технологічного навантаження.

Наведені графіки підтверджують відповідність теоретичних розрахунків побудованої математичної моделі експериментальним даним.

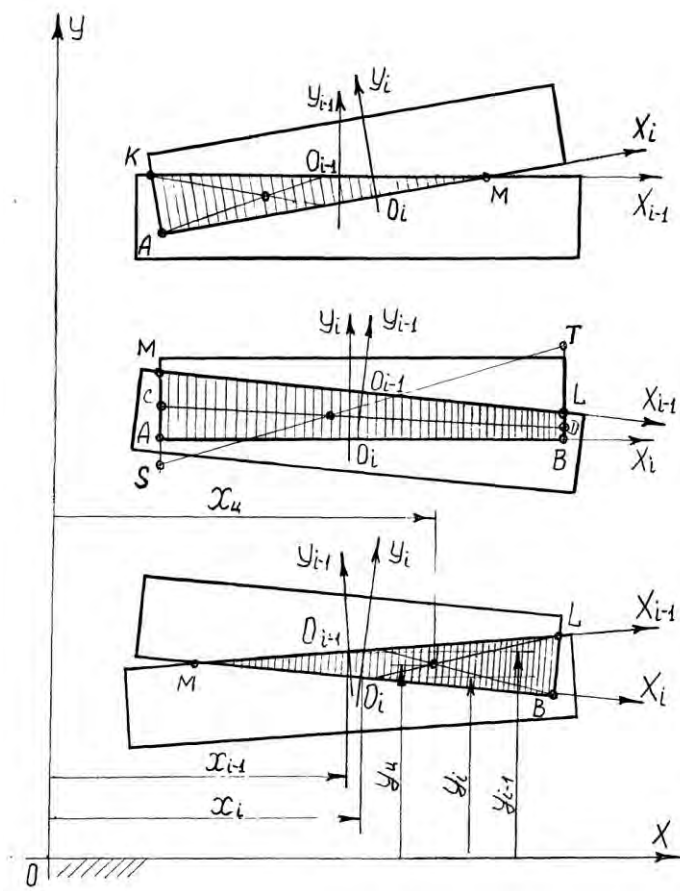


Рис. 5. Варіанти контакту робочих поверхнь

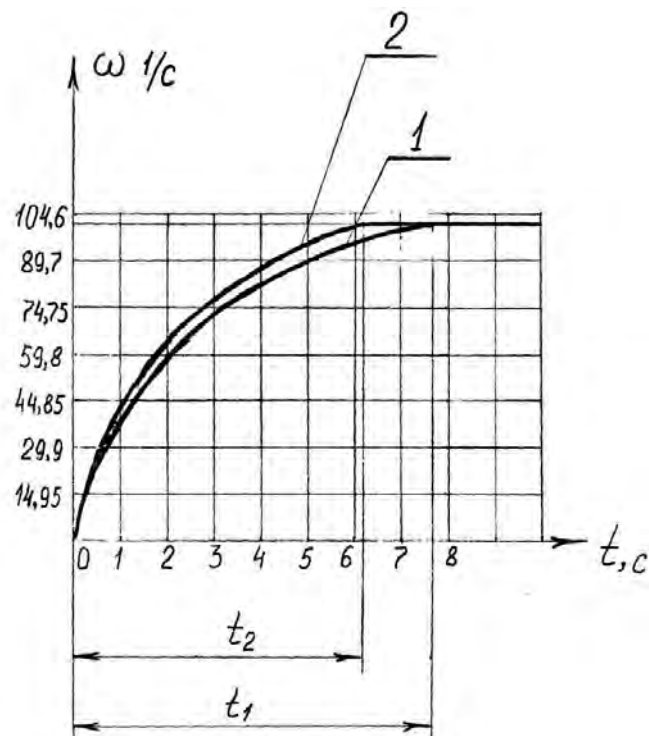


Рис. 6. Порівняння теоретичної та експериментальної частот коливань технологічного навантаження для ґратки 31325

**Висновки.** Розглянуто математичну модель динамічного режиму роботи віброударних агрегатів з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл на прикладі віброударної гратки моделі 31327. Наведено приклади контактної взаємодії робочих поверхонь твердих тіл, а також графіки максимальних значень теоретичної та експериментальної частоти технологічного навантаження віброгратки моделі 31327.

1. *Вибраци в технике. Т. 4. – М.: Машиностроение, 1981. – 512 с.* 2. *Гергеа И.И., Лозовой И.С., Козулькевич М.Р., Шона В.М. Обобщённая математическая модель колебательной системы с учётом изменения положения и величины технологической нагрузки // Докл. АН УССР. – 1989. – № 12. – С. 32–35.* 3. *Гергеа И.И., Нісонський В.П. Математична модель ланцюгово-розгалуженої віброударної коливальної системи // Доп. НАН України. – 1994. – 35. С. 58–63.* 4. *Нисонский В.П., Гергеа И.И., Козулькевич М.Р., Гуцуляк Ю.В. Математическая модель многосекционных выбивных агрегатов с учётом рассеяния энергии // Пробл. прочности. – 1994. – № 10. – С. 30–36.* 5. *Нісонський В.П., Гергеа И.И., Шона В.М. Математична модель багатосекційного вібраційного агрегату // Доп. НАН України. – 2000. – № 6. С. 62–65.* 6. *Нісонський В.П. Математична модель контактної взаємодії елементів багато секційних агрегатів // Доп. НАН України. – 2003. – № 12. – С. 51–57.*

УДК 681.518.3:621.371

**О.В. ПИЛИПЕНКО, П.І. ЗАБОЛОТНИЙ, Л.Г. ЗАПОЛЬСЬКИЙ**  
Інститут технічної механіки НАНУ і НКА України

## **НВЧ-ЩУП ДЛЯ ЛОКАЛЬНИХ ВИМІРЮВАЧІВ ПАРАМЕТРІВ ВІБРАЦІЙ З НИЗЬКОЮ ЧАСТОТОЮ**

© Пилипенко О.В., Заболотний П.І., Запольський Л.Г., 2006

*Проаналізовано можливості застосування первинних перетворювачів для вимірника параметрів вібрації на основі об'ємних НВЧ резонаторів за одно- й дворезонаторними схемами. Показано, що обидві схеми забезпечують приблизно однакові можливості вимірювання параметрів вібрації, проте, з урахуванням конструктивних особливостей (менша маса, габарити та ін.), схемі з одним резонатором треба надати перевагу.*

*The analysis of opportunity of primary converters application for vibration parameters measurement is carried out on the basis of volumetric microwave resonators by one and two cavity circuits. It was shown, that both circuits provide approximately identical opportunities of vibration parameters measurement, nevertheless, in view of design features (smaller weight, dimensions, ets) the circuit with one resonator was more preferred.*

**Постановка проблеми.** Однією з актуальних задач діагностики складних механізмів є необхідність виявлення місць локалізації джерел підвищеної вібрації і параметрів самої вібрації. Для розв'язання цієї задачі, як правило, використовують пристрої на основі первинних перетворювачів індуктивного або ємнісного типу. Проте такі пристрої, незважаючи на безперечні переваги, мають і низку недоліків, насамперед інерційність, недостатню заводозахисність від зовнішніх електромагнітних полів, а також низьку роздільну здатність у разі потреби контролю за вібраціями з амплітудою переміщень, що змінюється від десятих часток міліметра до декількох десятків міліметрів. Додаткове екранування елементів цих пристроїв і відповідних до них провідників лише збільшує паразитні ємності, ускладнює їхню конструкцію і знижує їхню інформативність [1, 2]. Найчастіше така ситуація виникає під час моніторингу локальних