

УДК 621.01:621-868

О.С. ЛАНЕЦЬ

Національний університет „Львівська політехніка”

УЗАГАЛЬНЕНА ФОРМУЛА РОЗРАХУНКУ НА ЖОРСТКІСТЬ РЕЗОНАНСНИХ ПРУЖНИХ СИСТЕМ ВІБРАЦІЙНИХ МАШИН З ПРОСТИМ РУХОМ РОБОЧОГО ОРГАНУ

© Ланець О.С., 2006

Наведено узагальнену формулу для розрахунку на жорсткість пружних систем вібраційних машин, в яких робочий орган здійснює простий рух.

In the article a generalized formula for the calculation on inflexibility of the resilient systems of vibratory machines is hatches, in which a working organ carries out simple motion.

Вступ. Сьогодні найпоширеніші у вібраційних машинах як резонансні пружні системи для забезпечення простих рухів: зворотно-прямолінійного, зворотно-обертowego, зворотно-гвинто-подібного за одним ступенем рухомості (надалі просто прямолінійного, обертowego, гвинто-подібного) комбінації елементів, робоча ділянка яких у напрямку основного руху деформується внаслідок зміщення одного кінця пружного елемента відносно іншого під час поступального руху (рис. 1), із жорстким защемленням кінців пружних елементів у рухомих масах вібраційних машин. Форма поперечного перерізу таких елементів переважно прямокутна. Пов'язано це з тим, що напруження, які виникають в елементах такого профілю, нижчі ніж в елементах круглого перерізу, оскільки його радіус інерції є більшим. Для забезпечення обертального руху можна використовувати циліндричний торсіон, що працює на кручення. Найчастіше його виконують у парі з гратчастим торсіоном у вигляді розташованих по колу вертикальних пружних елементів (рис. 2).

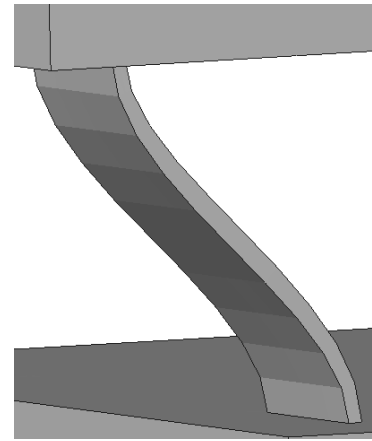


Рис. 1. Схема згину плоского пружного елемента

До класу вібраційних машин, що обов'язково використовують резонансні пружні елементи, належать транспортери, бункери, сепаратори, дозатори, підйомники тощо з електромагнітним приводом. Природа деформації пружних елементів у таких вібраційних машинах однакова. При цьому пружні елементи вібраційних бункерних живильників сприймають найскладніші деформації. Своєю чергою, у вібраційних транспортерах відбуваються прості деформації пружних елементів, які можна описати як складові деформації пружних елементів вібраційних бункерних живильників, за аналогією із складнішими випадками шляхом спрощень. Про це свідчать і можливі видозміни в конструкціях самих вібрмашин. Так, вібраційний бункерний живильник, в якому деталі рухаються спіралеподібною доріжкою (комбіновану пружну систему якого наведено на (рис. 2)), може трансформуватися у вібраційний транспортер, яким деталі рухатимуться за лінійним напрямком, шляхом збільшення до нескінченності середнього радіусу R розташування пружних елементів гіперболоїдного торсіона.

Постановка проблеми. Кількість комбінацій таких пружних систем становить близько десяти. Для їхнього розрахунку необхідно використовувати різні аналітичні вирази. Однак, хоча й обґрунтовано одну й ту саму природу деформацій пружних систем, виникає логічна потреба у поєднанні цих розрахунків в один аналітичний вираз-шаблон, яким би максимально враховувалися би усі найпоширеніші випадки. Це, без сумніву, допомогло би підібрати необхідний аналітичний

вираз для розрахунку певної пружної системи. Крім того, цей вираз мав би узагальнений характер, яким би було підкреслено тотожність фізичних деформацій у різних конструкціях пружних систем вібраційних машин.

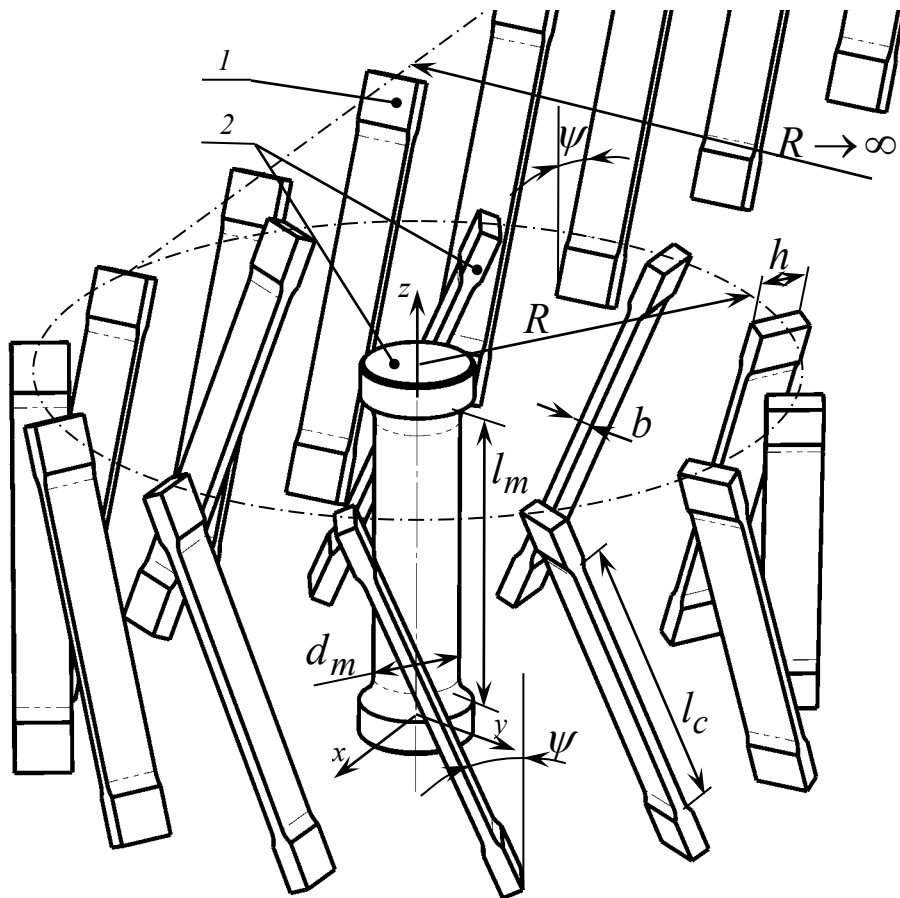


Рис. 2. Схематичне розташування елементів пружних систем для забезпечення прямолінійного (1) та обертального або гвинтового (2) рухів робочого органу

Огляд літератури. До розрахунку пружних резонансних систем вібраційних машин з простим рухом робочого органу найбільший внесок зробили професори Львівської школи вібротехніки В. О. Повідайло, А. Н. Рабинович, В. А. Яхимович, М. В. Медвідь, В. А. Щигеля, результати досліджень яких викладено у [1–4].

Постановка задачі. У вищезазначених наукових працях не зустрічалося матеріалів, де розглядали проблему зведення цих розрахунків до одного аналітичного виразу. Тому автор має навести такий аналітичний вираз, що увібрав би в себе усі найвживаніші види розрахунку.

Виклад матеріалу. Удосконалювати існуючі розрахунки немає потреби; вони досить точно описують реальні моделі. Значну похибку вносять так звані коефіцієнти защемлення, що практично унеможливають точне передбачення механічних параметрів системи. Однак, вводячи правильні коефіцієнти, що коректують розрахункову жорсткість проектованої пружної системи до 30% у більший бік, та після подальшого відповідного підналагоджування параметрів механічної коливальної системи уже реальної конструкції вібраційної машини, ми наблизитимось до необхідних показників резонансного налагодження z .

Для узагальнення цих розрахунків потрібне повне розуміння фізики процесу, тобто виведення виразу-шаблону, а не аналіз існуючих виразів з подальшим формуванням загальної формули, яка може бути громіздкою та нераціональною.

Як зазначено вище, найзагальніший приклад деформації пружних систем для забезпечення простого руху робочого органу стосується вібраційних бункерних живильників. У цьому випадку узагальненою моделлю навантаження пружної системи вважаємо таку, в якій пружні елементи прямокутного профілю в перерізі розташовані по колу середнім радіусом R під кутом ψ до вертикалі і зкручуються загальним крутним моментом $M_{кр}$ (рис.3). Розглянемо окремо цей пружний елемент під навантаженням (рис. 4).

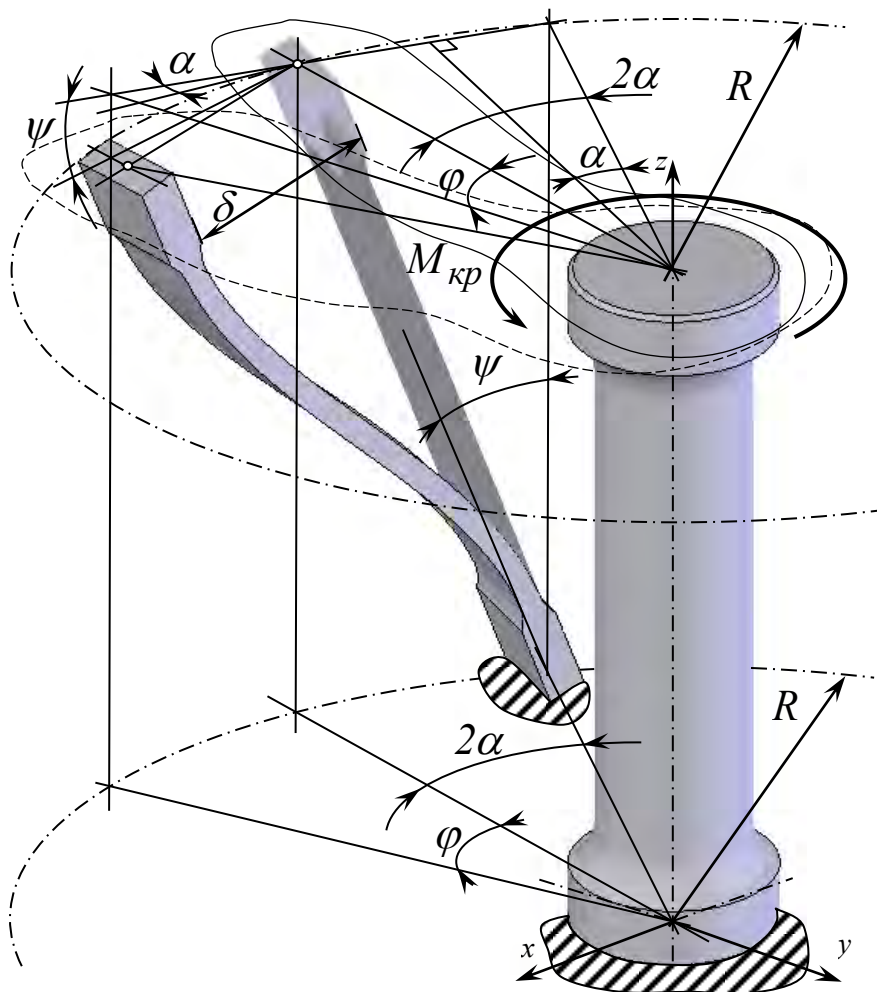


Рис. 3. Загальна картина деформації пружної системи для забезпечення гвинтоподібного руху робочого органу

Оскільки стрижень під навантаженням зазнає як складного згину, так і кручення, за принципом суперпозицій запишемо рівняння енергетичного балансу, яке міститиме затрати енергії за незалежними напрямками деформації. Так, загальна енергія E_{Σ} , витрачена на скручення пружної системи моментом $M_{кр}$ на кут φ , становитиме:

$$E_{\Sigma} = E_{зз} + E_{бз} + E_{зак.с} + E_{зак.т} \quad (1)$$

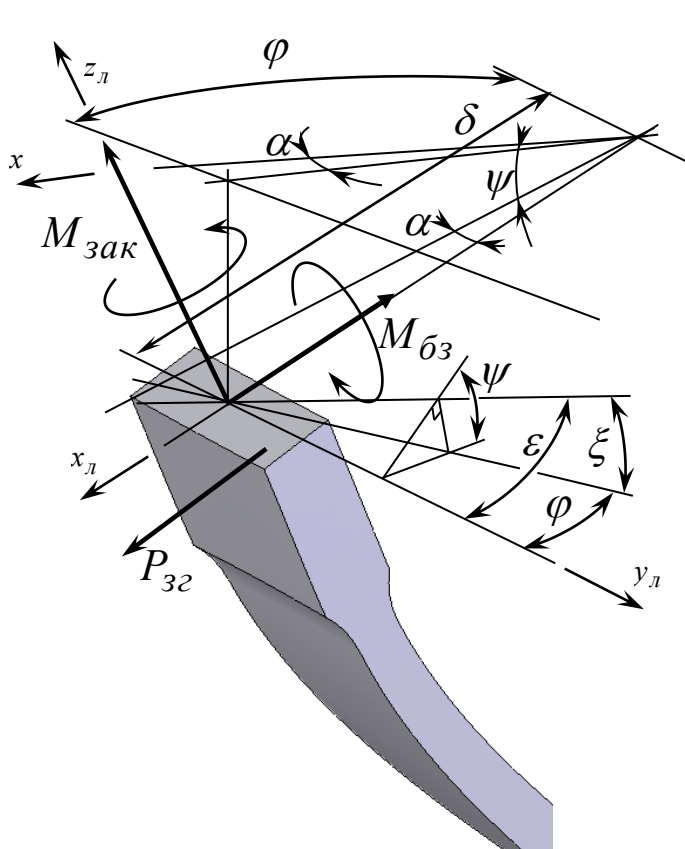


Рис.4. Схема деформації та навантаження кінця пружного стрижня

де $E_{\Sigma} = \frac{c_{кр} \varphi^2}{2}$, тут $c_{кр}$ – сумарна жорсткість пружної системи на кручення навколо осі z , φ – кут закручення (кутова амплітуда коливань);

$E_{32} = \frac{c_{32c} \delta^2}{2}$ – енергія, витрачена на згин пружного стрижня на лінійну довжину $\delta = \frac{\varphi R \cos \alpha}{\cos \psi}$, коли один кінець

елемента поступально зміщується відносно іншого в напрямку дуги повороту вздовж осі x_l під дією сили P_{32} , тут

$c_{32c} = \frac{12 E J_{y_l - y_l}}{l_c^3}$ – жорсткість стрижня

за такої схеми згину, E – модуль

пружності першого роду, $J_{y_l - y_l} = \frac{hb^3}{12}$ –

момент інерції поперечного перерізу пружного стрижня відносно нейтральної осі $y_l - y_l$, h та b – ширина та товщина в поперечному перерізі пружного стрижня

(рис. 2), $\alpha = \arcsin \frac{l_c \sin \psi}{R}$, $x_l y_l z_l$ –

локальна система координат, що стосується верхнього кінця пружного стрижня; $E_{b3} = \frac{c_{b3c} \xi^2}{2}$ –

енергія, витрачена на боковий згин пружного стрижня, коли один кінець стрижня повертається відносно іншого на кут бокового згину $\xi = \varphi \sin \psi$, а пружний стрижень працює як консоль; на вільному кінці стрижня прикладено крутний момент M_{b3} , що діє в площині $y_l z_l$, тут

$c_{b3c} = \frac{E J_{x_l - x_l}}{l_c}$ – жорсткість стрижня за такої схеми згину; $J_{x_l - x_l} = \frac{bh^3}{12}$ – момент інерції

поперечного перерізу пружного стрижня відносно нейтральної осі $x_l - x_l$; $E_{zak.c} = \frac{c_{zak.c} \varepsilon^2}{2}$ –

енергія, витрачена на закручування пружного стрижня на кут $\varepsilon = \varphi \cos \psi$ під дією прикладеного

крутного моменту M_{zak} , що діє в площині $x_l y_l$ локальної системи координат, тут $c_{zak.c} = \frac{G \beta h b^3}{l_c}$ –

жорсткість стрижня за такої схеми навантаження, G – модуль пружності іншого роду; β –

коефіцієнт, що залежить від співвідношення сторін h і b , який, користуючись [1, 2], можна апроксимувати до вигляду $\beta = \frac{\gamma - 0.63}{3\gamma}$, де γ – коефіцієнт співвідношення сторін прямокутного

перерізу плоского пружного стрижня, $\gamma = h/b$; $E_{зак.т} = \frac{c_{зак.т} \varphi^2}{2}$ – енергія, витрачена на закручення торсіона на кут φ , тут $c_{зак.т} = \frac{GJ_p}{l_m}$ – жорсткість торсіона за такої схеми навантаження, $J_p = \frac{\pi \cdot d_m^4}{32}$ – полярний момент інерції поперечного перерізу циліндричного торсіона. Ці затрати енергії не прив’язані до енергетичних витрат на деформацію плоского пружного стрижня і вони з’являються коли до комбінації гіперболоїдного гратчастого торсіона введено, як часто буває, циліндричний торсіон.

З урахуванням вищесказаного рівняння (1) набуде вигляду:

$$c_{кр} \varphi^2 = n \left[\frac{E \gamma b^4 \varphi^2 R^2 \cos^2 \alpha}{l_c^3 \cos^2 \psi} + \frac{E \gamma^3 b^4 \varphi^2 \sin^2 \psi}{12l_c} + \frac{G \beta \gamma b^4 \varphi^2 \cos^2 \psi}{l_c} \right] + \frac{G \pi \cdot d_m^4 \varphi^2}{32l_m}, \quad (2)$$

де n – кількість пружних стрижнів гіперболоїдного торсіона.

За рівнянням (2) знайдемо товщини пружних елементів b

$$b = \sqrt[4]{\frac{c_{кр} \varphi^2 - \frac{G \pi \cdot d_m^4 \varphi^2}{32l_m}}{n \left[\frac{E \gamma b^4 \varphi^2 R^2 \cos^2 \alpha}{l_c^3 \cos^2 \psi} + \frac{E \gamma^3 b^4 \varphi^2 \sin^2 \psi}{12l_c} + \frac{G \beta \gamma b^4 \varphi^2 \cos^2 \psi}{l_c} \right]}}. \quad (3)$$

У випадку, коли нам необхідно отримати прямолінійні коливання, колова система вібраційного бункерного живильника перетворюється в лінійну так: $R \rightarrow \infty$, $\alpha \rightarrow 0$ та $\varphi \rightarrow 0$. При цьому загальна енергія E_{Σ} деформації пружної системи витратиметься суто на згин пружних елементів. У такому випадку нам необхідно оперувати таким виразом $E_{\Sigma} = c_{3z} \delta_x^2 / 2$, де c_{3z} – сумарна жорсткість на згин пружної системи у напрямку осі x , δ_x – відносне сумарне зміщення кінців пружних елементів в напрямку осі x . Крім того, межа $\lim_{R \rightarrow \infty, \varphi \rightarrow 0} R \varphi = \delta_x$, що підтверджено логічними міркуваннями. Враховуючи вищесказане, вираз (3) набуде вигляду:

$$\lim_{R \rightarrow \infty, \varphi \rightarrow 0} \sqrt[4]{\frac{c_{3z} \delta_x^2 - \frac{G \pi \cdot d_m^4 \varphi^2}{32l_m}}{n \left[\frac{E \gamma b^4 x_{\delta}^2 \cos^2 \alpha}{l_c^3 \cos^2 \psi} + \frac{E \gamma^3 b^4 \varphi^2 \sin^2 \psi}{12l_c} + \frac{G \beta \gamma b^4 \varphi^2 \cos^2 \psi}{l_c} \right]}} = \sqrt[4]{\frac{c_{3z} l_c^3 \cos^2 \psi}{E \gamma n}}. \quad (4)$$

Якщо пружна система не закручується моментом, а стискається вздовж осі z зусиллям P_c , зручно оперувати лінійною жорсткістю c_z на стиск пружної системи вздовж осі z . Для цього у рівнянні (3) для обертального руху необхідно крутильну жорсткість $c_{кр}$ замінити на $c_z R^2 \operatorname{tg} \psi$, а у виразі (4) для прямолінійного руху згинальну жорсткість c_{3z} замінити на $c_z \operatorname{tg} \psi$. Інколи необхідно використовувати пружні елементи круглого перерізу. Тоді у вищенаведених аналітичних виразах необхідно моменти інерції $J_{y_l - y_l}$ та $J_{x_l - x_l}$ замінити на момент інерції $J = \pi d_c^4 / 64$ на згин круглого перерізу стрижня діаметром d_c відносно осі симетрії та використати полярний момент $J_p = \pi d_c^4 / 32$ круглого перерізу для випадку скручування стрижня.

Отже, формула-шаблон розрахунку пружних систем вібраційних машин, в яких робочий орган здійснює простий рух, набуде вигляду:

$$\left. \begin{matrix} b \\ d_c \end{matrix} \right\} = \sqrt[4]{\frac{C-D}{\frac{n}{l_c} \left(\frac{EK}{l_c^2 \cos^2 \psi} + H \right)}}, \quad (5)$$

а значення показників наведено у табл. 1.

Таблиця 1

Значення показників формули-шаблону

Показник	Вид коливань			
	Обертальні			Лінійні
C	Використання жорсткості у	горизонтальній площині	$c_{кр}$	c_{3z}
		вертикальній площині	$c_z R^2 \operatorname{tg} \psi$	$c_z \operatorname{tg} \psi$
D	Наявність центрального циліндричного торсіона	Присутній	$\frac{G\pi \cdot d_m^4}{32l_m}$	0
		Відсутній	0	
Поперечний переріз пружного стрижня з профілем				
	Прямокутним	Круглим	Прямокутним	Круглим
K	$\gamma R^2 \cos^2 \alpha$	$\frac{3\pi}{16} R^2 \cos^2 \alpha$	γ	$\frac{3\pi}{16}$
H	$\gamma \left(\frac{E \gamma^2 \sin^2 \psi}{12} + G \beta \cos^2 \psi \right)$	$\frac{\pi}{32} \left(\frac{E \sin^2 \psi}{2} + G \cos^2 \psi \right)$	0	

Користуючись формулою-шаблоном (5), наведемо кілька аналітичних виразів з розрахунку пружних систем та порівняємо результати з відомими формулами. Так, формула для визначення товщини b плоского пружного елемента гіперболоїдного торсіона з використанням крутильної жорсткості матиме вигляд:

$$b = \sqrt[4]{\frac{c_{кр}}{\frac{En\gamma}{l_c} \left[\frac{R^2 \cos^2 \alpha}{l_c^2 \cos^2 \psi} + \frac{\gamma^2 \sin^2 \psi}{12} + \frac{G\beta \cos^2 \psi}{E} \right]}}. \quad (6)$$

Якщо до виразу (6) вводити параметри центрального циліндричного торсіона, то зручно розподіляти співвідношення жорсткостей між циліндричним та гіперболоїдним торсіоном згідно з [5]. Для визначення товщини вертикально розташованих плоских пружних елементів вібраційного транспортера з прямолінійними коливаннями формулу спрощено

$$b = \sqrt[4]{\frac{c_{3z} l_c^3}{E \gamma n}}. \quad (7)$$

Проведемо порівняльний аналіз отриманих аналітичних залежностей з відомими результатами. При цьому нам краще користуватися параметрами жорсткості. Так, за формулою (6) жорсткість на кручення становитиме:

$$c_{кр} = \frac{Eb^4 n \gamma}{l_c} \left[\frac{R^2 \cos^2 \alpha}{l_c^2 \cos^2 \psi} + \frac{\gamma^2 \sin^2 \psi}{12} + \frac{G\beta \cos^2 \psi}{E} \right]. \quad (8)$$

Своєю чергою, відомий вираз, наведений у [1, 2], має вигляд:

$$c_{кр} = \frac{Eb^4 n R^2}{l_c^3} \left[\gamma \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \psi} + \frac{\gamma^3 \cos^2 \theta}{3} + \frac{G\beta l_c^2 \cos^2 \psi}{ER^2} \right], \quad (9)$$

де $\theta = \arccos\left(\frac{l_c \sin \psi}{2R}\right)$. Результати розрахунку за цими двома формулами абсолютно ідентичні, що

свідчить про взаємозамінність обох виразів, незважаючи на деяку відмінність у записі. Ці вирази є точними, оскільки дають непоганий результат порівняно з числовим розрахунком. Так, для таких параметрів пружної системи: $R=0.1$ м; $l_c=0.2$ м; $h=0.05$ м; $E=2.1 \cdot 10^{11}$ МПа; $G=8.1 \cdot 10^{10}$ МПа; $\psi = \pi/6$ значення крутильної жорсткості становить $c_{кр} = 9.543 \cdot 10^4$ Н м / рад. Результат числового розрахунку наведено на рис. 5, де крутний момент $M_{кр} = 1000$ Н · м прикладено до верхнього рухомого фланця гіперболоїдного торсіона за нерухомого нижнього.

При цьому на крайньому радіусі верхнього фланця $R_\phi = 0.14$ м отримано загальне переміщення $\delta = 0.001774$ м, яке в горизонтальному напрямку становить $\delta_x = \delta \cos \psi = 0.001536$ м. Кут, на який скрутився фланець $\phi = \arctan(\delta_x / R) = 0.011$ рад, а отже, жорсткість $c_{кр} = M_{кр} / \phi = 9.091 \cdot 10^4$ Н м / рад. Отже, запропонована формула дає дещо вище значення жорсткості пружної системи порівняно з числовим розрахунком, де відносна похибка становить 4.7 %, що є допустимо для інженерних розрахунків.

Висновок. Наведена шаблон-формула для розрахунку на жорсткість пружних систем вібраційних машин, в яких робочий орган здійснює простий рух, охоплює близько десяти випадків комбінації пружних систем. Ця шаблон-формула підкреслює єдність процесів деформації у вібраційних машинах з прямолінійним та обертальним рухом робочого органу, що дало змогу звести розрахунки на жорсткість таких пружних систем до одного аналітичного виразу-шаблону. Цей шаблон-формулу зручно використовувати для розрахунків вібраційних машин інженерним персоналом; її можуть використовувати студенти в навчальному процесі.

1. Повідайло В.О. Вібраційні процеси та обладнання: Навч. посібник. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, 2004. – 248 с. 2. Повідайло В.А., Щигель В.А. Конструкция и рас-

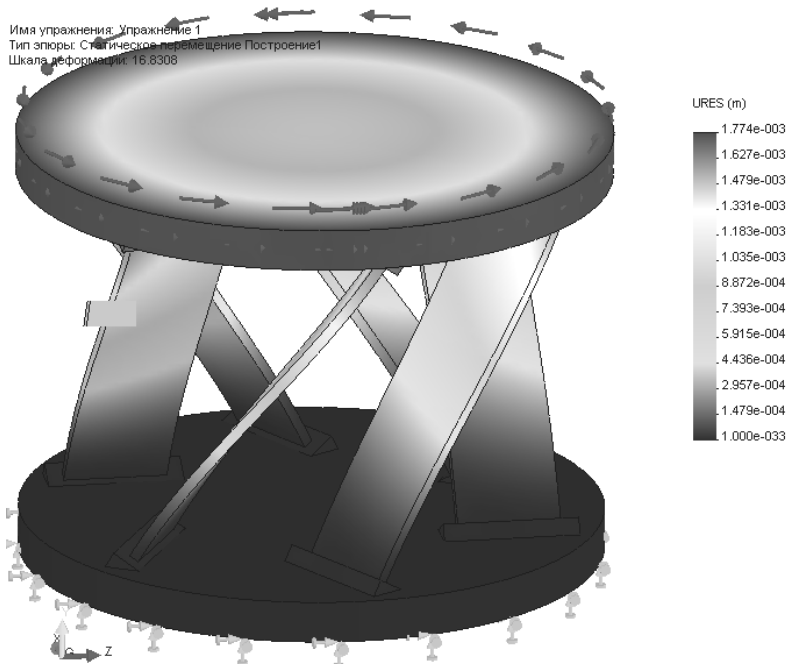


Рис. 5. Результат розрахунку гіперболоїдного торсіона методом скінченних елементів

чет вибрационных бункерных питателей с гиперболическим решатчатым торсионом // Автоматизация производственных процессов в машиностроении и приборостроении. – 1972. – Вып. 12. – С. 115–122. 3. Рабинович А.Н., Яхимович В.А., Боечко Б.Ю. Автоматические загрузочные устройства вибрационного типа. – К.: Техника, 1965. 4. Медвидь М. В. Динамика вибрационных загрузочных устройств с винтовыми лотками // Научные записки Львов. политехн. ин-та. Вып. 77: Автоматизация в машиностроении. – 1961. – № 3. 5. Шпак Я.В., Ланець О.С. Розрахунок, рекомендації щодо вибору конструктивних параметрів та перевірка роботоздатності комбінованої пружної системи вібраційної притиральної машини // Всеукр. наук.-техн. журн.: Вибрації в техніці і технологіях. – Вінниця, 2005. – № 1. – С. 63–72. 6. Гаврильченко О.В., Ланець О.С., Шпак Я.В. Методика розрахунку комбінованої вертикальної пружної системи резонансної вібраційної притиральної машини з куттовими коливаннями притиру // Машинознавство. – 2004. – № 2(80). – С. 36–41.

УДК 662.276.52.532.529

В.Б. МАЛЄСВ, В.В. ЖУРБА, А.В. МАЛЄСВ
Донецький національний технічний університет

ДИНАМІКА ПІДЙОМНОЇ ТРУБИ ГЛИБОКОВОДНОГО ЕРЛІФТА

© Малєєв В.Б., Журба В.В., Малєєв А.В., 2006

Розглянуто деякі підходи до математичного описання коливань ставу ерліфтної установки, що призначена до відкачування води із затоплених шахт, а також до видобування корисних копалин з дна глибоких водойм.

Some approaches to mathematical description of vibration of (pipe) air-lift unit column used for pumping water out from inundated mines, and for deep water mining are discussed.

Постановка проблеми. Наявність у підйомній трубі рухомої пульпи, густина якої за промислового видобування корисних копалин із дна природних водойм може стати сумірною з густиною матеріала самої труби (або навіть вищою за неї), значно впливає на частотний спектр коливань. Постійне надходження енергії від нагнітального пристрою (компресора) через змішувач обумовлює неконсервативність механічної системи “підйомна труба – пульпа”. Перший наслідок неконсервативності – можливість втрати стійкості навіть такої природної форми рівноваги, як пряма. Це особливо важливо для ерліфтних установок, що функціонують у стволах вугільних шахт, які виводять із експлуатації методом «мокрої» консервації. У підйомний став таких установок зазвичай переобладнують існуючі насосні водовідливні конструкції.

Аналіз досліджень і публікацій. У роботі (1) отримано критичну швидкість потоку рідини $V_{кр}$, за якої втрачається стійкість прямолінійної форми рівноваги однорідної труби, шарнірно закріпленої на кінцях

$$V_{кр} = \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{EJ_y}{\rho_{жс} F_{жс}}}. \quad (1)$$

Тут $\rho_{жс}$ – густина пульпи, кг/м^3 ; $F_{жс}$ – площа поперечного перерізу, зайнятого пульпою, м^2 ; l – довжина труби, м ; EJ_y – згинна жорсткість труби, Нм^2 .

За інших крайових умов, зокрема за умови затисненого верхнього і вільного нижнього кінців, початкова статична прямолінійна форма рівноваги – єдина (за відсутності зовнішніх навантажень).