

УДК 621.3.07

А.П. ГУРОВ, О.О. ЧЕРНО

Національний університет кораблебудування ім. адм. Макарова

## КЕРУВАННЯ ДЕМПФУВАННЯМ ДИНАМІЧНИХ ВІБРОГАСНИКІВ З ВЕЛИКОЮ АМПЛІТУДОЮ КОЛИВАНЬ

© Гуров А.П., Черно О.О., 2006

*Розглянуто двотактне керування демпфуванням електромагнітних динамічних віброгасників, змінюючи напруги на їхніх обмотках за спеціальним законом, що враховує особливості електромеханічних процесів у віброгаснику при великих амплітудах коливань. Отримано рівняння, що визначають можливі границі регулювання коефіцієнта відносного демпфування залежно від робочої частоти і параметрів пристрою.*

*In this paper two-way damping control of electromagnetic dynamic vibration absorbers by changing the voltage on the windings according to special law, which takes into account peculiarities of electromechanical processes in the absorber with high oscillations amplitude is studied. The equations to define the relative damping coefficient control band depending on working frequency and unit parameters are derived.*

**Постановка задачі.** Створення ефективних засобів захисту від вібрації є однією з найважливіших проблем сучасної техніки [1]. Останнім часом ця проблема набуває все більшої актуальності у зв'язку з нарощуванням потужності обладнання в різних галузях народного господарства. Найефективнішим методом віброзахисту є ліквідація коливань у джерелі, однак здебільшого, це не можливо. В таких випадках боротьба з вібрацією зводиться до послаблення її дії на сусіднє обладнання і корпусні конструкції за допомогою пасивних засобів віброзахисту, таких, як віброізоляція, вібродемпування і динамічне віброгасіння. Часто перелічені методи не забезпечують достатньої ефективності зниження рівня коливань, тому виникає необхідність в застосуванні керованих віброзахисних систем, серед яких особливе місце займають системи керованого динамічного віброгасіння з електромагнітними гасителями коливань [1, 4]. Такі системи відрізняються низьким енергоспоживанням, однак за ефективністю віброгасіння істотно поступаються активним віброзахисним системам, що значно обмежує їхнє застосування. Тому підвищення ефективності електромагнітних керованих динамічних віброгасників (КДВГ) є актуальним завданням.

**Аналіз останніх досліджень.** Істотне підвищення ефективності КДВГ досягається зменшенням демпфування його підвісу при постійній частоті вимушених коливань і збільшення демпфірування під час зміни частоти [8]. В роботі [2] запропоновано керування демпфуванням електромагнітного КДВГ зміною напруги на його обмотці за спеціальним законом. Однак в цій роботі розглядався випадок, коли амплітуда коливань рухомого магнітопроводу КДВГ на порядок менша за величину зубцевого ділення, і тому провідність магнітного кола є практично постійною, а магнітний потік змінюється в часі пропорційно до сумарної МРС обмотки і вихрових струмів. На практиці існують випадки, коли амплітуда коливань рухомого магнітопроводу КДВГ досягає величини зубцевого ділення, що істотно впливає на характер електромеханічних процесів у віброгаснику завдяки періодичній зміні магнітної провідності.

**Формулювання мети роботи.** Метою даної роботи є отримання закону зміни напруги на обмотці КДВГ, що дає змогу керувати демпфуванням його підвісу з урахуванням періодичної зміни магнітної провідності, викликаної коливаннями рухомого магнітопроводу.

**Виклад основного матеріалу.** Електромагнітна сила, що діє на рухому частину КДВГ, залежить від координати переміщення рухомого магнітопроводу відносно нерухомого, напруги на обмотці і параметрів магнітної системи. З метою забезпечення стабільності регулювальної характеристики і усунення генерування віброгасником вищих гармонік вібрації, зубці на полюсах магнітопроводів виконуються різними за шириною (рис. 1), а їхні геометричні параметри вибираються за умови лінійності тягової характеристики [3].

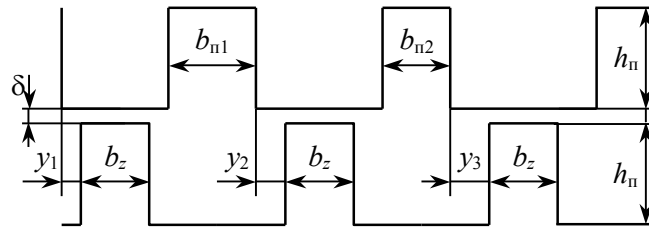


Рис. 1. Зубцова зона КДВГ

Тягове зусилля може бути визначено за допомогою приблизних математичних моделей електромеханічних процесів у системах із зубцевими зонами, запропонованих у [3, 5]. Згідно з [3], на  $i$ -й зубець діє сила зміщення, яка дорівнює

$$F_{\tau i} = \frac{\mu_0 l U_M^2}{2\pi\delta} \left( \arcsin \frac{a_i - 1}{a_i + 1} + \arcsin \frac{a'_i - 1}{a'_i + 1} \right),$$

де  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнітна проникність повітря;  $l$  – довжина кола полюса;  $\delta$  – величина повітряного зазору;  $U_M$  – різниця магнітних потенціалів між полюсами;

$$a_i = 1 + 2 \left( \frac{x + y_i}{\delta} \right)^2 + \text{sign}(x + y_i) \sqrt{\left( 1 + 2 \left( \frac{x + y_i}{\delta} \right)^2 \right)^2 - 1};$$

$$a'_i = 1 + 2 \left( \frac{x - y_i}{\delta} \right)^2 + \text{sign}(x - y_i) \sqrt{\left( 1 + 2 \left( \frac{x - y_i}{\delta} \right)^2 \right)^2 - 1}.$$

На рис. 2 наведено схему магнітного кола КДВГ, згідно з якою

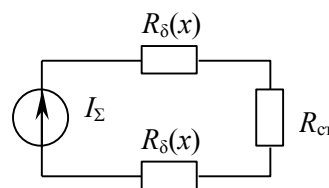


Рис. 2. Магнітне коло КДВГ

$$U_M = \frac{I_{\Sigma}}{\mu_0 l R_{ст} \lambda_{\delta} + 2},$$

де  $I_{\Sigma} = IW + I_b$  – сумарна МРС;  $I, W$  – струм і кількість витків обмотки;  $I_b$  – МРС, що створюється вихровими струмами;  $R_{ст}$  – магнітний опір магнітопроводів;  $\lambda_{\delta}$  – питома магнітна провідність повітряного зазору.

Сила  $F_{\tau}$  визначається як сума сил зміщення, що діють на зубці обох полюсів рухомого магнітопровода:

$$F_{\tau}(t) = \frac{\mu_0 I_{\Sigma}^2(t)}{\pi \delta \cdot (\mu_0 l R_{\text{ст}} \lambda_{\delta}(t) + 2)^2} \sum_{i=1}^n \left( \arcsin \frac{a_i(t) - 1}{a_i(t) + 1} + \arcsin \frac{a'_i(t) - 1}{a'_i(t) + 1} \right),$$

де  $n$  – кількість зубців на полюсі.

Останню формулу можна переписати у такому вигляді

$$F_{\tau}(t) = C_F x(t) I_{\Sigma}^2(t), \tag{1}$$

де  $C_F = \frac{\mu_0 l}{\pi \delta x_{\text{max}} \cdot (\mu_0 l R_{\text{ст}} \lambda_{\delta \text{ min}} + 2)^2} \sum_{i=1}^n \left( \arcsin \frac{a_{i \text{ max}} - 1}{a_{i \text{ max}} + 1} + \arcsin \frac{a'_{i \text{ max}} - 1}{a'_{i \text{ max}} + 1} \right)$  – конструктивна стала

КДВГ;  $\lambda_{\delta \text{ min}}$  – питома магнітна провідність повітряного зазору при  $x = x_{\text{max}}$ ;

$$a_{\text{max } i} = 1 + 2 \left( \frac{x_{\text{max}} + y_i}{\delta} \right)^2 + \text{sign}(x_{\text{max}} + y_i) \sqrt{\left( 1 + 2 \left( \frac{x_{\text{max}} + y_i}{\delta} \right)^2 \right)^2 - 1};$$

$$a'_{\text{max } i} = 1 + 2 \left( \frac{x_{\text{max}} - y_i}{\delta} \right)^2 + \text{sign}(x_{\text{max}} - y_i) \sqrt{\left( 1 + 2 \left( \frac{x_{\text{max}} - y_i}{\delta} \right)^2 \right)^2 - 1}.$$

Значення  $\lambda_{\delta \text{ min}}$  знаходять за допомогою методу “заміняльного кута” згідно з методикою, викладеною в [5].

Запишемо рівняння, що описують електромагнітні процеси в КДВГ:

$$\frac{d\psi}{dt} + R_{\text{обм}} I(t) = U(t); \tag{2}$$

$$\psi(t) = (W I(t) + I_{\text{в}}(t)) W \Lambda(t); \tag{3}$$

$$I_{\text{в}}(t) = -\frac{1}{W R_{\text{в}}} \frac{d\psi}{dt}, \tag{4}$$

де  $U$  – напруга на обмотці;  $\psi$  – потокозчеплення;  $R_{\text{обм}}$  – активний опір обмотки;  $R_{\text{в}}$  – опір, що чиниться вихровим струмам;  $\Lambda$  – провідність магнітного кола. Функцію  $\Lambda(t)$  можна отримати за допомогою рівняння тягової характеристики, отриманого із рівняння енергетичного балансу [7]:

$$F_{\tau}(x) = -\frac{1}{2} I_{\Sigma}^2 \frac{d\Lambda}{dx}. \tag{5}$$

Підставивши (5) в (1), після перетворень одержимо

$$\frac{d\Lambda}{dx} = -2 C_F x;$$

$$\Lambda(x) = -2 C_F \int_0^x x dx = \Lambda_0 - C_F x^2,$$

де  $\Lambda_0$  – провідність магнітного кола, якщо  $x = 0$ . Значення  $\Lambda_0$  визначають так:

$$\Lambda_0 = \Lambda_{\text{min}} + C_F x_{\text{max}}^2,$$

де  $\Lambda_{\text{min}} = \frac{\mu_0 l \lambda_{\delta \text{ min}}}{\mu_0 l \lambda_{\delta \text{ min}} R_{\text{ст}} + 2}$  – провідність магнітного кола, якщо  $x = x_{\text{max}}$ .

Розглянемо гармонічні коливання рухомої частини з амплітудою  $X$  і частотою  $\omega$ :

$$x(t) = X \cos(\omega t).$$

Тоді функція  $\Lambda(t)$  визначиться так:

$$\Lambda(t) = \Lambda_0 - C_F X^2 \cos^2(\omega t). \quad (6)$$

Розв'язавши сумісно (2) – (4) і (6), отримуємо диференціальне рівняння, що зв'язує  $U(t)$ ,  $x(t)$  та  $I_\Sigma(t)$ :

$$\left( T_{в.п} - C^* \cos^2(\omega t) \right) \frac{dI_\Sigma}{dt} + \left( 1 + C^* \omega \sin(2\omega t) \right) I_\Sigma(t) = \frac{W}{R_{обм}} U(t), \quad (7)$$

де  $T_{в.п} = \Lambda_0 \cdot \left( \frac{W^2}{R_{обм}} + \frac{1}{R_B} \right)$  – стала часу виконавчого пристрою;  $C^* = C_F X^2 \left( \frac{W^2}{R_{обм}} + \frac{1}{R_B} \right)$ .

При постійній напрузі на обмотці електромагнітна сила, що діє на рухомий магнітопровід, може бути подано як суму електромагнітної сили пружності  $F_{пр}$  і сили в'язкого тертя, зумовленої електромагнітними втратами  $F_\tau$ :

$$\begin{aligned} F_\tau(t) &= F_{пр}(t) + F_T(t); \\ F_{пр}(t) &= C_F I_\Sigma^2 \text{ пост} X \cos(\omega t), \end{aligned} \quad (8)$$

де  $I_\Sigma \text{ пост}$  – стала складова сумарної МРС.

Згідно із [6] коефіцієнт відносного демпфування пружного підвісу пропорційний до відношення втрат енергії за період коливань  $W_{втр}$  до максимальної потенційної енергії  $W_{потенц}$ :

$$\zeta = \frac{1}{4\pi} \frac{W_{втр}}{W_{потенц}}. \quad (9)$$

Тоді складова коефіцієнта відносного демпфування пружного підвісу КДВГ, зумовлена електромагнітними втратами, запишеться так:

$$\zeta_e = \frac{C_F W^2 U^2}{4\pi \omega m_2 R_{обм}^2} \zeta_e^*, \quad (10)$$

де  $m_2$  – маса рухомої частини;  $\zeta_e^* = - \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \left( I_\Sigma^*(t) \right)^2 \sin(2\omega t) dt$ ;  $I_\Sigma^*$  – безрозмірна сумарна МРС, яка визначається диференціальним рівнянням:

$$\left( T_{в.п} - C^* \cos^2(\omega t) \right) \frac{dI_\Sigma^*}{dt} + \left( 1 + C^* \omega \sin(2\omega t) \right) I_\Sigma^*(t) = 1.$$

Отже, величина  $\zeta_e^*$  залежить від трьох параметрів:  $T_{в.п}$ ,  $C^*$  і  $\omega$ . За допомогою числових розрахунків було визначено  $\zeta_e^*$  залежно від  $T_{в.п}$ ,  $C^*$  і  $\omega$  при  $T_{в.п} = 0,01..0,03$  с;  $C^* = 0,001..0,005$ ;  $\omega = 50..600$  рад/с. Отримані залежності були апроксимовані функцією

$$\zeta_e^* = \frac{C^*}{\sum_{i=0}^3 (A_{0,i} + A_{1,i} \omega^2) T_{в.п}^i} + \frac{(C^*)^2}{\sum_{i=0}^3 (A_{2,i} + A_{3,i} \omega^2) T_{в.п}^i}, \quad (11)$$

де  $A$  – матриця коефіцієнтів апроксимації.

Для зменшення демпфування пружного підвісу КДВГ необхідно, щоб сила, що діє на рухомий магнітопровід, містила складову  $F_{комп}$ , що компенсує силу в'язкого тертя:

$$F_\tau(t) = F_{пр}(t) + F_{комп}(t); \quad (12)$$

12)

$$F_{\text{комп}}(t) = \Delta b' \omega X \sin(\omega t); \tag{13}$$

$$\Delta b' = 2\Delta\zeta' \omega_2 m_2, \tag{14}$$

де  $\omega_2$  – частота настроювання КДВГ;  $\Delta b'$  і  $\Delta\zeta'$  – величини, на які зменшуються відповідно коефіцієнт в'язкого тертя і коефіцієнт відносного демпфірування порівняно з випадком, коли  $I_{\Sigma}(t) = I_{\Sigma \text{ пост}} = \text{const}$ .

Електромагнітна сила пружності  $F_{\text{пр}}(t)$  може бути записана як

$$F_{\text{пр}}(t) = m_2 \cdot (\omega_2^2 - \omega_{20}^2) X \cos(\omega t),$$

де  $\omega_{20}^2$  – частота настроювання КДВГ за відсутності магнітного поля. Тоді, з урахуванням (1), (8) і (12), компенсуюча сила може бути визначена так:

$$F_{\text{комп}}(t) = \left( \frac{I_{\Sigma}^2(t)}{I_{\Sigma \text{ пост}}^2} - 1 \right) m_2 \cdot (\omega_2^2 - \omega_{20}^2) X \cos(\omega t). \tag{15}$$

Розв'язавши (13), (14) і (15) відносно  $I_{\Sigma}(t)$ , отримаємо:

$$I_{\Sigma}(t) = I_{\Sigma \text{ пост}} \sqrt{1 + 2\Delta\zeta' \frac{\omega_2 \omega}{\omega_2^2 - \omega_{20}^2} \text{tg}(\omega t)}. \tag{16}$$

Одержаний закон зміни в часі сумарної МРС не можна реалізувати, оскільки він не визначений на проміжках часу

$$t \in \left[ (2k+1) \frac{\pi}{2 \cdot \omega}; (2k+1) \frac{\pi}{2 \cdot \omega} + \frac{1}{\omega} \arctg \frac{\omega_2^2 - \omega_{20}^2}{2\Delta\zeta' \omega_2 \omega} \right],$$

де  $k = 0, 1, 2, \dots$ . Тому потрібно сформулювати функцію  $I_{\Sigma}(t)$ , близьку до (16), яку можна буде реалізувати фізично. Для цього необхідно, щоб при переході координати  $x$  через 0 сумарна МРС зменшувалася від максимуму до мінімуму упродовж найменшого проміжку часу  $\Delta t$  (рис. 3).

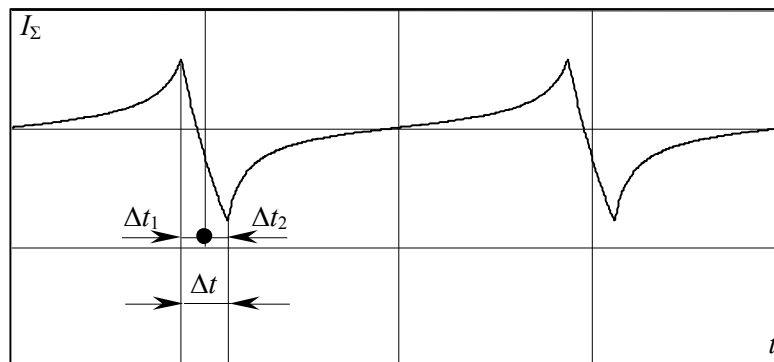


Рис. 3. Закон зміни сумарної МРС

Для того, щоб довжина проміжку  $\Delta t$  була найменшою, напруга на обмотці протягом цього часу повинна дорівнювати 0. Тоді необхідний закон зміни МРС набере такого вигляду:

$$I_{\Sigma}(t) = \begin{cases} I_{\Sigma \text{ пост}} \sqrt{1 + 2\Delta\zeta'_{\text{д}} \frac{\omega_2 \omega}{\omega_2^2 - \omega_{20}^2} \text{tg}(\omega t)} \text{ при } t \in \left[ (2k-1) \frac{\pi}{2\omega} + \Delta t_2; (2k+1) \frac{\pi}{2\omega} - \Delta t_1 \right]; \\ I_{\Sigma \text{ перех}}(t) \text{ при } t \in \left[ (2k+1) \frac{\pi}{2\omega} - \Delta t_1; (2k+1) \frac{\pi}{2\omega} + \Delta t_2 \right], \end{cases} \tag{17}$$

де  $\Delta\zeta'_{\text{ід}}$  – величина, на яку знизився б коефіцієнт відносного демпфування, порівняно з випадком  $I_{\Sigma}(t) = I_{\Sigma \text{ пост}} = \text{const}$ , якби сумарна МРС змінювалася за ідеалізованим законом (16);  $I_{\Sigma \text{ перех}}(t)$  визначається розв'язанням диференційного рівняння

$$\left(T_{\text{в.п}} - C^* \cos^2(\omega t)\right) \frac{dI_{\Sigma \text{ перех}}}{dt} + \left(1 + C^* \omega \sin(2\omega t)\right) I_{\Sigma \text{ перех}}(t) = 0. \quad (18)$$

Підставивши (17) в (7) і розв'язавши останнє відносно  $U(t)$ , отримаємо необхідний закон зміни напруги на обмотці:

$$U(t) = \begin{cases} I_{\Sigma \text{ пост}} \frac{\left(T_{\text{в.п}} - C^* \cos^2(\omega t)\right) \Delta\zeta'_{\text{ід}} \frac{\omega}{\omega^*} + \left(1 + C^* \omega \sin(2\omega t)\right) \left(1 + 2 \frac{\Delta\zeta'_{\text{ід}}}{\omega^*} \text{tg}(\omega t)\right) \cos^2(\omega t)}{\frac{W}{R_{\text{обм}}} \cos^2(\omega t) \sqrt{1 + 2 \frac{\Delta\zeta'_{\text{ід}}}{\omega^*} \text{tg}(\omega t)}}} & \text{при } t \in \left[ (2k-1) \frac{\pi}{2\omega} + \Delta t_2; (2k+1) \frac{\pi}{2\omega} - \Delta t_1 \right]; \\ 0 & \text{при } t \in \left[ (2k+1) \frac{\pi}{2\omega} - \Delta t_1; (2k+1) \frac{\pi}{2\omega} + \Delta t_2 \right], \end{cases} \quad (19)$$

де  $\omega^* = (\omega_2^2 - \omega_{20}^2) / (\omega_2 \omega)$ . Часові проміжки  $\Delta t_1$  і  $\Delta t_2$  визначаються з умов безперервності функції  $I_{\Sigma}(t)$  і рівності максимумів функції  $U(t)$ . На рис. 4. наведені часові діаграми напруги на обмотці, змінної складової сумарної МРС і компенсуючої сили при  $\omega_{20} = 346 \text{ с}^{-1}$ ;  $\omega = 421 \text{ с}^{-1}$ ;  $\omega_2 = 421 \text{ с}^{-1}$ ;  $T_{\text{в.п}} = 0,015 \text{ с}$ ;  $\Delta\zeta'_{\text{ід}} = 0,008$ ;  $C^* = 0,001$ .

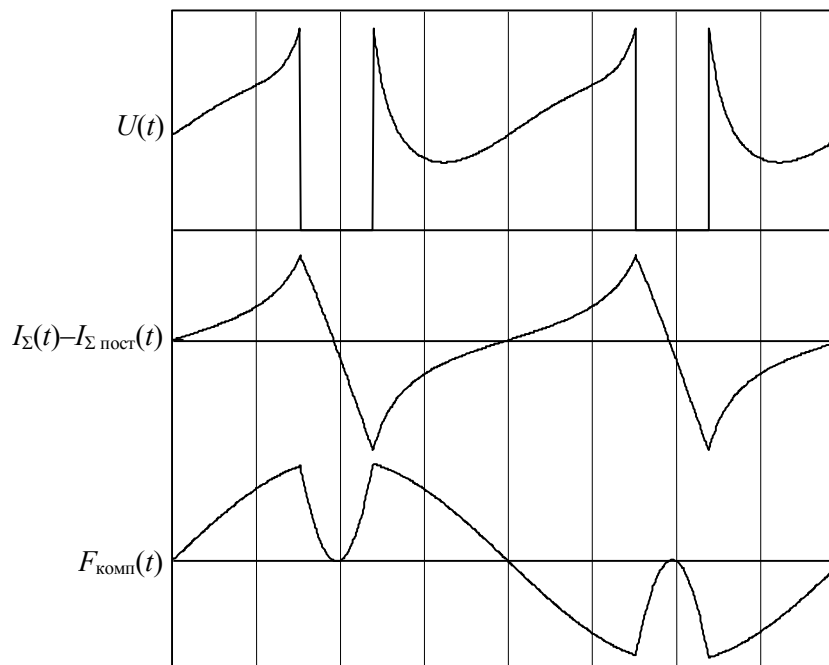


Рис. 4. Часові діаграми

На підставі (9), з урахуванням (15), величина, на яку зменшується коефіцієнт відносного демпфування, порівняно з випадком  $I_{\Sigma}(t) = I_{\Sigma \text{ пост}} = \text{const}$ , може бути визначена за такою формулою:

$$\Delta\zeta' = \frac{\omega^* \omega}{4\pi} \int_0^{\omega} \left( \frac{I_{\Sigma}(t)}{I_{\Sigma \text{ пост}}} \right)^2 \sin(2\omega t) dt.$$

Величина  $\Delta\zeta'$  залежить від  $C^*$ ,  $\omega^*$ ,  $\Delta\zeta'_{\text{ід}}$ ,  $T_{\text{в.п}}$  і  $\omega$ . Дослідження показали, що величина  $C^*$  практично не впливає на значення  $\Delta\zeta'$ . Це пояснюється тим, що  $C^*$  входить до рівняння сумарної МРС тільки на інтервалі  $\Delta t$ , на якому середнє значення компенсуючої сили значно менше порівняно з іншими інтервалами, а складові рівняння (18), до яких входить  $C^*$ , на цьому інтервалі набувають значення, близькі до нуля. За цією самою причиною, частота  $\omega$ , яка не входить в добуток  $T_{\text{в.п}}\omega$ , також практично не впливає на  $\Delta\zeta'$ . Отже, величина  $\Delta\zeta'$  може бути подана як функція трьох змінних:

$$\Delta\zeta' = f(T_{\text{в.п}}^*, \omega^*, \Delta\zeta'_{\text{ід}}),$$

де  $T_{\text{в.п}}^* = T_{\text{в.п}}\omega$ .

Дослідження залежностей  $\Delta\zeta'(\Delta\zeta'_{\text{ід}})$  при різних значеннях  $T_{\text{в.п}}^*$  і  $\omega^*$  показали, що при певному значенні  $\Delta\zeta'_{\text{ід}}$  величина  $\Delta\zeta'$  досягає максимуму. В результаті числових розрахунків було отримано залежності  $\Delta\zeta'_{\text{макс}}(T_{\text{в.п}}^*, \omega^*)$  при варіюванні змінними в області реальних значень. Апроксимація цих залежностей методом найменших квадратів при  $T_{\text{в.п}}^* = 1.20$  і  $\omega^* = 0.1$  дала змогу отримати таку формулу:

$$\Delta\zeta'_{\text{макс}} = \frac{k_1 \omega^*}{1 + k_2 T_{\text{в.п}}^*}, \quad (20)$$

де  $k_1, k_2$  – коефіцієнти апроксимації. В ході подальших числових розрахунків при варіюванні значеннями  $T_{\text{в.п}}^*$ ,  $\omega^*$  і  $\Delta\zeta'_{\text{ід}}$  було отримано залежності  $\Delta\zeta'(T_{\text{в.п}}^*, \omega^*, \Delta\zeta'_{\text{ід}})$ , а по ним – зворотні залежності  $\Delta\zeta'_{\text{ід}} = f(T_{\text{в.п}}^*, \omega^*, \Delta\zeta')$ . В результаті апроксимації останніх методом найменших квадратів було одержано формулу для визначення  $\Delta\zeta'_{\text{ід}}$  при  $T_{\text{в.п}}^* = 1.20$ ,  $\omega^* = 0.1$  і  $\Delta\zeta' = 0. \Delta\zeta'_{\text{макс}}$ :

$$\Delta\zeta'_{\text{ід}} = \frac{k_3 \omega^*}{1 + k_4 T_{\text{в.п}}^*} \operatorname{tg} \left( k_5 \frac{\Delta\zeta'}{\omega^*} (1 + k_6 T_{\text{в.п}}^*) \right), \quad (21)$$

де  $k_3, k_4, k_5, k_6$  – коефіцієнти апроксимації. При цьому значення  $\Delta\zeta'$  знаходять так

$$\Delta\zeta' = \Delta\zeta - \zeta_e, \quad (22)$$

де  $\Delta\zeta$  – величина, на яку треба зменшити коефіцієнт відносного демпфування КДВГ порівняно з випадком, коли на обмотку подається постійна напруга.

Отже, для зменшення коефіцієнта відносного демпфірування КДВГ на величину  $\Delta\zeta$ , необхідно змінювати напругу на його обмотці за законом (19), де  $\Delta\zeta'_{\text{ід}}$  визначається за допомогою (21) і (22). З урахуванням (20), (21), (10) і (11), максимальна величина, на яку може бути зменшений коефіцієнт відносного демпфування, визначається за такою формулою:

$$\Delta\zeta_{\max} = \frac{k_1\omega^*}{1+k_2T_{в.п}^*} + \frac{C_F W^2 U^2}{4\pi\omega m_2 R_{обм}^2} \left( \frac{C^*}{\sum_{i=0}^3 (A_{0,i} + A_{1,i}\omega^2) T_{в.п}^i} + \frac{(C^*)^2}{\sum_{i=0}^3 (A_{2,i} + A_{3,i}\omega^2) T_{в.п}^i} \right) \quad (23)$$

Розглянемо випадок, коли демпфування треба збільшити. Величини  $\Delta\zeta$ ,  $\Delta\zeta'$  і  $\Delta\zeta'_{ід}$  повинні бути від'ємними. Якщо  $\Delta\zeta < 0$ , сумарна МРС на часовому проміжку  $\Delta t$  повинна збільшуватись із максимальною швидкістю, тому напруга на обмотці на цьому інтервалі часу повинна набувати максимального значення. З урахуванням цього, закон зміни напруги набере такого вигляду:

$$U(t) = \begin{cases} I_{\Sigma \text{ пост}} \frac{\left( T_{в.п} - C^* \cos^2(\omega t) \right) \Delta\zeta'_{ід} \frac{\omega}{\omega^*} + \left( 1 + C^* \omega \sin(2\omega t) \right) \left( 1 + 2 \frac{\Delta\zeta'_{ід}}{\omega^*} \operatorname{tg}(\omega t) \right) \cos^2(\omega t)}{\frac{W}{R_{обм}} \cos^2(\omega t) \sqrt{1 + 2 \frac{\Delta\zeta'_{ід}}{\omega^*} \operatorname{tg}(\omega t)}}} \\ \text{при } t \in \left[ (2k-1) \frac{\pi}{2\omega} + \Delta t_2; (2k+1) \frac{\pi}{2\omega} - \Delta t_1 \right]; \\ U_{\max} \text{ при } t \in \left[ (2k+1) \frac{\pi}{2\omega} - \Delta t_1; (2k+1) \frac{\pi}{2\omega} + \Delta t_2 \right]. \end{cases} \quad (24)$$

Закон зміни сумарної МРС визначається за формулою (17), де  $I_{\Sigma \text{ перех}}(t)$  знаходять, розв'язавши диференційне рівняння

$$\left( T_{в.п} - C^* \cos^2(\omega t) \right) \frac{dI_{\Sigma \text{ перех}}}{dt} + \left( 1 + C^* \omega \sin(2\omega t) \right) I_{\Sigma \text{ перех}}(t) = U_{\max}.$$

Величини  $U_{\max}$ ,  $\Delta t_1$  і  $\Delta t_2$  визначаються за таких умов: сумарна МРС повинна бути безперервною в часі; напруга  $U$  на границях інтервалу  $\Delta t$  повинна набувати нульових значень.

На рис. 5 наведені часові діаграми напруги на обмотці, змінної складової сумарної МРС і компенсуючої сили при  $\omega_{20} = 346 \text{ с}^{-1}$ ;  $\omega = 421 \text{ с}^{-1}$ ;  $\omega_2 = 421 \text{ с}^{-1}$ ;  $T_{в.п} = 0,015 \text{ с}$ ;  $\Delta\zeta'_{ід} = -0,008$ ;  $C^* = 0,001$ .



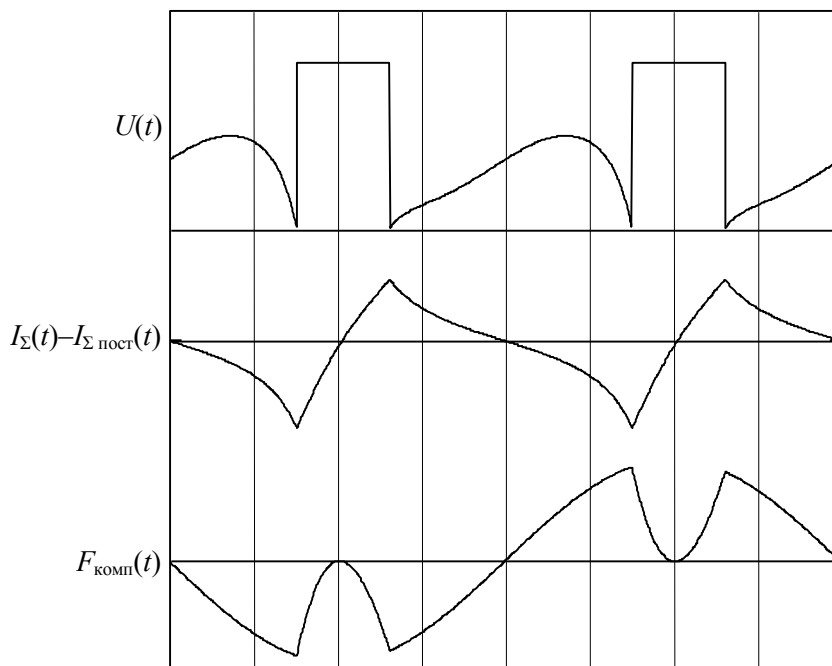


Рис. 5. Часові діаграми

Дослідження показали, що збільшення коефіцієнта відносного демпфування КДВГ обмежене мінімальним значенням величини  $\Delta\zeta$ . В результаті числових розрахунків було отримано формулу, що дає змогу визначити мінімальну величину  $\Delta\zeta'$  при  $T_{в.п}^* = 1..20$  і  $\omega^* = 0..1$ :

$$\Delta\zeta'_{\min} = -\frac{k_7\omega^*}{1 + k_8T_{в.п}^*}, \tag{25}$$

де  $k_7, k_8$  – коефіцієнти апроксимації. Величина  $\Delta\zeta'_{\text{ід}}$  при  $T_{в.п}^* = 1..20$ ,  $\omega^* = 0..1$  і  $\Delta\zeta' = \Delta\zeta'_{\min}..0$ : визначається за такою формулою:

$$\Delta\zeta'_{\text{ід}} = \frac{k_9\omega^*}{1 + k_{10}T_{в.п}^*} \operatorname{tg}\left(k_{11} \frac{\Delta\zeta'}{\omega^*} (1 + k_{12}T_{в.п}^*)\right), \tag{26}$$

де  $k_9, k_{10}, k_{11}, k_{12}$  – коефіцієнти апроксимації. Значення  $\Delta\zeta'$  визначається згідно з (22).

Отже, для збільшення коефіцієнта відносного демпфування КДВГ на величину  $|\Delta\zeta|$  необхідно змінювати напругу на його обмотці за законом (24), де  $\Delta\zeta'_{\text{ід}}$  визначається за допомогою (26) і (22). З урахуванням (25), (26), (10) і (11), максимальну величину, на яку може бути збільшений коефіцієнт відносного демпфування, визначають як модуль мінімального значення  $\Delta\zeta$ , який знаходять за такою формулою:

$$\Delta\zeta_{\min} = -\frac{k_7\omega^*}{1 + k_8T_{в.п}^*} + \frac{C_F W^2 U^2}{4\pi\omega m_2 R_{\text{обм}}^2} \left( \frac{C^*}{\sum_{i=0}^3 (A_{0,i} + A_{1,i}\omega^2) \Gamma_{в.п}^i} + \frac{(C^*)^2}{\sum_{i=0}^3 (A_{2,i} + A_{3,i}\omega^2) \Gamma_{в.п}^i} \right). \tag{27}$$

Для підтвердження отриманих результатів було виконано експериментальні дослідження, які показали, що формування на обмотці КДВГ напруги, яка змінюється в часі за законами (19) і (24), дає змогу регулювати коефіцієнт відносного демпфування віброгасника  $\zeta_2$  з точністю до 6%.

**Висновки.** 1. Формування на обмотці КДВГ напруги, що змінюється в часі за законами (19) і (24), уможлиблює двотактне керування демпфуванням його пружного підвісу.

2. Регулювання коефіцієнта відносного демпфування КДВГ можливе тільки у таких межах:

$$\zeta_2 \in [\zeta_{20} - \Delta\zeta_{\max}; \zeta_{20} - \Delta\zeta_{\min}],$$

де  $\zeta_{20}$  – коефіцієнт відносного демпфування за сталої напруги на обмотці;  $\Delta\zeta_{\max}$  і  $\Delta\zeta_{\min}$  визначаються за (23) і (27).

3. Отримані теоретичні результати підтверджено експериментальними дослідженнями.

1. *Виброударозащита электрических аппаратов, машин и оборудования: Учеб. пособие / Г.В. Мищенко, Ю.П. Самсонов, А.И. Смирнов, В.Е. Хроматов, Ю.С. Коробков – М., 2001.* 2. *Гуров А.П., Черно А.А. Управление демпфированием динамических виброгасителей // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – Вип. 2/2004 (25) – С. 33 – 36.* 3. *Гуров А.П., Черно А.А. Оптимизация параметров зубцовой зоны электромагнитных управляемых динамических виброгасителей // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – Вип. 4/2005 (33) – С. 27 – 29.* 4. *Жаров А.В. Разработка управляемой виброгасящей системы для подвесок судовых двигателей: Дис. ... канд. техн. наук: 05.08.05. – Новосибирск, 2005. – 157 с.* 5. *Завгородній В.Д., Харчишин Б.М. Математична модель гребінцевих зон магнітоелектричних перетворювачів та їх параметри // Вісник НУЛП. Електроенергетичні та електромеханічні системи. – 2000. – №400. – С. 43 – 48.* 6. *Клюкин И.И., Клещев А.А. Судовая акустика. – Л., 1984. – 144 с.* 7. *Марков Э.Т. Судовые электрические аппараты. – Л., 1981. – 344 с.* 8. *Черно А.А. Оптимальное управление демпфированием динамических виброгасителей при переходных процессах // Зб. наук. праць НУК. – Миколаїв, 2004. – № 6. – С. 109 – 117.*

УДК:517.9

Т.С. ДАНИЛЕВИЧ, А.П. СЕНИК

Національний університет “Львівська політехніка”

## ВИМУШЕНІ ПОПЕРЕНІ КОЛИВАННЯ ВАЛА З ЇХНІМ ПАСИВНИМ ПОГЛИНАЧЕМ

© Данилевич Т.С., Сенік А.П.

*Досліджуються нелінійні поперечні коливання вертикального вала з пасивним поглиначем цих коливань під дією періодичної збурювальної сили. На підставі отриманих результатів проаналізовано вплив періодичних сил та характеристик поглинача коливань на амплітудно-частотну характеристику вала у резонансному випадку.*

*The nonlinear transversal vibrations of vertical billow are explored with the passive absorber of these vibrations under the action of the periodic revolting forces. On the basis of the got results influence of periodic forces and descriptions of absorber of vibrations is analyzed on peak – frequency description of billow in resonance case.*

**Актуальність.** Багато прикладних проблем приладо- і машинобудування пов'язані із дослідженням різного виду збурень на динамічні процеси апаратури, робочих органів машин, валів тощо. Для зменшення негативного впливу вказаних збурень використовуються різні демпфери чи поглиначі коливань. У цій роботі для гасіння коливань вала запропоновано використовувати пасивний поглинач коливань. На підставі отриманих диференціальних рівнянь руху системи вал – вантаж проаналізовано для резонансного випадку вплив фізико-механічних і геометричних параметрів системи на амплітуду коливань вала.