

Для таких параметрів МКС: модуль пружності пружних елементів та елементів конструкції  $E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ ; густина сталі  $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$ ; для схеми на рис.4 з наступними параметрами розбиття на кінцеві елементи:  $Global\ Size = 13,389 \text{ мм}$ ;  $Tolerance = 0,67 \text{ мм}$ ;  $1323\ elements$ ;  $2362\ corner\ nodes$ ;  $6762\ D.O.F.$ , отримано результати розрахунку на рис.9, де максимальне значення напружень становить  $\sigma_{max} = 172,7 \text{ МПа} < [\sigma_{-1}] = 250 \text{ МПа}$ .

**Висновок.** Викладено методику розрахунку пружної системи вібраційної машини об'ємної обробки з синфазним рухом коливальних мас, особливістю якої є врахування взаємовпливу двох узагальнених координат. Наведено методику розрахунку на міцність пружного стрижня, що кінематично збурюється, та проведено порівняння результатів аналітичних розрахунків із результатами частотного та статичного аналізів, комп'ютерним моделюванням у програмному забезпеченні Cosmos 6.0 для SolidWorks 2006, що підтвердило достовірність виведених аналітичних виразів в межах допустимої похибки.

1. Гаврильченко О. В., Ланець О. С., Гурський В. М. Дослідження синфазного руху коливальних мас в резонансній торовій вібраційній машині об'ємної обробки // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. Український міжвід. наук.-техн. зб. – Львів: НУ “Львівська політехніка”, 2005. – Вип. 39. – С.59-67. 2. Гаврильченко О.В., Ланець О.С. Розрахунок на жорсткість та міцність пружної системи у вигляді вертикально розташованого пружного стержня // Вибрації в техніці та технологіях. – 2001. – №2 (18). – С. 30-34. 3. Ланець О.С. Теорія синфазних коливань у вібраційних машинах з електромагнітним приводом // Вибрації в техніці та технологіях. – 2005. – № 2(40). – С. 46-59. 4. Василенко М. В., Алексейчук О. М. Теорія коливань і стійкості руху: Підручник. – К.: Вища шк., 2004. – 525 с.: іл.

УДК 62-755

А.Н. ГОРБЕНКО

Керченский морской технологический институт, г. Керчь

## О ВЛИЯНИИ НЕЛИНЕЙНОСТИ ОПОР РОТОРА НА ДИНАМИКУ АВТОБАЛАНСИРУЮЩЕГО УСТРОЙСТВА

© Горбенко А.Н., 2006

*Розглядається динаміка автобалансувального пристрою пасивного типу з урахуванням нелінійної жорсткості опор ротора, зумовленої особливостями кулькових підшипників. Складено рівняння руху і виконаний їхній числовий аналіз. Встановлено, що ефективно і стійке автобалансування за цих умов можливе, зокрема у режимі багаточастотних субгармонійних коливань початкового ротора.*

*The dynamics of autobalancing device of passive type taking into account the nonlinear inflexibility of supports of rotor, conditioned by the features of the ball-shaped bearings, is examined in work. Equations of motion are worked out and their numerical analysis is executed. It is set, that the effective and steady autobalancing at these terms is possible, setting modes of multifrequency subharmonic vibrations of initial rotor.*

**Постановка проблеми.** Автобалансирующие устройства (АБУ) пассивного типа применяются в роторных машинах для снижения уровня их вибрации. Опоры, на которых установлен ротор, в общем случае обладают более или менее выраженными нелинейными свойствами, в частности нелинейной жесткостью. Источниками нелинейности чаще всего служат особенности подшипников ротора. В результате этого в механической системе могут возбуждаться интенсивные многочастот-

ные колебания в рабочем диапазоне частот вращения ротора. Таким образом, существует проблема обеспечения эффективной работы АБУ в условиях проявления нелинейных динамических свойств вращающегося ротора.

**Анализ существующих исследований.** Изучению автобалансиров посвящено множество работ (см. [1–6] и др.). В них установлено, что механическая система “линейный ротор – АБУ” является нелинейной системой. Учет же нелинейности жесткостных свойств может еще более усложнить ее поведение и автобалансировку ротора. Литературный обзор, выполненный автором, показывает, что в существующих работах изучалась лишь динамика АБУ, установленных на роторе с линейными свойствами.

Динамика обычных роторов с учетом нелинейной жесткости подшипниковых узлов исследована в [7–9]. Результаты этих работ используются далее для математического моделирования движения рассматриваемой механической системы.

**Цель работы.** Целью настоящей работы является анализ эффективности автобалансировки ротора, вращающегося в опорах с нелинейной жесткостью. Исследование выполнено для распространенного в технике случая, когда опоры ротора представляют собой шариковые подшипники качения, установленные в податливые корпусные детали. По существу к такой же физической модели приводит рассмотрение ротора с гибким валом на шарикоподшипниках.

**Упругие свойства опор с шариковыми подшипниками.** Известно, что величина радиальной реакции шарикового подшипника связана с его деформацией степенной зависимостью вида [7]

$$P_b(\Delta_b) = h_b \Delta_b^\alpha \quad (\text{Н}), \quad (1)$$

где  $h_b = 9,91 \cdot 10^{13} \cdot l_b^{-1,5} z_b d_s^{0,5} \cos \gamma$  ( $\text{Н} \cdot \text{м}^{-1,5}$ );  $\alpha = 3/2$ ;  $\Delta_b$  – сближение центров внутреннего и наружного колец подшипника, м;  $d_s$ ,  $z_b$  – диаметр, м и количество тел качения;  $\gamma$  – угол контакта тел качения;  $l_b$  – коэффициент, зависящий от типа подшипника.

Отсюда коэффициент жесткости

$$K_b(\Delta_b) = \frac{P_b(\Delta_b)}{\Delta_b} = h_b \Delta_b^{\alpha-1}. \quad (2)$$

Как видим, жесткость шарикового подшипника имеет сугубо нелинейный характер и равна нулю при отсутствии нагрузки, в отличие от линейной модели опоры.

Необходимым условием автобалансировки является наличие противофазы в движении ротора, что наблюдается, когда рабочая частота вращения больше критической. Для обеспечения этого условия необходимо снизить общую жесткость опор, для чего подшипник качения устанавливается в податливый корпус (обойму). Жесткость податливого элемента принимаем линейной. Установка подшипника в податливую обойму создает конструктивную систему опорного узла с сочетанием линейных и нелинейных жесткостей.

Общая жесткость комбинированной опоры определяется такими выражениями, полученными на основе известных соотношений для случая двух последовательно соединенных пружин:

$$K(\Delta) = \frac{K_k K_b(\Delta_b)}{K_k + K_b(\Delta_b)}; \quad \Delta_b = \frac{K_k - K(\Delta)}{K_k} \cdot \Delta, \quad (3)$$

где  $K_k$ ,  $\Delta_k$  – коэффициент жесткости и деформация податливой обоймы;  $\Delta = \Delta_k + \Delta_b$  – общее радиальное смещение оси подшипника.

Выражения (3) неявным образом определяют зависимость  $K(\Delta)$  и использовались далее в численных расчетах движения механической системы.

На рис. 1 показаны графики изменения общей жесткости опоры в безразмерном виде при различных значениях параметра  $\delta_{kb} = K_k / K_b(\Delta_{b0})$ , где в качестве характерной деформации подшипника принято  $\Delta_{b0} = 1 \cdot 10^{-5}$  м. Параметр  $\delta_{kb}$  характеризует соотношение линейной и нелинейной жесткостей. Из графиков видно, что наличие податливой линейной обоймы снижает степень нелинейности опорного узла. Однако в зоне малых перемещений жесткость опоры всегда нелинейная.

**Уравнения движения.** Рассмотрим механическую систему, изображенную на рис. 2. Однодисковый изотропный неуравновешенный ротор установлен на двух упругих опорах и вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Вал ротора считаем абсолютно жестким. Диск массой  $M$  установлен посередине вала и совершает плоское движение. Его центр масс  $C$  отстоит от точки  $O$  крепления диска к валу на расстояние  $r=OC$  (эксцентриситет).

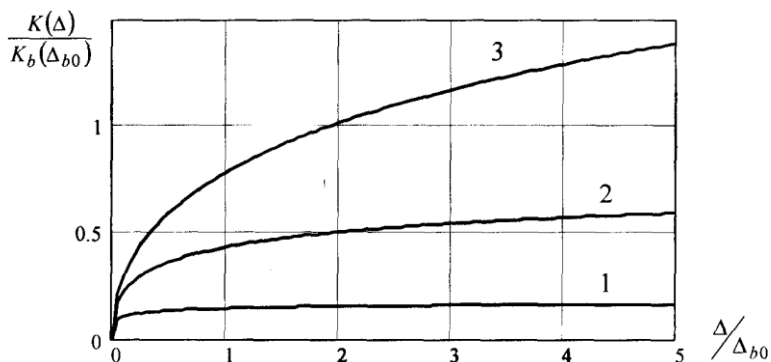


Рис. 1. Общая жесткость комбинированной опоры:  
 1 –  $\delta_{kb}=0,2$ ; 2 –  $\delta_{kb}=1$ ; 3 –  $\delta_{kb}=5$

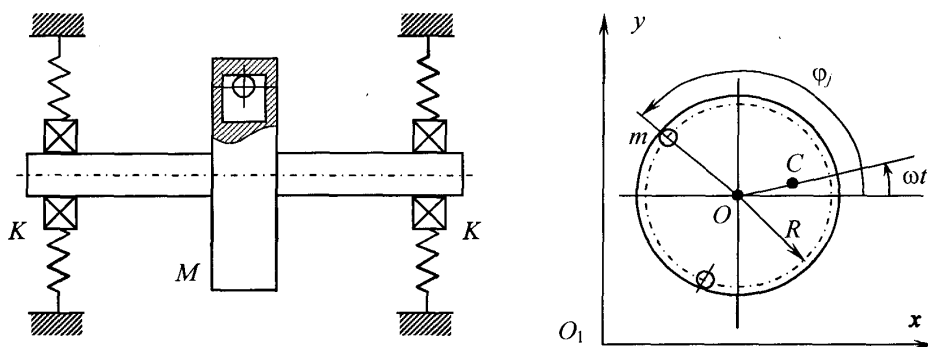


Рис. 2. Механическая система “ротор – автобалансир”

В диске имеется цилиндрическая полость, ось которой проходит через точку  $O$ . В нее помещено  $n$  шариков массой  $m$  каждый. Шарик имеет возможность свободно перемещаться по окружности радиуса  $R$ . Текущее положение диска характеризуется координатами  $x, y$  точки  $O$ , а угловое положение  $j$ -го шарика – углом  $\varphi_j$ , отсчитываемым от неподвижной оси  $x$ . Указанные величины принимаем в качестве обобщенных координат механической системы. Опоры ротора обладают нелинейной жесткостью. Демпфирующие свойства системы будем считать линейными и характеризовать коэффициентом  $\beta$  внешнего вязкого трения ротора и коэффициентом  $\beta_0$  вязкого трения шариков в полости АБУ, частично или полностью заполненной вязкой жидкостью.

Уравнения движения рассматриваемой механической системы, полученные на основе уравнений Лагранжа 2-го рода, имеют вид

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \beta \dot{x} + \frac{k_p}{M_\Sigma} K(\Delta)x &= \mu_c r \omega^2 \cos \omega t + \mu R \sum_{j=1}^n (\dot{\varphi}_j^2 \cos \varphi_j + \ddot{\varphi}_j \sin \varphi_j); \\ \ddot{y} + \beta \dot{y} + \frac{k_p}{M_\Sigma} K(\Delta)y &= \mu_c r \omega^2 \sin \omega t + \mu R \sum_{j=1}^n (\dot{\varphi}_j^2 \sin \varphi_j - \ddot{\varphi}_j \cos \varphi_j); \\ R \ddot{\varphi}_j + R\beta_0 (\dot{\varphi}_j - \omega) &= \ddot{x} \sin \varphi_j - \ddot{y} \cos \varphi_j, \quad j = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \tag{4}$$

где  $M_{\Sigma} = M + nm$ ;  $\mu = \frac{m}{M_{\Sigma}}$ ;  $\mu_c = \frac{M}{M_{\Sigma}}$ ;  $\Delta = (x^2 + y^2)^{0,5}$  – текущее радиальное отклонение оси диска (текущая амплитуда колебаний);  $k_p=2$  – количество опор ротора.

Полученные уравнения движения (4) отличаются от известных тем, что коэффициент жесткости не постоянный, а зависит от текущего радиального отклонения диска  $\Delta$  согласно (3).

**Расчетное исследование автобалансировки.** Аналитическое решение системы нелинейных дифференциальных уравнений (4) не представляется возможным. В связи с этим для анализа динамических свойств механической системы используем метод численного интегрирования уравнений движения.

Предварительно были рассчитаны амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) ротора без АБУ, т.е. зависимости максимального отклонения диска  $\Delta_m$  в стационарном движении от  $\omega$ . В качестве значимых параметров приняты такие:  $M = 4$  кг;  $r = 1 \cdot 10^{-5}$  м;  $\beta = 100$  с<sup>-1</sup>;  $d_s = 0,0071$  м;  $z_b = 8$ ;  $\gamma = 0$ ;  $l_b = 280$ . На рис. 3 приведены АЧХ колебаний ротора в двух вариантах жесткости податливых обойм: при  $K_k = 5 \cdot 10^7$  Н/м (относительно мягкие опоры) и при  $K_k = 1 \cdot 10^8$  Н/м (относительно жесткие опоры). В первом варианте  $\delta_{kb} = 1,12$ , а во втором –  $\delta_{kb} = 2,24$ . В обоих вариантах шариковые подшипники одинаковые.

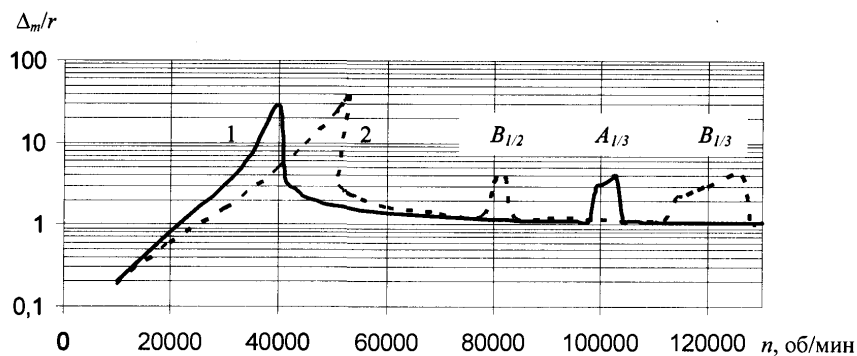


Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики ротора без АБУ:  
1 –  $K_k = 5 \cdot 10^7$  Н/м; 2 –  $K_k = 1 \cdot 10^8$  Н/м;  $B_{1/2}$  – зона субгармонических колебаний порядка 1/2;  
 $A_{1/3}$ ,  $B_{1/3}$  – зоны субгармонических колебаний порядка 1/3

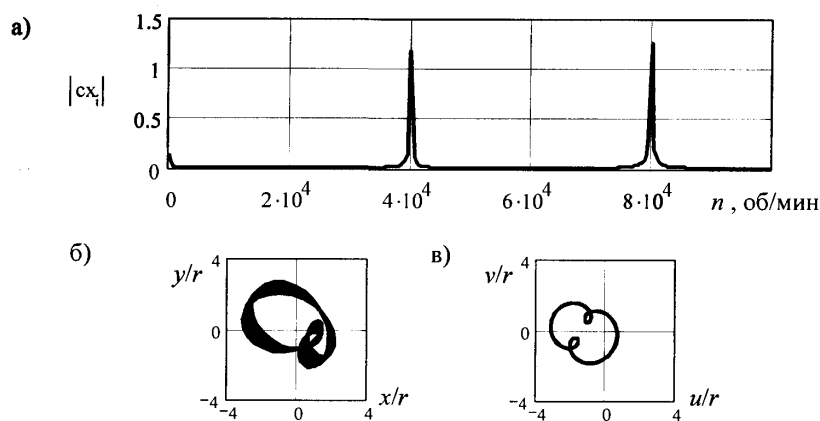


Рис. 4. Субгармонические колебания порядка 1/2:  
а – спектр колебаний; б, в – траектории движения центра диска  
в неподвижных и вращающихся координатах

Из графиков видно проявление особенностей, характерных для нелинейных систем – наклонные резонансные пики, возможность существования двух устойчивых режимов движения при одной частоте вращения и наличие зон субгармонических колебаний. При субгармонических колебаниях отмечаются

двухчастотные колебания ротора, поэтому центр диска двигается по некруговой траектории. В качестве примера на рис.4 показаны характеристики субгармонических колебаний порядка 1/2 ротора на жестких опорах при частоте вращения 80000 об/мин (зона  $V_{1/2}$ ). В остальных зонах АЧХ ротор совершает прямую круговую прецессию, при которой  $\Delta_m = \Delta = const$ . Сравнение АЧХ показывает, что в случае применения более жестких опор нелинейные свойства проявляются сильнее.

Далее были выполнены численные расчеты движения ротора с АБУ. Параметры автобалансира приняты такие:  $n=2$ ;  $m=6$  г;  $R=0,04$  м;  $\beta_0=0,5$  с<sup>-1</sup>. Емкость АБУ равна  $E=nmR/(Mr) = 1,2$ . Численное интегрирование уравнений движения (4) выполнялось при начальных условиях:  $x(0)=y(0)=\dot{x}(0)=\dot{y}(0)=0$ ;  $\varphi_1(0)=\alpha+10$  град;  $\varphi_2(0)=-\varphi_1(0)$ ;  $\dot{\varphi}_1(0)=\dot{\varphi}_2(0)=\omega$ , где  $\alpha$  – автобалансирующее положение шарика. Механическая система приходит к установившемуся движению после переходного процесса, продолжительность которого принималась равной времени четырех тысяч оборотов ротора.

На рис. 5 показаны результаты расчета движения ротора с АБУ и мягкими опорами ( $K_k=5 \cdot 10^7$  Н/м), вращающегося с частотой  $n_p = 60000$  об/мин, при которой исходный ротор совершал круговую прецессию. Из графиков видно, что после переходного процесса система приходит к режиму устойчивой автобалансировки. В результате этого ротор движется с относительной амплитудой колебаний  $\Delta_m/r$ , равной 0,059 вместо 1,386 для исходного ротора. Таким образом, принципиально установлено, что при нелинейной жесткости опор ротора возможна эффективная и устойчивая автобалансировка. Характеристики динамики движения ротора и шариков в АБУ (рис. 5) качественно такие же, что и в случае линейной жесткости опор (см. [1-6]).

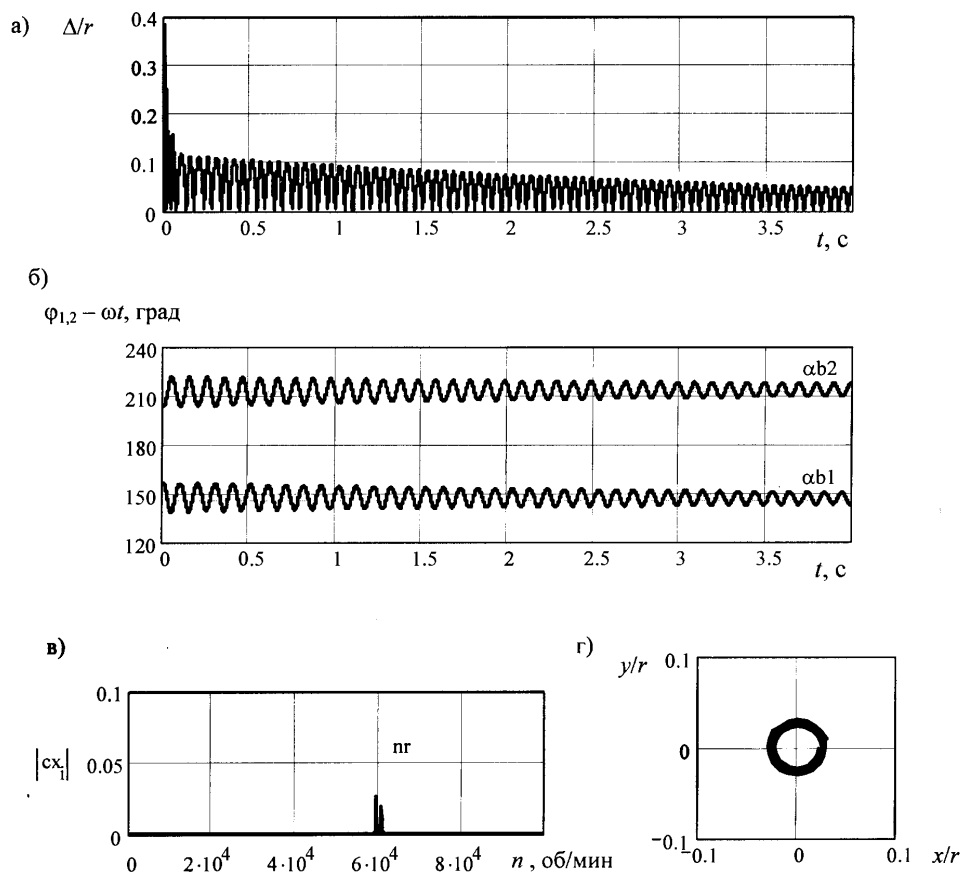


Рис. 5. Движение ротора с АБУ:

а – амплитуда колебаний ротора; б – движение шариков относительно диска;  
 в, г – спектр колебаний и траектория движения центра диска  
 в неподвижных координатах в конце переходного процесса

Отметим, однако, такие отличительные особенности. Вследствие снижения амплитуда колебаний происходит снижение коэффициента жесткости опор ротора (согласно рис. 1), а значит, и частоты собственных колебаний системы. Это обстоятельство, учитывая известные особенности динамики АБУ, должно способствовать расширению области устойчивости автобалансировки. Другая особенность связана с известным свойством ротора на шариковых подшипниках. При росте эксцентриситета, что неизбежно в процессе эксплуатации, резонансный пик АЧХ сдвигается в сторону больших частот [7–9]. Это может привести к потере устойчивости режима автобалансировки.

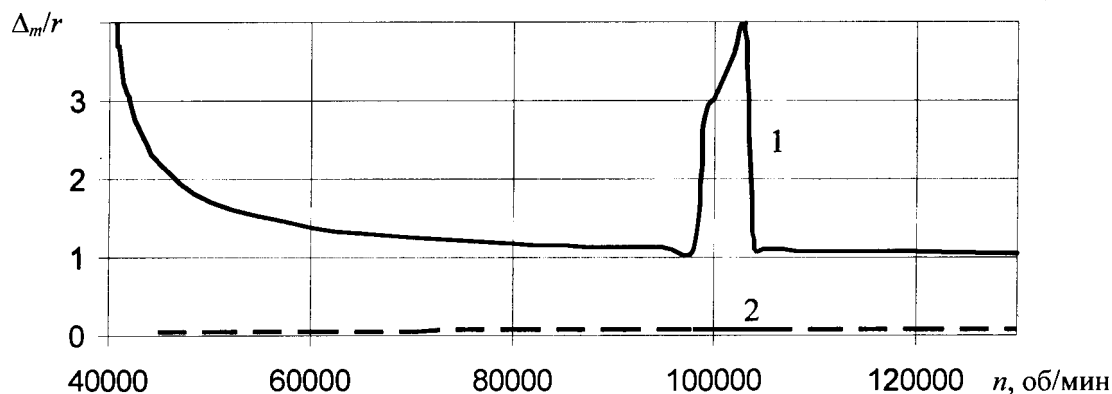


Рис. 6. Амплитудно-частотные характеристики ротора без АБУ (1) и с АБУ (2)

Представляет практический интерес выяснение способности автобалансира эффективно работать в случае субгармонических колебаний исходного ротора. С этой целью был произведен расчет для частоты вращения  $n_p = 100000$  об/мин, при которой ротор без АБУ совершает субгармонические колебания порядка  $1/3$  (зона  $A_{1/3}$ ). Расчет показал, что движение ротора с АБУ качественно не отличается от графиков на рис. 5. Такие же результаты дали расчеты ротора с более жесткими опорами для субгармонических колебаний порядков  $1/2$  и  $1/3$ . Таким образом, установлено, что автобалансиры способны эффективно работать и в условиях многочастотных колебаний исходного ротора.

Для наглядности на рис. 6 показаны расчётные АЧХ ротора без автобалансира и с ним для критического диапазона частот вращения. АЧХ ротора с АБУ соответствует движению в конце переходного процесса продолжительностью 4000 оборотов.

**Выводы.** В результате выполненного анализа установлено, что автобалансиры способны устойчиво работать и существенно снижать амплитуды колебаний ротора в условиях, когда опоры обладают нелинейной жесткостью, обусловленной особенностями шариковых подшипников. АБУ способен эффективно подавлять многочастотные субгармонические колебания ротора.

1. Детинко Ф.М. Об устойчивости работы автобалансира для динамической автобалансировки // Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. – 1959. – №4. – С. 38–45. 2. Нестеренко В.П. Автоматическая балансировка роторов приборов и машин со многими степенями свободы. – Томск, 1985. 3. Горбенко А.Н. Конечно-элементный анализ динамики ротора с автобалансирующими устройствами // Вибрации в технике и технологиях – 2004. – №6(38). – с. 127–130. 4. Горбенко А.Н. Об устойчивости автобалансировки ротора с помощью шариков // Проблемы прочности – 2002. – № 3 (363). – с. 120–129. 5. Горбенко А.Н., Радченко О.П. Определение границ

устойчивости процесса автобалансировки ротора шарами путем численного решения уравнений движения // *Механика и машиностроение*. – 2000. – №1. – С. 123–127. 6. Филимоныхин Г.Б. Зрівноваження і віброзахист роторів автобалансирами з твердими коригувальними вантажами. – Кіровоград, 2004. 7. *Вибрации в технике: Справочник*. Том 3. – М., 1978. 8. Кельзон А.С., Журавлев Ю.Н., Январев Н.В. *Расчет и конструирование роторных машин*. – Л., 1977. 9. Кельзон А.С., Циманский Ю.П., Яковлев В.И. *Динамика роторов в упругих опорах*. – М., 1982.

УДК 621.455

Л.Ж. ГОРОБЕЦЬ, І.В. ВЕРХОРОБІНА, Н.С. ПРЯДКО, Г.О. СТРЕЛЬНИКОВ

Національний гірничий університет, м. Дніпропетровськ

## ЗАСТОСУВАННЯ АКУСТОЕМІСІЙНОГО МОНІТОРІНГУ ЩОДО СТРУМЕНЕВОГО ПОДРІБНЕННЯ

© Горобець Л.Ж., Верхоробіна І.В., Прядко Н.С., Стрельников Г.О., 2006

*Отримано результати експериментальних досліджень акустичної активності газоструминного млина. Відносна зміна інтенсивності акустичної емісії в характерному діапазоні частот залежно від завантаження млина матеріалом пропонується використовувати для оптимізації струминного подрібнювання.*

*The experimental researches results of jet mills acoustic activity are received. A relative intensity change of acoustic emission in a characteristic range of frequencies according to a mill loading by material is offered to use for jet crushing optimization*

У роботах [1,2] встановлено зв'язок показників подрібнювання з акустоемісійними характеристиками гетерогенних матеріалів при руйнуванні обсягу й поверхні модельних зразків. З позицій нових наукових положень у теорії подрібнювання [1,3] можливе використання закономірностей акустичного випромінювання при руйнуванні для прогнозування оцінки показників здрибнювання. Провідну роль відіграють характеристики акустичної емісії (АЕ) на стадії деформування за межею міцності зразка, що руйнується [1, 4].

У зв'язку з високими витратами енергії на одержання тонкодисперсних продуктів із твердих сипких матеріалів актуальне застосування акустоемісійного моніторингу подрібнювання для встановлення раціональних або енергетично вигідних режимів обробки. Першорядне завдання полягає в аналізі можливостей і умов застосування такого моніторингу на підставі зв'язку технологічних показників і акустичних параметрів подрібнювання.

Перспективним подрібнювальним пристроєм в галузі тонкого й надтонкого подрібнювання є газоструминна подрібнювальна установка, що реалізує режими високодинамічної імпульсної обробки матеріалу, що подрібнюється. Це дає змогу досягти високого рівня дисперсності (...10мкм) з питомою поверхнею близько 0,5...2...2 м<sup>2</sup>/г за питомої витрати енергії 200...1200Дж/м<sup>2</sup> [1, 5, 6]. У робочому процесі подрібнювання поєднано з поділом згідно із розміром часток, осадженням готового продукту, очищенням від пилу енергоносія, що відпрацював. Дослідженнями й досвідом експлуатації струминних установок показана доцільність використання цієї технології для доведення до мікропорошків синтетичних діамантів, рідинно-металевих концентратів, кварцового піску, карбідів кремнію й бору, шлаків, гіпсу, цементного клінкеру тощо.