чином: беремо координати першої і останньої точки дуги, ідемо вздовж дуги і обчислюємо відстань від поточної точки до прямої, що має початок в точці початку дуги і кінець в точці закінчення дуги. Запам'ятовуємо максимальну відстань, що була обчислена. Якщо ця відстань не перевищує певної величини (3-4 пікселі), то ми вважаємо, що на вході пряма лінія (символ 'I'). В іншому випадку вважаємо, що на вході дуга, а отже, залежно від взаємного розташування початкової та кінцевої точок можна зробити висновок, який символ є на вході - 'с' чи ')'.

Постановка комп'ютерних експериментів по розпізнаваню рукописних літер та окремих слів підтвердила правомірність такого підходу до реалізації процедури розпізнавання. Незважаючи на те, що що ймовірність правильного розпізнавання не є високою (в найкращому випадку 75% правильних розпізнавань для голосних літер "і" та "ї" та в найгіршому випадку 30% для приголосних "ш" та "щ"), можна вказати шляхи її подальшого удосконалення:

- введення нових структурних елементів, пов'язаних з особливостями написання букви;
- відсікання зашумлень при написанні букви;
- реалізація процедури масштабування та додаткового зіставлення зі зразком.

Реалізація надійного алгоритму розпізнавання рукописних літер потребує подальших досліджень.

1.Харкевич А.А. Опознание образов// Радиотехника.– 1959. – Т.14. – С.15.
2.Горелик А.Л., Скрипник В.А. Методы распознавания. – М.: Высшая школа, 1989. – 232с.
3. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания. – М.: Наука, 1979. – 512с.
4. Крамер Г. Метематические методы статистики: Пер. с англ. Монина А.С. и Петрова А.А./ Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Мир, 1975. – 648с.

Р. Мельник
Національний університет "Львівська політехніка"

УДК 621.382

ДОСЛІДЖЕННЯ АЛГОРИТМІВ РОЗБИТТЯ ТА ПАКУВАННЯ НВІС НА ОСНОВІ РОЗМІЩЕННЯ НА КОЛОКОВІЙ МОДЕЛІ

Розглянуто підхід до розв'язування задачі розбиття та пакування НВІС на основі алгоритмів розміщення графів у колі та поділу кола на частини. Описані

лінійні та колові моделі, особливості алгоритмів розв'язування задач розміщення методом накладання макромоделей та підходи до поділу графів схем на частини.

The approach with crossing macromodels on circle model for VLSI placement, partitioning and packaging problems is described. Circle and line models, properties of the placement algorithms based on crossing macromodels and partitioning of circuit graphs are described.

Вступ

Відсутність достатньо швидкодіючих алгоритмів, здатних знайти оптимальні варіанти розрізання чи пакування НІВС, є причиною використання декомпозиційного оберненого підходу, який базується на факті, що оптимальне укладання графа на лінійці та колі дозволяє отримати оптимальне розбиття за будь-якими кількісними обмеженнями на розміри блоків та найкращі компоненти з точки зору обмежень пакування. Термін "обернена" означає, що пошук оптимального розв'язку розрізання чи пакування здійснюється на основі оптимального розв'язування похідної задачі – розміщення на лінійці та колі.

1. Постановка задачі пакування та розміщення НВІС

Розв'язування задач пакування та компонування, як і більш простих задач розбиття, здійснюється у просторі вершин та ребер графа (моделі НВІС) без прив'язування до певної конкретної просторової метрики [1, 2]. У роботі [3] для розбиття використана модель впорядкованих вершин на лінійці та колі рівновіддалених позицій та застосуванні алгоритмів послідовного розміщення вершин графа у цих позиціях як для розбиття, так і для пакування.

Задачі оптимального розбиття графів і пакування відрізняються між собою типом обмежень, що накладаються на зовнішні зв'язки між розділеними компонентами. Задача пакування формулюється наступним чином: знайти розбиття вершин графа (елементів схеми тощо) на ряд підмножин

$$P \to P^* = \{P_1^*, P_2^*, \dots, P_k^*\} \qquad (1)$$

так, щоб мінімізувати число підмножин

$$k \to \min,$$

при виконанні обмежень, пов'язаних з кількістю елементів n_i та кількістю зовнішніх зв'язків (ланцюгів) mi для компонент

$$\forall P_i^* \in P^* \ (n_i^* \le n_{i\max}, m_i^* \le m_{i\max}),$$

де $n_{i\max}$, $m_{i\max}$ – максимально можливі значення.

Задача оптимального розбиття формулюється аналогічно до (1), але для $k = \text{const}$ мінімізується сумарна кількість ребер, що потрапляють у перетин:

$$M^* = \min \sum m_i, \ i = 1, 2, \dots, k. \qquad (2)$$

Задачі (1,2) мають *NP* складність і розв'язуються наближеними евристичними методами.

Модель лінійного розміщення є корисною з точки зору зменшення складності алгоритмів маніпуляції з даними за таких причин: 1) є свобода вибору алгоритмів укладання графа на лінійці, в т.ч. точного чи наближеного, конструктивних чи ітераційних; 2) пошук оптимальних фрагментів розбиття здійснюється алгоритмами одновимірного пошуку екстремумів на функції густини перерізів. Пропонований підхід розв'язування зазначеної задачі базується на припущенні, що для будь-якого графа G (для спрощення розгляду гіперграф схеми замінено графом) існує його глобально-оптимальне укладання на лінійці рівновіддалених позицій, тобто розв'язок задачі розміщення:

$$P \to L,$$

де P – множина елементів, L – множина позицій лінійки для знаходження мінімального значення функції сумарної довжини провідників :

$$F^{*} = \min\{ \sum c_{ij} \,|(x_i - x_j)|\}, \; x_i, x_j \in I = (1, 2, \dots n), \; x_i \neq x_j, \qquad (3)$$

де c_{ij} – кількість зв'язків між вершинами графа G, $d_{ij} = |(x_i - x_j)|$ – метрична віддаль ($d_{ii} + 1 = 1$) між вершинами, які займають відповідні позиції на лінійці.

Розглянемо приклад графа G з рис.1,а, який певними алгоритмами укладений на позиціях лінійки. Нехай маємо довільне укладання (рис. 1,б) та оптимальне укладання (рис. 1,в), які отримано алгоритмом оптимального розміщення графа G на лінійці. Для укладань графів на рис.1,б, вона набуває, відповідно, значення F =27 та F^{*}=20.

Отримане оптимальне укладання G_L^{*} приймається як модель для пошуку на ній оптимальних результатів пакування чи бажаного розбиття, оскільки функція кількості

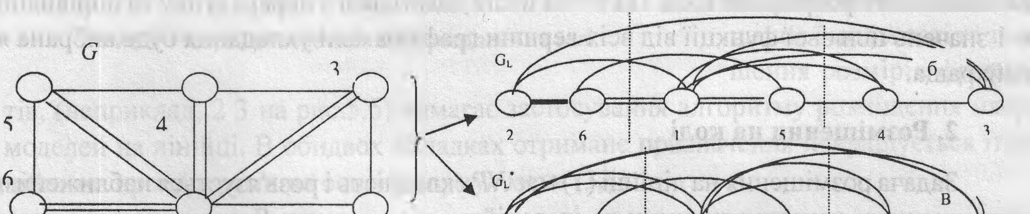

Рис. 1. Приклади укладання графа на лінійці

ребер в перерізі від номера перерізу (кількості елементів в компоненті) має характер дискретної одновимірної функції, що дозволяє знайти координати оптимальних пакувань.

Недоліком лінійного простору є крайові ефекти, неможливість застосування конструктивних алгоритмів, які враховують властивість неперервності простору. Засобом підвищення ефективності ітераційних процедур оптимізації функції мети в задачі лінійного розміщення є створення неперервного простору пошуку. Тому використаємо неперервний простір, утворений перетворенням лінійки у коло, тобто замикання лівого та правого кінців лінійки (рис.2). Цим створюється можливість обміну елементів позиціями, що знаходяться на різних кінцях лінійки, якщо використовуються ітераційні алгоритми [1] розміщення скануванням та зменшується невизначенність призначення груп елементів, якщо використовуються конструктивні алгоритми [3].

При заміні лінійки на коло приймаємо , що колова модель має ряд переваг перед лінійкою, які полягають в наступному: погруповані елементи в (наприклад, в чотирьох) макромоделях будуть оптимально розміщені на колі на основі тільки інформації про їх взаємну зв'язність, отриманої з допомогою подвійних дерев декомпозиції [2]. Ітераційні методи в неперервному просторі мають більшу вірогідність знаходження глобального екстремуму; в коловій моделі відсутні так звані краєві ефекти, пов'язані з просторовим розривом фрагментів і необхідністю розроблення додаткових процедур їх опрацювання.

Після розв'язання задачі оптимального укладання графа на колі його перетворення

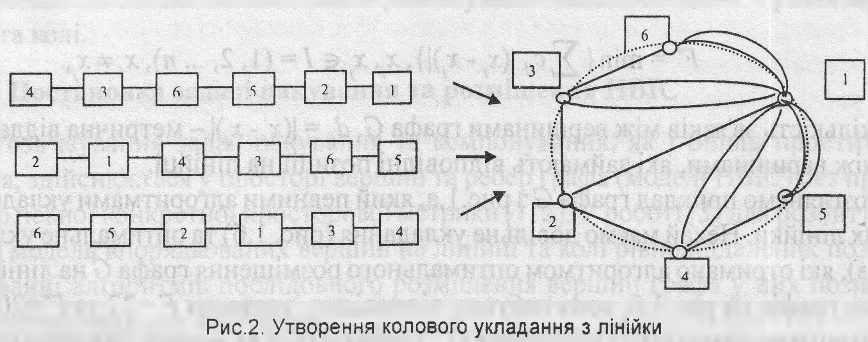

Рис.2. Утворення колового укладання з лінійки

в оптимальне укладання на лінійці при потребі здійснюється після знаходження точки оптимального розрізання кола. Ця точка після додаткового перерахунку та порівняння n-1 значень цільової функції від всіх вершин графа на колі укладання буде вибрана як найкраща.

2. Розміщення на колі

Задача розміщення на лінійці (1) має NP складність і розв'язується наближеними евристичними конструктивними та ітераційними методами. Якщо початкове розміщення отримано методом глобального характеру, тоді наступне покращення функції мети здійснюється методами перестановок: парних, групових, на основі попередніх досліджень чи без таких. Найпростішими в реалізації і найбільш вимогливим до часу є метод перебору у невеликому просторі, який переміщається у просторі позицій і елементів [1] (рис.3). Параметрами алгоритму є кількість елементів в просторі областей пошуку та їх перетинах, при збільшенні яких отримуються кращі результати.

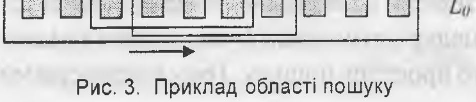

Рис. 3. Приклад області пошуку

Ця ж методика використана для колової моделі. В останній для області пошуку нема фізичних обмежень на її рух по колу (рис.4). Формула обчислення функції мети для розміщення на колі приймається за формулою (1), але віддаль між позиціями для неї приймається як для кола:

$$d_{ij} = \begin{cases} \left|D - (i(\mathrm{mod}(D) - j\,\mathrm{mod}(D))\right|, & i, j \in I = (1, 2, ..., n),\ i \neq j; \\ \left|D - (i(\mathrm{mod}(D) - j\,\mathrm{mod}(D))\right|, & i, j \in I = (1, 2, ..., n),\ i \neq j; \end{cases} \qquad (4)$$

де i, j – номери позицій, а їх внесок у функцію береться за модулем від кількості дискретів, які утворюють діаметр D кола при умові рівномірного розподілу позицій на колі.

Початкове розміщення графа на колі отримуємо за допомогою методу накладенння макромоделей [2]. Мінімальний порядок розбиття графа на макромоделі є 2 2, тобто розбиття вершин графа на дві частини без жодних обмежень і розбиття на дві частини з обмеженнями, що тільки половина з вершин раніше утворених фрагментів може увійти у фрагмент, що формується під час другого розбиття. Приклад такого розбиття та накладання наведено на рис.5а. Отримана фрагментація без розв'язування додаткових задач призначення дає квадранти, у які призначаються половини фрагментів. У межах квадрантів позиції для вершин фрагментів призначаються за різними стратегіями, наприклад, за випадковою.

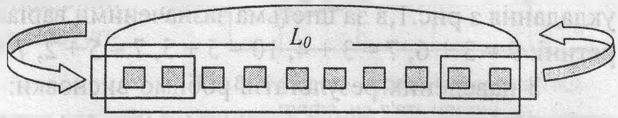

Рис. 4. Рух області оптимізації

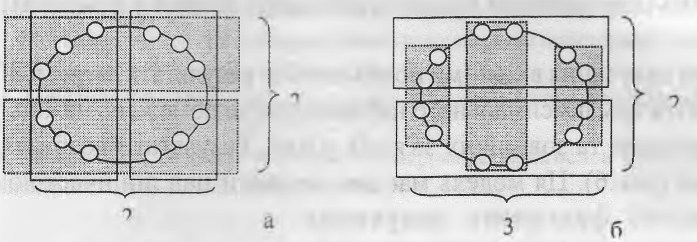

Рис.5. Утворення перетинів макромоделей на колі

Більша деталізація макромоделей, тобто збільшення їх кількості та зменшення розмірів фрагментів, (наприклад, 2 3 на рис.5,б) вимагає застосування алгоритму розміщення макромоделей на лінійці. В обидвох випадках отримане призначення покращується ітераційними процедурами на основі формул мети (3,4).

3. Стратегії пакування

Першим кроком для отримання розбиття на підставі оптимального розміщення графа на колі є застосування до кола процедури сканування. Коло сканується областю, кількість вершин якої від повідає розміру фрагмента, який виділяється з графа (рис.6,а). Фукцією мети в даному випадку є кількість ребер

$$c_i = |V(X) \cap V(x_i)|,$$

які попадають в перетин, тобто ребра, інцидентні одночасно до ребер фрагмента, що виділяється, - $V(x_i, x_j, x_k, x_l)$ та множини всіх решти ребер $V(X)$.

Функцією мети виступають інші критерії, пов'язані з ребрами фрагмента, що виділяється.

Після виділення фрагмента коло перетворюється в лінійку (рис.4,б,в). Всі наступні операції пошуку фрагментів та їх виділення відбуваються на лінійці. Якщо кількість вершин на лінійці кратна до розмірів фрагментів, то поділ є однозначним, наприклад, для $n = 2$ або $n = 3$ маємо поділи, зображені на рис.4,в. Задача стає неоднозначною, якщо розміри фрагментів є різними. Тоді для знаходження найкращого варіанта поділу застосовуємо методику повного перебору всіх варіантів перерізу (кількість їх дорівнює числу можливих перестановок серед параметрів розбиття). Розбиття графа з шести вершин на три частини з однією, двома і трьома вершинами у кожній має шість варіантів перебору : 1-2-3, 1-3-2, 2-1-3, 2-3-1, 3-1-2, 3-2-1, Для графа з рис.1,а поділ оптимального укладання з рис.1,в за шістьма зазначеними варіантами дає такі кількості ребер в перетині: 9 = 3 + 6, 7 = 3 + 4, 10 = 5 + 5, 7 = 5 + 2, 7 = 6 + 1, 7 = 6 + 1.

З наведених результатів робимо висновки: кількісні характеристики розбиття оптимального укладання є меншими ніж для аналогічного розбиття неоптимального укладання, мінімальні розбиття відрізняються між собою складовими характеристикамим окремих компонент. Остання властивість є корисною з точки зору задачі пакування (1), яка містить обмеження на кількість зовнішніх зв'язків у фрагменті розбиття.

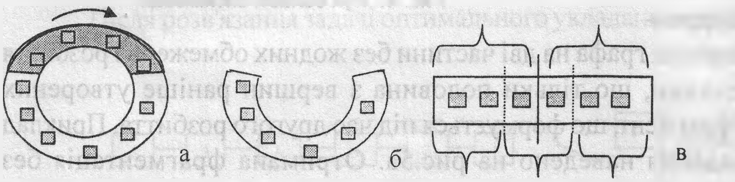

Рис. 6. Перетворення просторів пошуку

Для розв'язування задачі пакування вхідними приймаються результати, отримані після розв'язання задачі розбиття та макмсимального наближення до обмежень на кількість вершин у кожному фрагменті та зовнішніх зв'язків у них. Результати розбиття фіксуються на коловій моделі (рис.6). Ця модель має дві переваги над лінійчастою: вибір початкового (першого) фрагмента пакування здійснюється на підставі максимальної кількості зовнішніх зв'язків у блоці, отриманому після розбиття, а обмін вершинами виконується за схемою один блок - два сусідні блоки. Пакування виконується шляхом обміну близьких за позиціями вершин між сусідніми виділеними блоками в межах певних смуг (рис.7), розмір яких визначає глибину пошуку пар вершин для обміну (заштриховані смуги різних розмірів на рисунку). Як видно з рис.7, оптимізація подібна на процес сканування лінійки для покращання функції сумарної довжини провідників (рис.4).

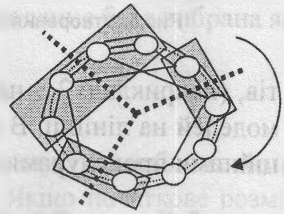
Рис.7. Області пакування

У випадку пакування область сканування рухається по колу, але перестановки всередині області відбуваються тільки у випадку входження в неї вершин з різних блоків. Функція мети формується на основі обмежень на зовнішні зв'язки, наприклад: сумуються складові з (1):

$$M_i = \begin{cases} \left| m_i - m_{i\max} \right|, & m_i > m_{i\max}; \\ 0, \quad m_i \le m_{i\max}, & i = 1, 2, \ldots k. \end{cases}$$

4. Експериментальні результати

Для експериментів було використано тест Штейнберга з роботи [1]. Приклад залежності кількості перерізів графа на 34 вершини на п'ять частин від значення оптимізованої функції наведено на рис.8. Найкраще значення цільової функції сумарної довжини F = 10435 отримано з допомогою макромоделювання та розміщення на коловій моделі однією спробою. Два інші результати фрагментації отримані різними алгоритмами розміщення (F= 12715, F= 25258). Відповідні значення сумарного перетину були наступними: 1140, 1554, 2097.

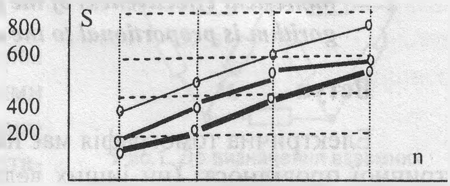

Рис.8. Складові перетину фрагментації графа на п'ять частин

Висновок

Реалізовані методи з використанням накладання макромоделей на колових моделях є корисними для розв'язування задач пакування та розміщення інтегральних схем. Отримані результати тестування вказують на можливість отримання компонент тим кращих розбиття та пакування, чим менше значення цільової функції задачі розміщення на колі.

1. Базилевич Р.П. Декомпозиционные и топологические методы автоматизированного конструирования электронных устройств. – Львів: Вища школа. – 1981. – 168 с.
2. Мельник Р.А. Алгоритми ієрархічного моделювання просторової та площинної топології НВІС. – Львів: "Львівська політехніка", – 1999. – 180 с.
3. Мельник Р.А. Тривимірне пакування графів на основі накладання макромоделей// Відбір і обробка інформації. – 1998. – №12 (88). – С.124-129.
4. Мельник Р.А. Розбиття та пакування макромоделей на основі розміщення графів на лінійці // Теоретична електротехніка. – Львів. 2000. – № 55. – С.149-154

М. Дороховець*, А.Ковальчик, І.Петровська***
* Національний університет "Львівська політехніка",
** Жешувська політехніка, Польща

УДК 621.317

АЛГОРИТМ ШВИДКОГО РОЗРАХУНКУ ЯКОБІАНА ДЛЯ ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ТОМОГРАФІЇ

Розроблено алгоритм безпосереднього розрахунку якобіана для оберненої задачі електричної томографії без методичних похибок за одне розв'язування прямої