

зованої задачі визначається усіма параметрами регуляризованого методу, початкові значення яких отримуються з теоретичних оцінок та уточнюються експериментально.

Висновки

Запропонований регуляризований рекурентний метод призначений для розв'язування ігрової задачі в умовах невизначеності. Метод забезпечує пошук розв'язків гри у чистих або змішаних стратегіях залежно від початкових значень його параметрів. У результаті теоретичних та експериментальних досліджень визначено обмеження на параметри ігрового методу, що робить можливим його практичне застосування для керування випадковими процесами в умовах невизначеності [3-6], наприклад, для маршрутизації потоків даних в обчислювальних мережах, фільтрування зображень, підтримки прийняття рішень, побудови самонавчальних систем штучного інтелекту, моделювання систем ринкової економіки.

1. Назин А.В., Позняк А.С. Адаптивный выбор вариантов: Рекуррентные алгоритмы. - М.: Наука, 1986. - 288 с.
2. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики. - М.: Мир, 1985. - 200 с.
3. Кравець П.О. Ігрові самонавчальні алгоритми керування маршрутизацією в комп'ютерних мережах // Вісн. ДУ "Львівська політехніка". - 1998. - № 352. - С. 142-145.
4. Кравець П.О. Адаптивна фільтрація статистично стійких зображень // Праці 3-ї Всеукраїнської міжнародної конференції "УкрОБРАЗ'96". - Київ. - 1996. - С. 216-217.
5. Пасічник В.В., Кравець П.О. Ігрові самонавчальні моделі синтезу томографічних зображень // Вісн. ДУ "Львівська політехніка". - 1998. - № 352. - С. 154-159.
6. Кравець П.О. Самонавчальні ігрові алгоритми синтезу інформації на семантичних мережах // Вісн. ДУ "Львівська політехніка". - 1997. - № 322. - С. 71-74.

Р. Камінський

Національний університет "Львівська політехніка"

УДК 621.3:681.3

СТВОРЕННЯ ШУМОВИХ ПОЛІВ МЕТОДОМ РОЗГОРТКИ РАСТРА

© Камінський Р., 2002

Наведено експериментальні дані дослідження властивостей шумових полів, побудованих методом розгортки.

The experimental data of investigation of noise fields property created by the scanning method are represented.

Вступ

Оцінювання ефективності систем та алгоритмів обробки та розпізнавання візуальної інформації є об'єктивним лише в тому випадку, якщо буде встановлена або вказана ступінь "зіпсованості" пред'явленого для обробки зображення. Тоді можна визначити індивідуальний поріг достовірності обробки інформації і вже на цій підставі порівнювати системи чи алгоритми. Встановити ступінь "зіпсованості" пред'явленого зображення-оригіналу є переважно досить складною задачею, тому більш простим шляхом є "псування" "чистого" зображення, дотримуючись при цьому певних градацій такої "зіпсованості".

Зіпсувати зображення можна по-різному: замаскувати завадами і шумом, вилучити окремі спектральні складові, здійснити нелінійне масштабування, знизити контраст і т.д. Найпростішим способом є маскування об'єкта завадами і шумом. Під завадами будемо розуміти об'єкти інших класів, а під шумом – однорідні за формою і довільно локалізовані об'єкти, розміри яких наближаються до твірних елементів даного зображення, наприклад до розмірів піксела. У [1] розглянуті властивості шумових полів-масок, які накладаються на зображення об'єктів або сцен, можуть мати різні градації інтенсивності і довільну форму та розміри. Основними параметрами для них є вид розподілу локалізації твірних елементів та інтенсивність, а самі поля-маски створені генерацією випадкових значень координат їх центрів. В даній роботі приведені результати дослідження створення таких полів методом розгортки растра.

1. Поняття характеристики інтенсивності шумового поля

Шумове поле створюється елементарними (в сенсі розміру), співмірними з твірними елементами самого зображення, об'єктами довільної форми, наприклад, сніг або краплини вологи на склі, через яке спостерігають дану сцену, зірки при пошуку світної точки, яка є шуканим космічним об'єктом тощо. Будь-яке шумове поле характеризується певними параметрами: інтенсивністю шумових елементів, законом розподілу їх центрів ваг, їх розмірами і формою, однорідністю заповнення областей зображення та видом взаємодії з об'єктами зображення. Шумові поля можна віднести до випадкових однорідних текстур, створених на прозорому фоні.

Основним параметром шумового поля є його інтенсивність, оскільки всі інші характеристики визначаються змістом задач, в яких вони використовуються. Для розуміння змісту параметра інтенсивності шумового поля розглянемо дискретне зображення F , яке має розмірність $N \times M$; прийнемо його площу S_F за 100%. Щоб створити шумове поле з заданою інтенсивністю $I_{ш}$, наприклад $I_{ш} = 30\%$ і твірними елементами, площа яких $s_z = k$ пікселів, необхідно, щоб площа поля, зайнята шумом S_z , становила $0.3 \times (N \times M)$ пікселів. У випадку методу генерації координат [2], якщо площа одного твірного елемента $s_z = k$ пікселів, то для створення поля з заданою інтенсивністю треба згенерувати $v = S_z/k$ пар координат центрів твірних елементів з вибраним двомірним розподілом.

Проте, недосконалість генераторів випадкових чисел, а саме повторюваність випадкових значень в послідовності, приводить до того, що окремі елементи повністю або частково накривають один одного, що приводить до зменшення вкритої ними площі,

а отже і інтенсивності, тобто фактична площа, зайнята елементами, зменшується, причому саме зменшення має суто нелінійний характер. Для врахування цього зменшення використовується коефіцієнт перекриття $\eta = S_{\text{фактичне}}/S_{\text{задане}}$, з допомогою якого слід перераховувати розрахункове значення кількості твірних елементів даного розміру, щоб отримати зайняту ними задану площу S_z . Для усунення цієї незручності запропоновано створювати такі шумові поля методом розгортки.

2. Метод розгортки

Застосування принципу розгортки для моделювання і обробки зображень розглянуто в [3, 4]. В роботі [5] реалізація принципу розгортки розглянута в часовому просторі при моделюванні впливу завад на зображення об'єктів, а також наведено математичну модель реалізації принципу розгортки, аналітичний опис траєкторії апертури розгортаючого елемента та визначено геометричні перетворення, які можуть бути здійснені у межах принципу розгортки.

Розглянемо реалізацію принципу розгортки при побудові шумових полів. На екрані монітору маємо прямокутне дискретне зображення розміру $N \times M$, яке утворене щільно впорядкованою сукупністю однотипних елементів-пікселів $B = \{b^k\}$, організованих у форму матриці $P_{mn} = \|b_{ij}^k\|$. Кожен з цих елементів може переходити в один із станів, визначених підмножиною K , яка визначає вид зображення: кольорове, монохромне півтонове, бінарне. В останньому випадку $K = \{k: k \in [1, 0]\}$, $K \subseteq B$.

Реалізація принципу розгортки полягає в тому, що послідовно елемент за елементом, за заданою траєкторією, наприклад, зліва направо і зверху вниз, за прямокутною спіраллю, за кривою Пеано тощо здійснюється перегляд елементів b_{ij}^k .

У процесі розгортання двомірного зображення реалізується відображення заміни індексів $p: ij \rightarrow u$, тобто подвійний нижній індекс елементів b_{ij}^k замінюється поодиноким нижнім індексом b_u^k , де $u \in U$, $U = \{u: u \in Z^+, u = 1, 2, \dots, M \times N\}$ – множина індексів i , в результаті, маємо їх звичайну нумерацію. Відповідність між цими індексами задається співвідношенням

$$u = j + (i - 1)M, \quad i = \overline{1, N}. \quad (1)$$

Траєкторія розгортання елементів прямокутної матриці P_{mn} у випадку розгортки зліва направо і зверху вниз складається з двох впорядкованих синхронних, узгоджених і незалежних переміщень: вздовж і поперек рядків, як це зображено на рис.1. Зростаюча східцева функція описує переміщення апертури розгортки по пікселях (виділено піксел b_{23}^k) вздовж стрічки, а пунктиром виділена спадаюча східцева функція, яка описує переміщення апертури вздовж рядків.

У загальному процес розгортання двомірного зображення в одомірне зображення рядок відносно індексів пікселів, тобто їх перерахунку можна описати, вважаючи (1) подвійною сумою

$$u = \sum_{j=1}^U \sum_{i=1}^N [j + (i - 1)M], \quad (2)$$

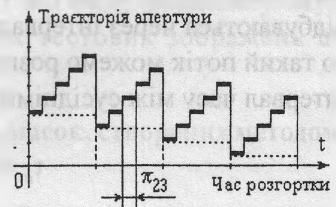


Рис.1. Траєкторія розгортаючої апертури

яка є аналітичною формою інтерпретації принципу розгортки.

Очевидно, процес розгортання є оборотним, тобто одомірну послідовність можна згорнути в двомірне зображення – матрицю, використовуючи такі співвідношення

$$i = u - N \cdot \text{INT} \left(\frac{u}{N} \right), \quad j = \text{INT} \left(\frac{u-1}{N} \right) + 1. \quad (3)$$

Процес розгортання растра зображення відбувається в часі, а тому можна кожному пікселю b_u^k поставити у відповідність момент часу t_u , в який розгортаюча апертура виділила (вказала) саме цей піксел або проміжок часу, протягом якого апертура знаходиться в межах цього піксела.

Суттєвою властивістю (2) є також і те, що вибираючи відповідні межі для границь сум оператори Σ вказуватимуть лише на ті піксели, які належать до таким чином вибраного фрагмента. У даному випадку операція сумування розглядається як операція щільного укладання ("упакування") або докладного перегляду елементів множини B , розташованих у формі прямокутної матриці заданої розмірності, а оператори суми – як моделі блоків технічної реалізації процедури розгортки.

Отже, реалізація (2) через індикативні змінні u , i та j в операторах сум та їх аргументах дозволяє визначити положення кожного u -го елемента множини B на зображенні $P(b)$, одночасно визначаючи його стан k^* .

3. Побудова шумових полів методом розгортки растра

Суть принципу розгортки при побудові шумових полів зводиться до того, що в процесі роботи алгоритму генерується випадкове значення паузи між двома послідовними центрами локалізації твірних елементів, які належать одному рядку або двом сусіднім. В останньому випадку відстань між ними ділиться так, щоб перший рядок повністю завершився, а решта відстані була перенесена на початок наступного рядка, тобто другий імпульс буде відповідним чином зсунутим, як схематично зображено на рис.2. Задаючи значення параметрів розподілу величини стрічкової відстані між елементами, отримуємо ту чи іншу їх інтенсивність та однорідну їх локалізацію в межах шумового поля.

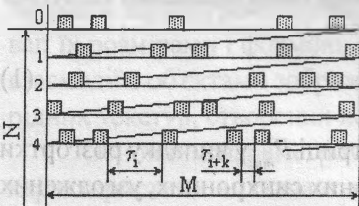


Рис. 2. Побудова умового поля

Розглянемо деякий випадковий потік подій, зміст яких в тому, що $k = 1$, тобто має місце зміна стану піксела. Оскільки такі пікселі не відрізняються, а самі події відбуваються через інтервали, кратні проміжку часу, визначеному шириною піксела, то такий потік можемо розглядати як цілочисельний точковий процес [6]. Позначимо інтервал часу між сусідніми пікселами через

$$\tau_u = t_u - t_{u-1} > 0, \quad u = 1, 2, 3, \dots, M \times N, \quad (4)$$

де під t_0 розуміємо початок відліку часу. Послідовність таких точок можна описати – мірною щільністю імовірності $p_2(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_2)$ інтервалів між точками або щільністю

імовірності координат самих точок $P_z(t_1, t_2, \dots, t_z)$, причому між цими щільностями мають місце такі співвідношення

$$P_z(t_1, t_2, \dots, t_z) = P_z(t_1, t_2 - t_1, \dots, t_z - t_{z-1}), \quad (5)$$

$$P_z(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_z) = P_z(\tau_1, \tau_1 + \tau_2, \dots, \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_z). \quad (6)$$

При побудові шумових полів-масок методом розгортки растра використовуються значення згенерованих випадкових чисел, які визначають координати, а точніше – абсциси точок локалізації твірних елементів. Іншими словами, генератор випадкових чисел задає розподіл послідовності координат пікселів $b_u^{k=1}$, тобто (6).

Робота алгоритму полягає в наступному. Нехай x_u координата пікселя $b_u^{k=1}$, причому $0 \leq x_u \leq (M \times N)$. Фактично x_u набуває значень, які дорівнюють числам r_u зі значеннями, що відповідно дорівнюють $\tau_1, \tau_1 + \tau_2, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3, \dots, \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_z$, причому максимальне значення $x_u \leq (M \times N)$. Якщо розгортаюча апертура керує зміною станів пікселів, то в момент виконання умови (3) стан пікселя фону $b_u^{k=0}$ змінюється на $b_u^{k=1}$.

Починаючи з початку координат твірний елемент шумового поля буде локалізований в тій точці, для якої існує співвідношення $r = x_i - x_{i-1}$, $i=1, n$, де $r \in Z^+$ є додатною цілою випадковою величиною, яка визначає, скільки місць (в розмірах твірних елементів) повинна мати відстань між двома сусідніми в рядку твірними елементами.

При створенні шумових полів методом розгортки перекриття шумових елементів практично повністю усунене, хоча для певних задач можна побудувати поля, в яких шумові елементи перекриваються. Усунути перекриття вдається за рахунок врахування ширини рядків залежно від розмірів шумових елементів. Наприклад, якщо розмір шумового елемента становить три пікселі, то розгортання відбувається вздовж кожного третього рядка, що еквівалентно ширині рядка в три пікселі.

Найбільш репрезентативними шумовими полями, створеними методом генерації координат центрів шумових елементів, є поля, при побудові яких використано рівномірний, нормальний та показниковий розподіли [1, 5]. При генерації шумових полів методом розгортки растра використання того чи іншого закону має свої особливості, які у візуальному аспекті можуть бути не поміченими, наприклад, при подібних формах щільностей розподілів, при великій дисперсії нормальний закон дає шумове поле, близьке до поля, створеного на основі рівномірного закону розподілу. Суттєвою особливістю шумового поля, створеного методом розгортки є те, що шумове поле незалежно від виду розподілу є однорідним, тобто немає скупчень шумових елементів. Другою важливою особливістю є те, що в залежності від виду розподілу пауз інтенсивність полів буде різна. Для створення якісних тестових зображень ці особливості мають принципове значення.

4. Експериментальне дослідження шумових полів-масок, створених методом розгортки

Метою проведення експериментальних досліджень було виявлення характеру закономірності зміни інтенсивності шумового поля від параметрів розподілів значень

пауз між двома сусідніми імпульсами. Саме такий вибір мети був зумовлений тим, що дуже важко теоретично визначити, а точніше, вирахувати інтенсивність поля як функцію параметрів розподілу, не маючи будь-якої апіорної інформації. Результати експериментальних досліджень представлені графіками шуканих залежностей, причому інтенсивність – у відносних одиницях. Крім того, зауважимо, що в послідовності випадкових чисел, використаних як координати центрів ваги завад, повністю відсутня автокореляція.

Рівномірний закон. При створенні однорідних за локалізацією шумових елементів випадкових шумових полів для розподілу значень пауз між сусідніми імпульсами-завадами було безпосередньо використано внутрішній генератор випадкових чисел. Для ліквідації ситуації злипання імпульсів (значення паузи дорівнює нулю), до випадкової величини додавалась одиничка. Вплив цієї одинички є несуттєвим, оскільки при малих значеннях паузи інтенсивність шумових полів є дуже високою і практично будь-яке розпізнавання є неможливим, а при великих значеннях пауз вона практично непомітна. Отже, розподіл пауз при рівномірному законі розподілу має вигляд

$$d_{\text{рівн}}(t) = \begin{cases} \frac{1}{(t_2 - t_1)}, & \text{при } 0 \leq t_1 < t_2; \\ 0 & \text{при } t < 0, \end{cases} \quad (7)$$

де $t_i \in T$, – множина моментів часу, кратних тривалості проходження апертурою розгортки вздовж одного піксела.

Шумове поле, яке має розподіл (7) для різних параметрів і розмірів шумових елементів, зображене на рис.3. Графік залежності інтенсивності шумового поля від логарифму значення параметра розподілу зображено на рис. 3а. Параметри розподілу тривалості пауз $\Delta t = t_2 - t_1$ для рис. 3б і 3в відповідно дорівнюють $t_2 = 16$ при розмірі елементів 1×1 і $t_2 = 128$ при 3×3 .

Шумові поля з таким законом розподілу дозволяють імітувати однорідну (але нерегулярну, випадкову) локалізацію завад. Очевидно, що при моделюванні шумових полів як шумові елементи можуть бути використані практично об'єкти довільної чи заданої форми, а також різних форм та розмірів.

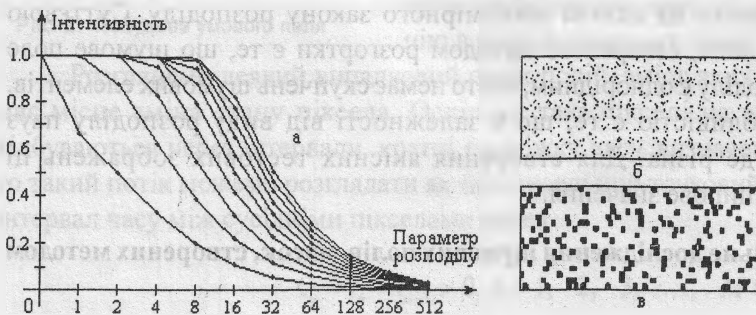


Рис.3. Залежність інтенсивності шуму від параметра (а) та структури шумових полів (б) і (в) при рівномірному законі розподілу тривалостей пауз

Експерименти проводились окремо для кожного розміру завад, тобто сторони шумового елемента мали значення 1, 2, ..., 10 пікселів. Кожний такий експеримент проведено понад 60 разів для різних інтервалів значень

генерованої послідовності випадкових чисел, а отримані результати усереднені за величиною розміру шумових елементів.

Нормальний розподіл. У цьому випадку, на відміну від методу генерування координат центрів локалізація елементів шуму, який забезпечує явно виражений епіцентр розподілу цих елементів, при використанні методу розгортки однорідність "заселення" шумовими елементами поля є однаковою, також випадковою, але найбільшу імовірність (частість) мають найкоротші паузи. "Нормальність" пауз строго визначається дисперсією розподілу та масштабом поля. При великій дисперсії "нормальність" переходить в "рівномірність", тобто розрізнити "нормальне" і "рівномірне" шумові поля є досить важко. Щоб створити шумове поле з нормально розподіленими значеннями величини пауз, необхідно мати генератор випадкових чисел, розподілених у заданому інтервалі за нормальним розподілом. Власні комп'ютерні генератори випадкових чисел забезпечують отримання випадкових величин лише з рівномірним розподілом, а тому для отримання послідовності нормально розподілених випадкових чисел необхідно використовувати різні спеціальні алгоритми. У даній роботі для отримання випадкових чисел, розподілених за нормальним законом, використано алгоритм Муллера [7] і для обчислення значень величини паузи використано вираз

$$\Delta t = a + \sigma_r \sin(\pi r) \sqrt{2 \log(1/r)}, \quad (8)$$

де $r = \text{RND}(1)$ – випадкові числа від 0 до 1, що задаються внутрішнім генератором комп'ютера, a – математичне сподівання, σ_x – дисперсія. У результаті використання алгоритму (7) величина пауз на зображенні шумового поля має нормальний розподіл

$$d_{\text{норм.}}(t) = \frac{1}{2\pi\sigma_r} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\frac{(t-a)^2}{\sigma_r^2} \right]\right\}, \quad (9)$$

з математичним сподіванням $a = N/2$ та з середнім квадратичним відхиленням σ_r , значення яких вибирають відповідно до розмірів шумового поля.

При розрахунках конкретних теоретичних значень кількості завод для забезпечення потрібної інтенсивності необхідно взяти до уваги той факт, що у випадку нормального розподілу його розмах, що дорівнює 6σ , покриває на числовій осі 99.7% всіх значень.

При моделюванні шумових полів з нормальним розподілом значень тривалостей пауз в експериментах були так використані значення математичних сподівань та дисперсій:

- максимальне значення паузи задає величина дисперсії, тобто $\Delta t = \sigma_r$;
- математичне сподівання розраховується так, щоб в кожній генерації значення паузи воно відповідало її середині, тобто в кожний момент t генерації випадкової величини r значення $a_r = \sigma_r/2$, що забезпечує симетрію розподілу.

Шумове поле, яке має розподіл (9) для різних параметрів і розмірів шумових елементів, зображене на рис. 4. Параметри розподілу тривалості пауз $\Delta t = t_2 - t_1$, точніше

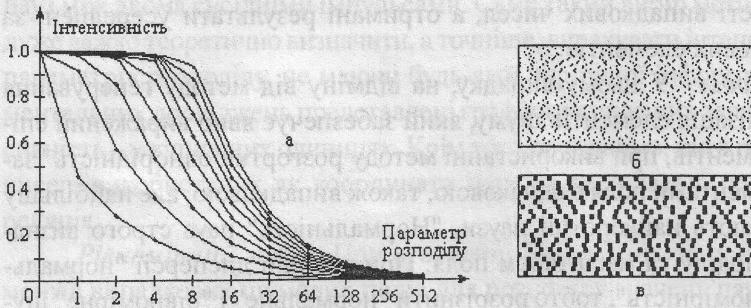


Рис. 4. Залежність інтенсивності шуму від параметра (а) та структури шумових полів при нормальному законі розподілу тривалостей пауз (б) і (в)

Експерименти проводились з кожним розміром шумових елементів, які в даних експериментах мали значення 1, 2, ..., 10 пікселів. Для кожного значення розміру експеримент також проведено понад 60 разів.

Показниковий розподіл. Для цього розподілу характеристичним є параметр λ , який визначає вид кривої його функції щільності. Ця функція у даному випадку має такий аналітичний вигляд

$$d_{\text{показн.}}(t) = \lambda, \exp[-(\lambda, t)]. \quad (10)$$

У візуальному плані шумове поле з локалізацією завод за законом (9) має чітко виражений однорідний характер, тобто має вигляд стохастичної текстури, створеної розподілом шумових елементів. Алгоритм перерахунку значення тривалості паузи має вигляд

$$\Delta t = -\frac{1}{\lambda} \log(r), \quad (11)$$

де $r = \text{RND}(1)$ – випадкові числа від 0 до 1.

Шумові поля, отримані в даний спосіб, тобто на основі показникового розподілу пауз між імпульсами, мають своєрідну структуру організації шумових елементів. Очевидно, що у всіх трьох випадках побудови шумових полів їх якість з точки зору поняття випадковості визначається характеристиками самого генератора випадкових чисел. Слід зауважити, що якщо в послідовності випадкових значень відсутня автокореляція, а це можливо лише при надзвичайно великих періодах повторення послідовності або при викорис-

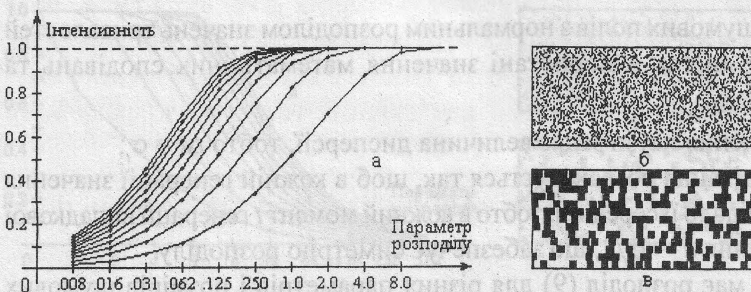


Рис. 5. Залежність інтенсивності шум від параметра (а) та структури шумових полів (б) і (в) при показниковому законі розподілу тривалостей пауз

для значення $\sigma_i = 8$ з розмірами шумових елементів 1×1 та 3×3 пікселів зображені на рис. 4б і 4в відповідно. На рис. 4а, зображено графік залежності інтенсивності шумового поля від логарифму значення параметра розподілу.

тис. Слід зауважити, що якщо в послідовності випадкових значень відсутня автокореляція, а це можливо лише при надзвичайно великих періодах повторення послідовності або при викорис-

танні фізичних генераторів шуму, наприклад радіаційного випромінювання, то шумове поле буде чисто випадковим.

Шумове поле з розподілом (10) має залежність інтенсивності від значення параметрів розподілу λ_i і розмірів шумових елементів зображене на рис.5а, а структури шумових полів з розмірами твірних елементів 1×1 пікселів і $\lambda_i = 0.5$ та розмірами 5×5 при значеннях $\lambda_i = 0, 1, 2, 5$ зображене на рис. 5б і 5в відповідно.

Як і в попередніх графіках, значення параметра розподілу наведені в логарифмічній шкалі, що дозволяє візуально стиснути діапазон цих значень і з'ясувати характер залежності. Значення λ_i на цьому графіку є такими, як вони використовуються в генеруючому поле алгоритмі, тобто дорівнюють λ_i^{-1} . Це забезпечує використання одних і тих же величин в усіх трьох розподілах і дозволяє провести між ними певне порівняння.

Експерименти проводились з тими ж розмірами шумових елементів, що й в попередніх експериментах, і для кожного значення розміру елемента експеримент також проведено понад 60 разів.

У статистичному плані дисперсія отриманих в експериментах результатів є незначною, а тому проведення 60 паралельних експериментів виявилось достатнім, щоб вважати отриману вибірку значень інтенсивності для одного розміру шумових елементів репрезентативною.

Підсумок

Створення шумових полів із заданими параметрами – інтенсивністю, формою та розмірами шумових елементів дозволяє утворити певного типу шкали розпізнавальної складності для зображень об'єктів різних класів. При цьому не накладається дуже жорстких умов на значення їх характеристик, оскільки їх випадковість характеризується деякою дисперсією у цьому відношенні. Основною вимогою є метрологічність в сенсі забезпечення заданого значення інтенсивності. У випадку використання для локалізації завод будь-яких інших розподілів необхідно врахувати той факт, що значення тривалостей пауз можуть вийти за межі розмірів даного шумового поля. Для цього в алгоритм необхідно включити перевірку значень координат імпульсів і відповідно компенсувати решту паузи в наступному рядку.

При використанні шумових полів при розпізнаванні зображень об'єктів складних конфігурацій, монохромних, напівтонових і кольорових принцип побудови шумового поля методом розгортки залишається тим самим, але в цих випадках треба враховувати умови задач та їх особливості.

1. Камінський Р. Властивості шумових полів для тестування систем обробки та розпізнавання зображень // Вісн. НУ"Львівська Політехніка". – 2001. - № 433 – С.73-79
2. Камінський Р.М. Градування складності розпізнавання зображень з використанням шумових полів // Праці Міжн. конф. з автоматичного управління, "Автоматика-2000", Львів, 11 - 15 вересня 2000, Т. 6. - 2000. - С. 229 - 237.
3. Гуглин И.Н. Телевизионные устройства отображения информации. – М: Радио и связь, 1981. – 200 с.
4. Александров В.В., Горский Н.Д. Представление и обработка изображений. – Л: Наука, 1985. – 192 с.
5. Kaminsky R. Mathematical modeling of binary image and object and noise interaction by scanning method / Machine Graphics & Vision, vol. 5, Nos. 1/2, 1996, P. 141 - 146.
6. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. - М.: Сов. радио, 1977. – 488 с.
7. Поляк Ю.Г. Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах. - М.: Сов. радио, 1971. – 400 с