8. Горлач А. А., Минц М. Я., Чинков В. Н. Цифровая обработка сигналов в измерительной технике.-К.: Техніка, 1989.
9. 2440 Digital Storage Oscilloscope. Operators Manual, First Printing S P 1987. Revised DEC 1988. Tektronix.
10. Бабак В.П., Хандецький В.С., Шрюфер Е. Обробка сигналів.- К.: Либідь,1996.
11. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. 4 изд., перераб. и доп.- М.: Радио и связь, 1986.

П.Кравець
Національний університет "Львівська політехніка"

УДК 519.95

РЕГУЛРИЗОВАНИЙ ІГРОВИЙ МЕТОД КЕРУВАННЯ ВИПАДКОВИМИ ПРОЦЕСАМИ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Запропоновано пошуковий метод розв'язування ігрової задачі в умовах невизначеності. Сформульовано умови збіжності ігрового методу та наведено результати комп'ютерного моделювання.

It is offered a search method of the game problem decision in conditions of uncertainty. Conditions of convergence of a game method are formulated and results of computer modelling are given.

Вступ

Для дослідження розподілених систем різної природи (біологічних, технічних, інформаційних, соціальних, економічних) використовуються дискретні моделі керованих випадкових процесів з локальною взаємодією, характерною особливістю яких є апріорна невизначеність їх стохастичних характеристик. Ефективне керування такими процесами забезпечується адаптивними пошуковими методами, які здійснюють статистичне опрацювання передісторії випадкових процесів для реалізації оптимальних кроків у наступні моменти часу.

Розподілена структура системи дозволяє використовувати децентралізовані адаптивні методів керування, які оперативно реагують на зміну локальних станів системи, оптимізують локальні цільові функції, зменшують накладні витрати на передачу та опрацювання службової інформації. Характерною особливістю децентралізованого керування в умовах невизначеності є наявність ігрового аспекту, який моделює ситуації конкуренції або кооперації складових підсистем. Тому побудова та дослідження ефективності ігрових методів керування розподіленими випадковими процесами є важливою та актуальною задачею.

Формулювання задачі

В умовах повної інформації гра $\Gamma = (D, \{U^i\}_{i\in D}, \{[v^i]\}_{i\in D})$ задається множиною гравців D, набором векторів чистих стратегій $U = (u^i(1), u^i(2), ..., u^i(N_i))$ та матрицями $[v^i]$ виграшів гравців $\forall\, i \in D$. Елементи матриць виграшів гравців визначаються на декартовому добутку $U^{D_i} = \underset{j\in D_i}{\otimes} U^j$ чистих стратегій локальних підмножин гравців $D_i \subseteq D$. Змішані стратегії гравців $\{p^i\}$ набувають значення на одиничних симплексах

$$S^{N_i} = \{p^i \in R^{N_i} \mid p^i(j) \ge 0 (j = \overline{1, N_i}), \sum_{j=1}^{N_i} p^i(j) = 1\},$$

де R^{N_i} – евклідовий простір з вимірами.

Середні виграші гравців визначаються функціями

$$V^i(p^{D_i}) = \sum_{u^{D_i} \in U^{D_i}} v^i(u^{D_i}) \prod_{j\in D_i; u^j \in u^{D_i}} p^j(u^j), \tag{1}$$

де $p^{D_i} \in S^{D_i}$, $S^{D_i} = \prod_{j\in D_i} S^{N_j}$, $u^{D_i} \in U^{D_i}$. Метою безкоаліційної гри є знаходження таких змішаних стратегій гравців, які максимізують їх власні функції середніх виграшів.

У загальному випадку розв'язком гри без обміну інформацією між гравцями є змішані стратегії $\{p^{i*}\}$, при яких виконується умова рівноваги за Нешем [1]:

$$\forall i \in D \quad V^i(p^{D_i *}) - V^i(p^{D_i \backslash i*}, p^i) \ge 0,$$

де $V^i(p^{D_i\backslash i*}, p^i)$ – функція середніх виграшів, визначена на симплексі S^{D_i} при довільному відхиленні змішаної стратегії i-го гравця від точки рівноваги у межах одиничного симплексу.

Знаходження оптимальних змішаних стратегій здійснюється на основі умови доповнювальної нежорсткості [2]

$$\nabla_{p^i} V^i = V^i e^{N_i}, \quad p^i \in S^{N_i}, \ \forall i \in D, \tag{2}$$

де $\nabla_{p^i} V_n^i$ – градієнт функції середніх виграшів; $e^{N_i} = (1_j \mid j = \overline{1, N_i})$ – вектор, всі елементи якого дорівнюють 1.

Розв'язки у повністю змішаних стратегіях, які забезпечують виконання умови доповнювальної нежорсткості (2), називаються вирівнювальними. У загальному вирівнювальні стратегії є нестійкими у зв'язку із специфічним полілінійним виглядом функцій середніх виграшів (1). Для забезпечення стійкості вирівнювальних стратегій необхідно виконати регуляризацію функцій середніх виграшів, наприклад, так:

$$V_n^i(\delta_n) = V_n^i - \delta_n \left\| p_n^i \right\|^2, \qquad (3)$$

де $\delta > 0$ – параметр регуляризації. Регуляризація (3) при великих значеннях δ_n забезпечує сильну увігнутість за $p_n^i \in S^{N_i}$ функцій виграшів $V_n^i(\delta_n)$ $\forall\, i \in D$ на початковому відрізку часу. При $\delta_n \underset{n\to\infty}{\to} 0$ регуляризована функція $V_n^i(\delta_n)$ наближається до свого первісного нерегуляризованого варіанта.

В умовах невизначеності матриці виграшів $[v^i]$ апріорі не відомі, а поточні виграші є випадковими величинами ξ_n^i. Надалі будемо вважати, що випадкові виграші $\{\xi_n^i\}$ є незалежними $\forall\, u^{D_i} \in U^{D_i}$, $\forall\, i \in D$, $n = 1, 2, ...$, мають постійне математичне сподівання $M\{\xi_n^i(u^{D_i})\} = v^i(u^{D_i}) = \text{const}$ та обмежений другий момент $\sup_n M\{[\xi_n^i(u^{D_i})]^2\} = \sigma_i^2(u^{D_i}) < \infty$. Закони розподілу випадкових величин та значення їх моментів є невідомими.

Гра в умовах невизначеності розгортається у дискретні моменти часу $n = 1, 2, ...$, за таким сценарієм. У момент часу n кожен i-й гравець здійснює випадковий вибір однієї із власних чистих стратегій u_n^i з імовірностями $p_n^i = (p_n^i(1), p_n^i(2), ..., p_n^i(N_i))$, $p_n^i \in S^{N_i}$.

Після завершення вибору стратегій усіма гравцями i-й гравець отримує випадковий поточний виграш $\xi_n^i = \xi_n^i(u_n^{D_i})$, визначений для спільного варіанта $U_n^{D_i} \in U^{D_i}$ гравців з локальної підмножини $D \in D_i$. Отриманий виграш використовується гравцями для перерахунку своїх векторів змішаних стратегій за загальним правилом: елемент $p_n^i(u_n^i)$ зростає пропорційно величині виграшу ξ_n^i, а інші елементи зменшуються для забезпечення умови $p_n^i \in S^{N_i}$. Така зміна елементів векторів змішаних стратегій призводить до більш частого вибору тих чистих стратегій, які дають найбільший середній виграш

$$\Phi_n^i(\{u_n^{D_i}\}) = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \xi_t^i \quad \forall\, i \in D. \qquad (4)$$

Теоретично гра в умовах невизначеності розгортається на безмежному відрізку часу, а поведінка гравців спрямована на досягнення асимптотично максимального середнього виграшу

$$\underline{\lim}_{n\to\infty} \Phi_n^i \to \max \;\forall\, i \in D.$$

На практиці час гри обмежується умовами точності досягнутого розв'язку.

Враховуючи багатокритеріальний характер ігрової задачі, загалом її розв'язок будемо шукати у множині точок асимптотичної рівноваги за Нешем

$$\forall\, i \in D \qquad \underline{\lim}_{n\to\infty}\left[\Phi_n^i(\{u_n^{D_i}\}) - \Phi_n^i(\{\hat{u}_n^{D_i}\})\right] \geq 0,$$

де $\hat{u}_n^{D_i} = u_n^{D_i} \setminus u_n^i + \tilde{u}_n^i \in U^{D_i}$ – поточне значення спільної стратегії підмножини гравців D_i, отримане при заміні чистої стратегії i-го гравця з u_n^i на $\tilde{u}_n^i \in U^i$.

Синтез рекурентного методу

Точки рівноваги за Нешем будемо шукати за допомогою рекурентного методу, побудованого на основі стохастичної апроксимації умови доповнювальної нежорсткості. Метод стохастичної апроксимації забезпечує перехід від детермінованої ігрової задачі до ігрової задачі в умовах невизначеності.

Попередньо виконаємо нормалізацію векторної умови (2), домноживши її поелементно на вектор p^i:

$$\mathrm{diag}(p^i)(e^{N_i}V^i(p^{D_i}) - \nabla_{p^i} V^i(p^{D_i})) = 0, \tag{5}$$

де $\mathrm{diag}(p^i)$ – діагональна матриця порядку N_i, складена з елементів вектора $p^i \in S^{N_i}$.

Така нормалізація забезпечує належність вектора змішаних стратегій p^i одиничному симплексу S^{N_i} та врахування можливих розв'язків на межі одиничного симплексу.

Враховуючи, що $V_n^i(\delta_n) = M\{\xi_n^i - \delta_n e^T(u_n^i)p_n^i\}$, де M – символ математичного сподівання, з (5) на основі методу стохастичної апроксимації отримаємо такий регуляризований рекурентний метод:

$$p_{n+1}^i = p_n^i - \gamma_n\left(\xi_n^i - \delta_n e^T(u_n^i)p_n^i\right)\left[p_n^i - e(u_n^i)\right], \tag{6}$$

де $\gamma_n > 0$ – параметр, що регулює величину кроку методу; $e(u_n^i) = \sum_{j=1}^{N_i} e_j^{N_i}\chi(u_n^i = u^i(j) \in U^i)$ – чиста стратегія, реалізована у момент часу n; $e_j^{N_i} = (\underbrace{0,...,0,1}_{j},\underbrace{0,...,0}_{N_i-j})$ – вектор, j - та компонента якого дорівнює 1, а всі інші – 0; $\chi(\cdot)$ – індикаторна функція події.

При довільних γ_n та ξ_n^i рекурентний метод (6) забезпечує належність вектора p_{n+1}^i одиничній гіперплощині

$$\tilde{S}^{N_i} = \left\{ p \mid p \in R^{N_i}, \sum_{j=1}^{N_i} p(j) = 1 \right\},$$

а при $\gamma_n\left[\xi_n^i - \delta_n e^T(u_n^i)p_n^i\right] \in [0,1]$ – одиничному симплексу.

У частковому випадку виконання умови $p_{n+1}^i \in S^{N_i}$ забезпечується при $\gamma_n \in (0,1]$, $\delta_n \in (0,1]$ для бінарних виграшів $\xi_n^i \in [0,1]$.

Практика програмної реалізації показує швидке нагромадження похибки рекурентного перетворення (6), що призводить до виходу вектора p_n^i за межі одиничного симплексу.

Для виграшів з інших діапазонів, а також з метою мінімізації сумарної похибки і забезпечення ненульової імовірності вибору чистих стратегій для збору повної статистичної інформації про їх ефективність необхідно виконати проектування вектора p_n^i на ε-симплекс:

$$S_{\varepsilon}^{N_i} = \left\{p^i \mid p^i \in S^{N_i};\, p^i(j) \geq \varepsilon \;\, (j = \overline{1, N_i}\right\}, \quad \varepsilon \in (0, \min_i N_i^{-1}), \quad p_n^i \in S_{\varepsilon}^{N_i}. \tag{7}$$

Тоді метод (6), побудований на основі зваженої умови доповнювальної нежорсткості (5), матиме вигляд:

$$p_{n+1}^i = \pi_{\varepsilon_{n+1}}^{N_i} \left\{p_n^i - \gamma_n \left(\xi_n^i - \delta_n e^{\mathrm{T}}(u_n^i) p_n^i\right)\left[p_n^i - e(u_n^i)\right]\right\}, \tag{8}$$

де $\pi_{\varepsilon_{n+1}}^{N_i}$ – оператор проектування на ε-симплекс, який задовольняє умови:

$$\left\|p^i - \pi_{\varepsilon}^{N_i}\{q^i\}\right\| \leq \left\|p^i - q^i\right\|; \quad \pi_{\varepsilon}^{N_i}\{q^i\} \in S_{\varepsilon}^{N_i} \quad \forall i \in D, \forall p^i \in S_{\varepsilon}^{N_i}, \forall q^i \in R^{N_i}. \tag{9}$$

Встановимо обмеження на регульовані параметри методу (8), які забезпечують розв'язування ігрової задачі в умовах невизначеності.

Визначення умов збіжності

Будемо вважати, що виконані попередні припущення щодо незалежності послідовностей випадкових величин. Тоді умови збіжності методу (8) визначаються такими твердженнями.

Твердження 1. Нехай при $n \to \infty$; $\gamma_n > 0$; $\gamma_{n+1} < \gamma_n$; $\sum_{n \to \infty} \gamma_n = \infty$; $\varepsilon_n \in (0, \min_{i \in D} N_i^{-1})$; $\varepsilon_{n+1} < \varepsilon_n$; $\lim_{n \to \infty} \varepsilon_n = 0$; $\delta_n > 0$; $\delta_{n+1} < \delta_n$. Тоді проекційний регуляризований ігровий метод (8) без обміну інформацією між гравцями для будь-якого початкового наближення забезпечує виконання зваженої умови доповнювальної нежорсткості (5) у знакододатному середовищі $v_{\min} > 0$:

1) з імовірністю 1, якщо $\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n \delta_n < \infty$; $\sum_{n=1}^{\infty} (|\varepsilon_n - \varepsilon_{n+1}| + \gamma_n^2) < \infty$;

2) у середньоквадратичному, якщо $\lim_{n \to \infty} \delta_n = 0$; $\lim_{n \to \infty} (\gamma_n^{-1} |\varepsilon_n - \varepsilon_{n+1}| + \gamma_n) = 0$.

Для монотонних послідовностей $\{\gamma_n\}$, $\{\varepsilon_n\}$ та $\{\delta_n\}$ виду

$$\gamma_n = \gamma(n+a)^{-\alpha};\, a > 0;\, \varepsilon_n = \varepsilon(n+b)^{-\beta};\, b > 0;\, \delta_n = \delta(n+c)^{-\kappa};\, c > 0. \tag{10}$$

збіжність методу (8) існує:

1) з імовірністю 1, якщо $\alpha \in (0{,}5;1]$; $\beta > 0$; $\alpha + \kappa > 1$;

2) у середньоквадратичному, якщо $\alpha \in (0,1]$; $\beta > 0$; $\kappa > 0$.

Умови збіжності методу (8) базуються на оцінці

$$M\left\{\Delta_{n+1} \middle| \mathrm{F}_n\right\} \leq (1 - 2\gamma_n(v_{\min} - \delta_n))\Delta_n + C(\mu_n + \gamma_n^2), \tag{11}$$

де $\Delta_n = \sum_{i \in D} \left\|p_n^i - \widetilde{p}_n^i\right\|^2$ – функція Ляпунова, пропорційна сумарному поточному відхиленню від стратегій $\bar{p}_n^i = \mathrm{diag}(p_n^i)(\nabla V_n^i - \delta_n p_n^i)\left(V_n^i - \delta_n \left\| p_n^i \right\|^2\right)^{-1}$, у яких виконується умова доповнювальної нежорсткості (5); $F_n = \left\{u_t^i, \xi_t^i \mid t = \overline{1, n-1}; \forall i \in D\right\}$ - σ-алгебра подій; $v_{\min} = \min_{i \in D} \min_{u^{D_i} \in U^{D_i}} v^i(u^{D_i})$; $\mu_n = |\gamma_{n-1} - \gamma_n| + |\gamma_{n-1}\delta_{n-1} - \gamma_n\delta_n| + |\varepsilon_n - \varepsilon_{n+1}|$; $C > 0$. З умов твердження 1 та оцінки (11) на основі теореми Робінса-Сігмунда [1] отримуємо умови збіжності з імовірністю 1.

Збіжність у середньоквадратичну випливає з усереднення оцінки (11) по реалізаціях σ - алгебр та леми П.5 [1] при $r = 1/2$, $b = d = 0$.

Твердження 2. Якщо виконані умови збіжності методу (8) у середньоквадратичному для послідовностей $\{\gamma_n\}$, $\{\varepsilon_n\}$, $\{\delta_n\}$ виду (10), зокрема, $\alpha \in (0,1]$; $\beta > 0$; $\kappa > 0$ і при $\alpha = 1$ виконується нерівність $2\gamma v_{\min} > \min(\kappa, \beta, 1)\, \chi(\alpha = 1)$, тоді

$$\overline{\lim_{n\to\infty}}\, n^{\theta} M\{\Delta_n\} \le \frac{C}{2\gamma v_{\min} - \min(\kappa, \beta, 1)\chi(\alpha = 1)} < \infty,$$

де $\theta = \min(\kappa, 1 + \beta - \alpha, \alpha)$ – порядок швидкості збіжності; $C > 0$.

Доведення твердження 2 здійснюється на основі усереднення оцінки (11) за реалізаціями випадкових процесів та застосуванням теорем про рекурентні числові нерівності [1].

Наслідок. В умовах твердження 2 параметр θ, який визначає порядок швидкості збіжності методу (8), задовольняє нерівність $\theta \le 1$. Максимальний порядок швидкості збіжності методу (8) становить і досягається при $\alpha = 1$, $\beta \ge 1$, $\kappa \ge 1$.

Зауваження. Згідно із (5) отриманий максимальний порядок швидкості збіжності ігрового методу відповідає двом можливим варіантам, коли оптимальний розв'язок знаходиться на вершині (розв'язок у чистих стратегіях) або всерединині (розв'язок у змішаних стратегіях) одиничного симплексу. Оскільки регуляризована функція $V_n^i(\delta_n)$ при $\delta_n \to 0$ наближається до функції V_n^i з нестійкими розв'язками у змішаних стратегіях, то на практиці для забезпечення стійких розв'язків всередині одиничного симплексу зменшення δ_n у часі необхідно здійснювати з відносно невеликою швидкістю, яка регулюється значеннями параметрів κ та δ.

Приклад гри двох осіб в умовах невизначеності. Розглянемо гру 2 × 2, тобто коли два гравці мають по дві чисті стратегії. Для аналізу гри в умовах невизначеності попередньо знайдемо розв'язки гри, коли матриці виграшів є відомими і набувають такі значення:

$$\underline{\text{Перший гравець}} \qquad\qquad \underline{\text{Другий гравець}}$$

$$[v^1] = \begin{array}{cc} p^1[1] & p^1[2] \\ \left[\begin{matrix} 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}5 & 0{,}3 \end{matrix}\right. & \left.\right] \end{array} \begin{array}{l} \\ p^2[1] \\ p^2[2] \end{array} \qquad [v^2] = \begin{array}{cc} p^1[1] & p^1[2] \\ \left[\begin{matrix} 0{,}1 & 0{,}9 \\ 0{,}9 & 0{,}1 \end{matrix}\right. & \left.\right] \end{array} \begin{array}{l} \\ p^2[1] \\ p^2[2] \end{array}$$

Функції середніх виграшів гравців мають вигляд:

$$V^i = \sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2} p^1[j]p^2[k]v^i[j,k], \quad i = 1..2 .$$

На основі умови доповнювальної нежорсткості (2) знайдемо оптимальні за Нешем розв'язки нерегуляризованої гри у змішаних стратегіях:

$$p^{1*}[1] = \frac{v^2[2,2] - v^2[1,2]}{v^2[1,1] - v^2[1,2] - v^2[2,1] + v^2[2,2]}; \quad p^{1*}[2] = 1 - p^{1*}[1];$$

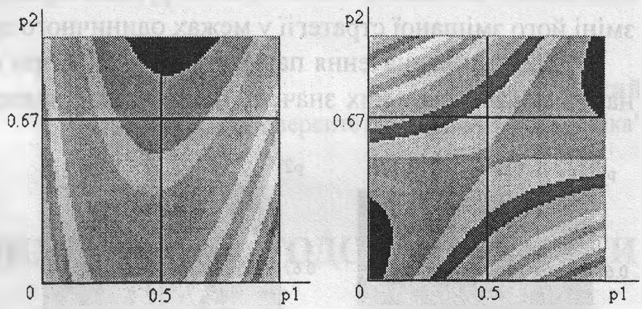
$$p^{2*}[1] = \frac{v^1[2,2] - v^1[2,1]}{v^1[1,1] - v^1[1,2] - v^1[2,1] + v^1[2,2]}; \quad p^{2*}[2] = 1 - p^{2*}[1].$$

Для заданих матриць виграшів розв'язки за Нешем досягаються у точці $p^{1*}= (0.5; 0.5)$; $p^{2*}= (0.67; 0.33)$.

В умовах невизначеності елементи матриць виграшів $[v^1]$ та $[v^2]$, а також оптимальні змішані стратегії p^{1*} та p^{2*} апріорі не відомі. Для знаходження розв'язків гри використаємо запропонований проекційний рекурентний метод (8).

При відсутності обміну інформацією між гравцями, для їхніх спостережень доступні тільки випадкові реалізації $\xi_n^{\,i}$ елементів власних матриць виграшів. Для моделювання можна обрати довільний закон розподілу випадкових виграшів, оскільки робота адаптивних ігрових методів практично не залежить від виду такого закону. Для даного прикладу оберемо нормальні закони розподілу виграшів з математичним сподіванням $v^i[j, k]$, які є елементами матриць виграшів, та дисперсіями $d^i[j, k] = 1$, де $i, j, k = 1..2$.

Робота методу визначається такими початковими умовами: $p_0^{\,i} = (0.5; 0.5)$, $i = 1..2$; $\gamma_0 = 1$; $\varepsilon_0 < 1/2$; $\delta_0 = 1$; $\alpha = 0.7$; $\beta = 0.3$; $\kappa = 0.01$. Початковий вигляд ліній рівня регуляризованих функцій середніх виграшів, отриманих з кроком $h = 1/16$ при нульовому значенню дисперсії, зображено на рис. 1.



а) функція середніх виграшів 1-го гравця

б) функція середніх виграшів 2-го гравця

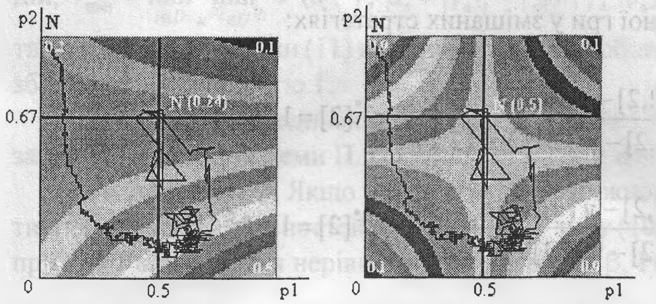
Рис. 1. Лінії рівня регуляризованих функцій середніх виграшів

При зменшенні параметра $\delta_n \to 0$ регуляризовані функції виграшів змінюються у часі $n = 1, 2, ...$ до базових нерегуляризованих значень. Вигляд зрізів нерегуляризованих функцій середніх виграшів показано на рис.2.

Вивчалася поведінка нерегуляризованого та регуляризованого варіанта ігрового методу. Нерегуляризований варіант отримується з (8) при $\delta_n = 0$ для всіх $n = 1, 2, ...$.

На рис. 2 зображено одну із реалізацій траєкторії пошуку розв'язку гри у базисі одиничних симплексів двох гравців. З рисунка видно, що дана гра має дві точки рівноваги за Нешем. Перша точка з координатами (0; 1) визначає оптимальний розв'язок у чистих стратегіях, а друга (0,5; 0,67) – у повністю змішаних стратегіях. Концептуально, стан рівноваги за Нешем означає, що, перебуваючи у цьому стані, одному гравцю не вигідно відхилятися від досягнутої оптимальної стратегії, якщо інший гравець дотримується власної оптимальної стратегії.

Частковим випадком рівноваги за Нешем є виконання умови доповнювальної нежорсткості (5). Так, якщо другий гравець дотримується оптимальної змішаної стратегії (0,67; 0,33), то для довільних змішаних стратегій першого гравця значення його функції середніх виграшів не змінюється і дорівнює 0,24 (див. рис. 2а). Аналогічно, якщо перший гравець дотримується оптимальної змішаної стратегії (0,5; 0,5), то при довільній зміні стратегії другого гравця його середній виграш є постійним і дорівнює 0,5 (рис. 2б).



а) функція середніх виграшів 1-го гравця

б) функція середніх виграшів 2-го гравця

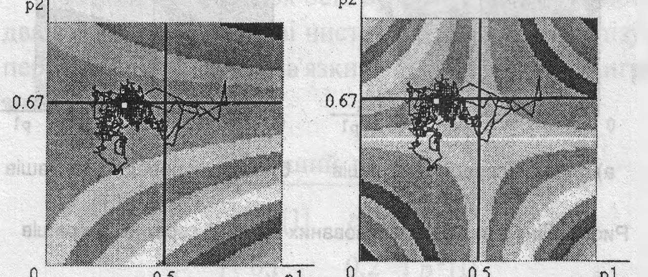
Рис. 2. Траєкторія пошуку точки Неша нерегуляризованим методом

Результати моделювання свідчать, що застосування нерегуляризованого варіанту ігрового методу призводить до знаходження асимптотичного розв'язку гри у чистих стратегіях – траєкторія пошуку прямує до вершини одиничного симплексу (рис. 2).

Регуляризований метод забезпечує розв'язок гри у змішаних стратегіях. Траєкторія пошуку однієї із точок, у якій виконується умова доповнювальної нежорсткості (5), зображена на рис. 3.

З рисунка видно, що розв'язок гри локалізується на лінії $p_2 = 0,67$, що відповідає оптимальній змішаній стратегії (0,67; 0,33) другого гравця. Перший гравець не має можливості збільшити значення своєї функції середніх виграшів $V^1 = 0,24$ при довільній зміні його змішаної стратегії у межах одиничного симплексу.

Зростання значення параметра к > 0.01 при фіксованому δ = 1 призводить до наближення фінальних значень пошукових траєкторій гри до вершини одиничного симплексу (0, 1), у якій знаходиться розв'язок у чистих стратегіях. Практика комп'ютерного моделювання показує, що для отримання розв'язків гри у змішаних стратегіях необхідно разом із збільшенням параметра нарощувати початкове значення параметра , що забезпечить необхідну швидкість збіжності ігрового методу.



а) функція середніх виграшів 1-го гравця

б) функція середніх виграшів 2-го гравця

Рис. 3. Траєкторія пошуку точки доповняльної нежорсткості регуляризованим методом

Можливість знаходження розв'язків базової нерегуляризованої задачі визначається усіма параметрами регуляризованого методу, початкові значення яких отримуються з теоретичних оцінок та уточнюються екпериментально.

Висновки

Запропонований регуляризований рекурентний метод призначений для розв'язування ігрової задачі в умовах невизначеності. Метод забезпечує пошук розв'язків гри у чистих або змішаних стратегіях залежно від початкових значень його параметрів. У результаті теоретичних та експериментальних досліджень визначено обмеження на параметри ігрового методу, що робить можливим його практичне застосування для керування випадковими процесами в умовах невизначеності [3-6], наприклад, для маршрутизації потоків даних в обчислювальних мережах, фільтрування зображень, підтримки прийняття рішень, побудови самонавчальних систем штучного інтелекту, моделювання систем ринкової економіки.

1. Назин А.В., Позняк А.С. Адаптивный выбор вариантов: Рекуррентные алгоритмы. - М.: Наука, 1986. - 288 с.
2. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики. - М.: Мир, 1985. - 200 с.
3. Кравець П.О. Ігрові самонавчальні алгоритми керування маршрутизацією в комп'ютерних мережах // Вісн. ДУ "Львівська політехніка". - 1998. - № 352. - С. 142-145.
4. Кравець П.О. Адаптивна фільтрація статистично стійких зображень // Праці 3-ї Всеукраїнської міжнародної конференції "УкрОБРАЗ'96". - Київ. - 1996. - С. 216-217.
5. Пасічник В.В., Кравець П.О. Ігрові самонавчальні моделі синтезу томографічних зображень // Вісн. ДУ "Львівська політехніка". - 1998. - № 352. - С. 154-159.
6. Кравець П.О. Самонавчальні ігрові алгоритми синтезу інформації на семантичних мережах // Вісн. ДУ "Львівська політехніка". -1997. - № 322. - С. 71-74.

Р. Камінський
Національний університет "Львівська політехніка"

УДК 621.3:681.3

СТВОРЕННЯ ШУМОВИХ ПОЛІВ МЕТОДОМ РОЗГОРТКИ РАСТРА

Наведено експериментальні дані дослідження властивостей шумових полів, побудованих методом розгортки.

The experimental data of investigation of noise filds property created by the scaning metod are represented.