

2. Семотюк В.М., Овсяк В.К., Крук М.М. Управління базами даних комп'ютерної навчальної системи керуючого типу. - Матеріали 2-ї міжнародної конференції "Інформаційні технології друкарства: Алгоритми, системи, сигнали - Друкотехн98". - Львів, 1998, стор. 32-35.

**Н.Павич**

Національний університет "Львівська політехніка"

УДК 004.942:534-8

## **ІМІТАЦІЙНА МОДЕЛЬ ВИЗНАЧЕННЯ ФОРМИ ОБ'ЄМНОЇ НЕОДНОРІДНОСТІ У ПРУЖНОМУ СЕРЕДОВИЩІ**

© Павич Н., 2002

*Запропоновано структуру імітаційної моделі ультразвукового контролю пружного середовища з об'ємною неоднорідністю, яка комплексно забезпечує моделювання процесу визначення форми поверхні неоднорідності. Розглянуто функції та особливості основних складових структури імітаційної моделі.*

*The model structure of ultrasonic non-destructive testing of an elastic medium with volumetric inhomogeneity which complex provides determination process modelling of inhomogeneity surface form is offered. Functions and futures of model structure basic components is considered.*

Важливою проблемою при виготовленні та експлуатації різноманітних елементів конструкцій і систем, зокрема елементів атомних реакторів, виробів аерокосмічної галузі, хімічної промисловості тощо, є виявлення та ідентифікація прихованих внутрішніх дефектів типу тріщин, порожнин та різного типу неоднорідностей. Для контролю пружних середовищ одними з найефективніших є методи, що використовують ультразвукові хвилі. При цьому виникає задача моделювання процесів ультразвукового контролю, оскільки у порівняно з експериментальними роботами, моделювання вимагає менших затрат на реалізацію. Для багатьох випадків важливо знати характеристики захованих дефектів, особливо об'ємних, визначити їх форму. Складність даної проблеми обумовлена тим, що не існує простих аналітичних залежностей між шуканими характеристиками неоднорідностей та параметрами, що вимірюються безпосередньо.

Особливості процесів ультразвукового контролю пружних середовищ з об'ємними неоднорідностями визначають склад та структуру імітаційної моделі, загальна струк-

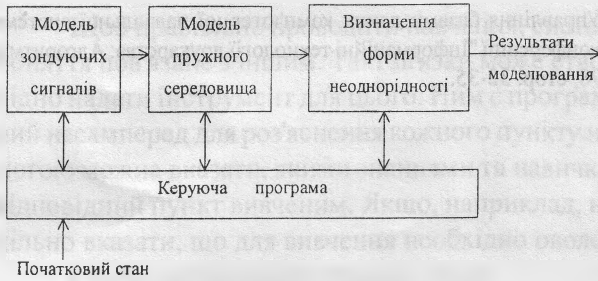


Рис. 1. Загальна структура імітаційної моделі

амплітуду ультразвукових хвиль. На вільній від зусиль поверхні середовища розташовано джерело гармонійних коливань, дія якого задана поверхневим навантаженням. Тип джерела (направлений або ненаправлений) визначається конкретним видом прикладеного навантаження. Схема контролю вибирається моностатичною: випромінювач суміщено з приймачем ультразвукових хвиль (рис. 2). Це дає змогу використовувати ефективні методи відтворення форми неоднорідності [3, 5, 8].

У загальному випадку напрямленого випромінювача електричний сигнал збуджує в п'єзокристалі плоску хвилю поздовжнього або поперечного типу, що падає під деяким кутом на зону його контакту з поверхнею матеріалу. За прикладене навантаження достатньо взяти розподіл напружень, що виникає при падінні плоскої хвилі на границю розділу середовищ. Зокрема, для хвиль поздовжнього типу маємо наступну граничну умову [4]:

$$t(X, Y) = f(X, Y) i \mu k_L (\xi^{-2} - 2 \sin^2 \gamma) \hat{z} \leftrightarrow e^{-ik_L X \sin \gamma}, \quad (1)$$

де  $t$  - вектор нормальних напружень, заданий в області  $|X| < a$ ;  $|Y| < b$ ; (рис. 2); функція  $f(X, Y)$  описує поведінку напружень на границі області її визначення;  $\mu$  - постійна Ламе;  $k_L$  - хвильове число поздовжніх хвиль, яке залежить від вибраної частоти;  $\xi = c_T/c_L$  - відношення швидкостей поперечних  $c_T$  та поздовжніх  $c_L$  ультразвукових хвиль;  $\gamma$  - кут зондування;  $\hat{z}$  - одиничний вектор в напрямку осі  $Z$ .

Модель пружного середовища фактично реалізовує розв'язок прямої задачі розсіяння. Дана частина імітаційної моделі налаштовується на конкретний тип середовища та на певні характеристики неоднорідності. Середовище моделюється пружним півпростором, у якому міститься деяка замкнена область, обмежена гладкою поверхнею. Усталені коливання пружного середовища описуються системою рівнянь Ламе [6]:

$$\mu \Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}) + (\lambda + \mu) \text{grad div} \mathbf{u}(\mathbf{x}) + \rho \omega^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}) = 0, \quad (2)$$

де  $\mathbf{U}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}(\mathbf{x}) e^{-i\omega t}$  - вектор зміщень,  $t$  - час,  $\lambda$ ,  $\mu$  і  $\rho$  - постійні Ламе і густина матеріалу,

тура якої наведена на рис. 1. Вона містить чотири основні складові, які перед кожним варіантом обчислення встановлюються у певний початковий стан та налаштовуються на необхідний режим роботи.

Модель зондуєчих сигналів налаштовується на кут зондування і на конкретну частоту та

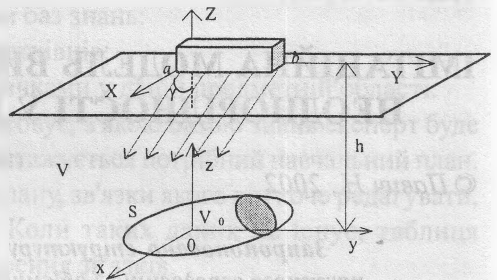


Рис.2. Геометрія ультразвукового зондування

які вибираються для конкретного середовища,  $\Delta$  – оператор Лапласа,  $\omega$  – кругова частота зондування,  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  – декартові координати із початком відліку всередині неоднорідності (рис.2).

Прикладене навантаження збуджує в середовищі хвильове поле  $\mathbf{u}^i(\mathbf{x})$ , представлення якого побудовано, використовуючи перетворення Фур'є за координатами  $x, y$  рівняння Ламе (2) та граничну умову (1) [4], де враховуються і релеєвські хвилі, і об'ємні хвилі поздовжнього та поперечного типу.

Розсіяне неоднорідністю поле  $\mathbf{u}^s(\mathbf{x})$  задовольняє умови випромінювання В.Д. Купрадзе, які повністю характеризують поведінку розв'язків рівнянь Ламе у хвильовій зоні розсіювача. З цих умов випливає [6]

$$\mathbf{u}^s(\mathbf{x}) = -(4\pi r)^{-1} \sum_{A=L,T} e^{ik_A r} \mathbf{f}^A(\omega; l, \mathbf{v}) + O(r^{-2}), \quad (r = |\mathbf{x}| \rightarrow \infty),$$

де  $\mathbf{f}^A(\omega; l, \mathbf{v})$  – комплексна векторна амплітуда (діаграма) розсіяння поздовжніх та поперечних хвиль;  $\mathbf{v} = \mathbf{x}/r$  – напрямок спостереження;  $l = (l_1, l_2, l_3)$  – напрямок зондування;  $k_A$  – хвильове число, пов'язане із швидкістю  $c_A$ ; індекс  $A = L$  відповідає поздовжнім, а індекс  $A = T$  – поперечним об'ємним хвилям.

Неоднорідність моделюється порожниною, абсолютно жорстким або пружним включенням, так що виконуються наступні граничні умови:

$$\mathbf{t}(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in S, \quad \text{для порожнини;}$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in S, \quad \text{для абсолютно жорсткого включення;}$$

$$(\mathbf{u}(\mathbf{x})) = (\mathbf{u}(\mathbf{x}))_1, \quad (\mathbf{t}(\mathbf{x})) = (\mathbf{t}(\mathbf{x}))_1, \quad \mathbf{x} \in S, \quad \text{для пружного включення,} \quad (5)$$

де  $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)$  – напрямок зовнішньої нормалі до поверхні неоднорідності  $S$ ;  $\mathbf{t} = \mathbf{t}^* + \mathbf{t}^1$  – вектор зусиль на поверхневому елементі з нормаллю  $\mathbf{n}$ ; символами  $(\cdot)_1, (\cdot)$  позначено граничні значення на  $S$  відповідно із середини та зовні  $S$ ;  $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}^s(\mathbf{x}) + \mathbf{u}^i(\mathbf{x})$  – повне поле зміщень.

Розв'язання прямої задачі розсіяння полягає у визначенні поля зміщень пружного середовища  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ , коли задано падаюче поле  $\mathbf{u}^i(\mathbf{x})$ , поверхня перешкоди  $S$  та контактні (граничні) умови на  $S$ .

Для моделювання взаємодії зондуючої хвилі з локальною неоднорідністю та для визначення поля зміщень пружного середовища використовується  $T$ -матричний метод [4, 7].

Вихідні результати моделі пружного середовища з об'ємними неоднорідностями пропонується розглядати як розв'язок окремої прямої задачі розсіяння та як вихідні для оберненої задачі розсіяння – визначення форми неоднорідності, оскільки дозволяють перевіряти правильність запропонованих методів, алгоритмів та програм для розв'язання останньої.

Програма визначення форми неоднорідності реалізовує розв'язок оберненої задачі розсіяння та формує інформацію про характеристики дефекту. Задача відтворення форми неоднорідності у пружному середовищі своєю метою ставить визначення по-

верхні  $S$ , коли задано падаюче поле  $u^i(x)$ , контактні умови на  $S$  та амплітуди розсіяння  $f^s(\omega; l, \nu)$ , отримані на наборі частот зондування при напрямках зондування  $l$  та напрямках спостереження  $\nu$ . Таким чином, вхідними даними для цієї програми є вхідні дані моделі зондуючих сигналів (напрямок та частота зондування), одна з умов (3)-(5) та комплексна амплітуда розсіяння. Для тестування методів та алгоритмів відтворення форми неоднорідності амплітуду розсіяння можна визначити в моделі пружного середовища. У загальному випадку, коли форма поверхні неоднорідності невідома, невідомим є і розподіл зміщень або напружень на поверхні неоднорідності. Використання  $T$ -матричного методу приводить до значних обчислювальних та часових витрат. У цьому випадку пропонується використовувати наближені значення полів на поверхні неоднорідності і за вхідні дані брати асимптотики амплітуд розсіяння [2], ґрунтуючись на певних обмеженнях щодо діапазонів частот (високочастотний чи низькочастотний) і напрямків зондування та спостереження, а саме, напрямки спостереження є оберненими до напрямків зондування:  $\nu = -l$ . Ось чому схема ультразвукового контролю була вибрана моностатичною.

Для конструктивного визначення форми поверхні неоднорідності, в залежно від вхідних даних, програма використовує наступні методи та алгоритми:

- асимптотичний метод визначення форми поверхні замкненої неоднорідності типу порожнини або абсолютно жорсткого включення в області високих частот зондування, що ґрунтується на алгоритмі відображення точок поверхні розсіювача на точки гауссової сфери з подальшим визначенням відповідних рівнянь опорних площин [5];
- чисельно-аналітичні алгоритми дистанційного визначення форми зіркового розсіювача типу порожнини або пружного включення, використовуючи дані моностатичного низькочастотного розсіяння ультразвукових хвиль, ґрунтуючись на схемах розв'язування нелінійних некоректних задач, а саме на методі Ньютона - Канторовича та принципі ітеративної регуляризації [3, 8].

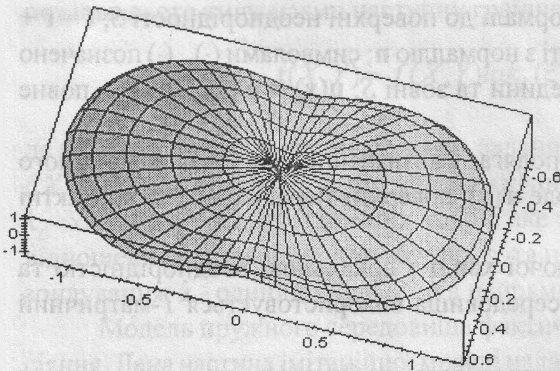


Рис.3. Приклад форми порожнини

та отриманими за результатами обчислень характеристиками дефекту на виході програми визначення форми неоднорідності.

Наприклад, на рис.3 зображена порожнина, поверхня якої описується рівнянням через поліноми Лежандра :

$$r = r(\theta) = 1 - 0,4P_2(\cos\theta) - 10^{-3}[P_4(\cos\theta) - P_6(\cos\theta)], \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi.$$

На рис. 4 показано результати відтворення поперечного перерізу поверхні даної порожнини, використовуючи чисельно-аналітичний алгоритм, що ґрунтується на квазі-ньютонівському методі з процедурою ітеративної регуляризації [8], при  $k_L = m - 1$ ,  $\gamma_n = 1/(1 + 0,5n)$  ( $m$  - одиниця довжини),  $u^i(x) = le^{ik_L(l, x)}$ ,  $l = (\sin\theta_l, 0, \cos\theta_l)$ ,  $\theta_l = \arccos[2i/(N_l$

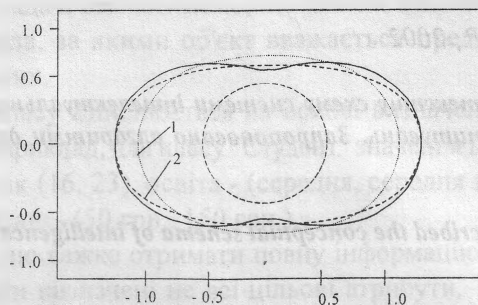


Рис. 4. Приклад відтворення поперечного перерізу порожнини

+ 1) - 1)] ( $N_l$  - кількість напрямків зондування). Нульове наближення (на рисунку показано пунктирною лінією) відповідає сфері радіуса  $0,5m$ ; істинну криву показано суцільною лінією; крива 1 отримана після 3 ітерацій ( $n = 3$ ), а крива 2 відповідає значенню  $n = 4$ ; причому кількість напрямків зондування  $N_l = 1$ :  $\theta_1 = 0$ ;  $\theta_2 = \pi/2$ .

Експертна оцінка показує можливість забезпечення розбіжностей характеристик менше 5%.

Запропонована імітаційна модель забезпечує комплексне розв'язування задачі визначення форми поверхні об'ємної неоднорідності, яка міститься у пружному середовищі. Це створює передумови для вдосконалення існуючих та створення нових засобів неруйнівного контролю.

1. Дьяконов В.П. Математическая система Maple V R3/R4/R5. - М.: Солон, 1998. - 400 с.
2. Ємець В.Ф. Моделювання та інтерпретація даних розсіяння ультразвуку локальними об'єктами. - Львів: Фенікс, 2001. 254 с.
3. Ємець В.Ф., Павич Н.Я. Алгоритм ідентифікації форми пружної неоднорідності на основі методу ітеративної регуляризації // Вісн. ДУ "Львівська політехніка" / 1998.- №351.- С.160-164.
4. Ємець В.Ф., Павич Н.Я. Моделювання процесу ультразвукового контролю пружних тіл з дефектами типу порожнин. // Зб. наук. праць Інституту проблем моделювання в енергетиці НАНУ.- К.: 2001.-Вип. 7.- С.166-171.
5. Ємець В.Ф., Павич Н.Я. Сферичний образ замкненої неоднорідності в пружному тілі та алгоритм її розпізнавання // Вісн. ДУ "Львівська політехніка" / 2000.-№398.-С.79-83.
6. Купрадзе В.Д., Гегелія Т.Г., Башелейшвили М.О. и др. Трёхмерные задачи математической теории упругости.- М.: Наука, 1976.- 663 с.
7. Магус В., Павич Н., Грилицький М. Моделювання процесу поширення ультразвукових хвиль в пружному півпросторі з порожниною // Вісн. ДУ "Львівська політехніка" / 1999.- №370.- С.60-67.
8. Павич Н.Я. Метод дистанційного визначення форми порожнини в пружному середовищі // Зб. наук. праць Інституту проблем моделювання в енергетиці НАНУ/ К. 2000.-Вип. 6.- С.182-185.