

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТЕРМОЕЛАСТИЧНОГО ЕЛЕМЕНТА РІДИННОГО АКТЮАТОРА

© Теслюк В. М., Денисюк П. Ю., 2004

Запропоновано математичну модель терморідинного актюатора для проектування на функціонально-логічному рівні. Використано метод Рунге-Кутта для розв'язання задачі з визначення термопереміщень. Наведені результати залежностей вихідних характеристик від геометричних параметрів пружного елемента терморідинного актюатора.

In this paper mathematical model of thermo-fluidic actuator for design on functionally-logic level is presented. Runge-Kut method for solving thermal strains is used. Results of functional dependences of input characteristics on geometrical parameters of elastic elements of thermo-fluidic actuator are carried out.

Вступ. Номенклатура інтегральних мікроелектромеханічних систем (MEMS), які виготовляють за сучасною технологією є дуже різномірною (рис. 1) [1]. Впливають на формування ситуації на ринку мікросистем не лише ринкові і технологічні чинники, але і стандартні підходи до виготовлення, що історично склалися. Наприклад, в США переважна більшість компаній виготовляють мікрокомпоненти на базі технологій мікроелектроніки, тоді як європейські та японські фірми використовують альтернативні технології (LIGA [2], точна механіка [3], різні варіанти лазерних технологій [3]). Історичний розвиток мікроелектромеханічних систем розпочався в автомобілебудуванні [4]. Тому нині значну частку ринку мікросистем становлять давачі прискорення і тиску, які пізніше почали використовувати в аерокосмічній промисловості, робототехніці тощо. В автомобілебудуванні мікропристрої використовують у системах безпеки автомобіля, елементах активної підвіски, системах контролю тиску робочої суміші та її дозування, давачах тиску тощо.

Один з найперспективніших напрямків на ринку мікропристроїв займають мікрогідрравлічні системи.

За даними корпорації System Planning Corporation частка мікрогідрравлічних пристроїв в загальному обсязі продажу мікроелектромеханічних систем в 1996 р. становила 19%, а в 2005 р. за прогнозом частка подібних пристроїв різко зростає і досягне 39%. При такому обігу коштів, частка цього сектора буде більшою в 7–10 разів, ніж в 1996 р. і в 2005 р. становитиме наближено 4,5 млрд доларів США.



Рис. 1. Частка від загального обсягу продажів різних типів мікросистем в 1996 р. і 2005 р. (прогноз) за даними System Planning Corporation [4]

При зменшенні розмірів інтегральних пристроїв одним з напрямків, який сьогодні надзвичайно активно розвивається, є розробка та виготовлення теплових актюаторів [4]. Аналіз цих пристроїв дозволяє стверджувати, що теплові актюатори можуть створювати порівняно великі сили, але немає

конструкції, яка б давала змогу це зробити з позиції ефективного використання енергії. Результат стає кращим під час збільшення різниці між коефіцієнтами теплового розширення α і при більшому перепаді температури ΔT , однак коефіцієнт корисної дії (ККД), що досягається, все одно залишається малим. Гази і рідини мають набагато більший коефіцієнт теплового розширення, ніж тверді тіла, і це можна використати в термопневматичних та термо-рідинних мікроактюаторах.

Основні переваги теплових мікроактюаторів:

- простота конструкції, робочими елементами є резистори, які досить просто виготовити за допомогою групових технологій;
- розміри інтегральних пристроїв розміщені в мікродіапазоні, де виконується формула Фур'є (швидкодія при зменшенні розмірів зростає квадратично);
- як активні елементи використовуються практично будь-які матеріали, які окрім різних коефіцієнтів розширення володіють достатньою міцністю. Звичайно як нагрівальний елемент використовують резистори хвилеподібної форми, які можна досить легко виготовити з використанням тонко- або товстоплівкової технологій.

До недоліків теплових актюаторів можна зарахувати такі:

- нагрівальний елемент потребує дуже багато енергії, тобто невисокий ККД пристроїв такого типу;
- нагрівальний елемент необхідно охолоджувати, щоб повернути актюатор у початкове положення.

Опис конструкції терморідинного актюатора. Конструкція терморідинного актюатора зображена на рис. 2. Вона включає, як правило, кремнієву основу, в якій зроблено отвір. В отворі розміщено рідину та нагрівальний елемент. Отвір закритий тонкою мембраною.

Принцип дії цього актюатора такий. Під час нагрівання рідини нагрівальним елементом вона розширюється в об'ємі і тисне на тонку мембрану, яка, своєю чергою, деформується, тобто виконує механічне переміщення.

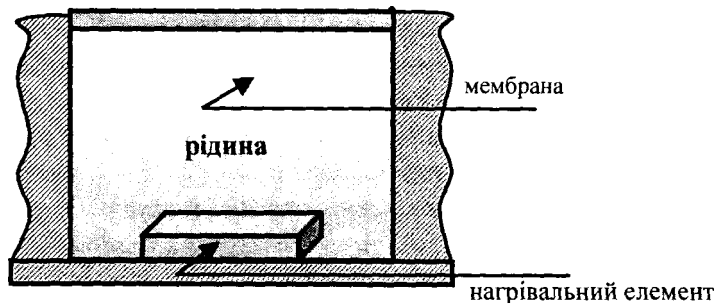


Рис. 2. Конструкція рідинного термоактюатора

Математична модель. Математична модель термоактюатора об'єднує розв'язання двох послідовних підзадач. Перша підзадача призначена для визначення сили, з якою тисне рідина на тонку пластину під час нагрівання від температури T_1 до T_2 .

Отже, сила, з якою тисне рідина на тонку пластину, визначається з виразу

$$F = PS, \quad (1)$$

де F – сила, Н/м²; P – тиск, Н; S – площа мембрани, м².

Оскільки конструкція актюатора є заданою, то площа мембрани – відома величина. Враховуючи припущення, що рідина є ідеальний газ, то нове значення тиску визначаємо з виразу [5, 6, 7, 8]

$$P = (\gamma - 1)\rho e, \quad (2)$$

$$e = C_v(T_2 - T_1), \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v},$$

де C_p – питома теплоємність при постійному тиску; C_v – питома теплоємність при постійному об'ємі; T_1 – початкове значення температури рідини; e – внутрішня енергія одиниці маси рідини; ρ – густина рідини.

Для рідин, які неможливо вважати ідеальним газом, необхідні співвідношення стану, що можна задати у вигляді таблиць та графічних залежностей.

Після визначення значення сили, з якою тисне рідина на пластину при температурі T_2 , необхідно розв'язати задачу для визначення деформацій та напружень у тонкій пластині. Приклад такої конструкції зображено на рис. 3. Розподіл сили є рівномірний, а її краї жорстко защемлені на краях ділянки моделювання.

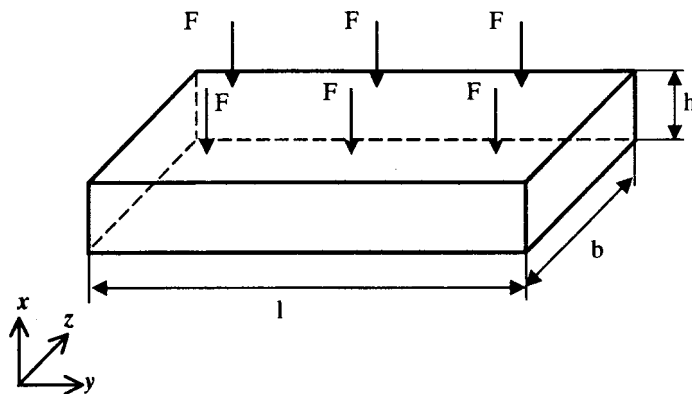


Рис. 3. Конструкція пластини та розподіл сили

У цьому актюаторі мембрана вигинається під впливом температури та тиску рідини. Згідно з теорією термонапружень виразимо відхилення мембрани в актюаторі як функцію від температури. Оскільки конструкція є осесиметричною та тонка пластинка прямокутної форми, то задачу можна дещо спростити, а саме: розглядати конструкцію, яку зображено на рис. 4. На рис. 4 зображено частину двовимірної структури пружного елемента термоактюатора.

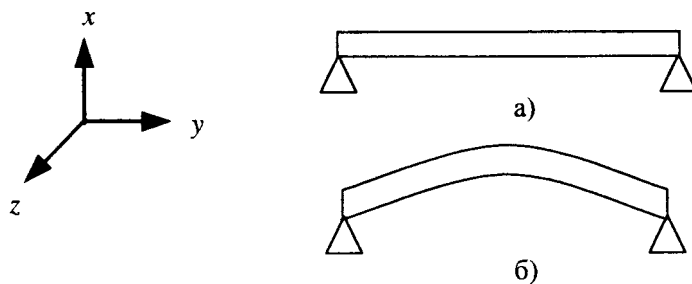


Рис. 4. Конструкція базового термоеластичного елемента (мембрани) терморідинного актюатора:
а) – без прикладання сили, б) – під дією сили

Отже, для визначення максимального переміщення термоеластичного елемента актюатора з врахуванням наведених вище припущень необхідно розв'язати рівняння в часткових похідних [9]:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 v}{dx^2} \right) + P \frac{d^2 v}{dx^2} = F \quad (3)$$

де E – модуль пружності; I – момент інерції; P – тиск; v – переміщення; F – сила.

Функція $V(x)$ – це стійкий стан відхилення еластичного стрижня на рис. 5 в площині x - y . Припустимо, що в площині y - z не відбувається ніякого руху. Рівність (3) містить значення тиску P , яке є пропорційною величиною до напруження в стрижні. Навантаження на пластину буде результатом теплового тиску. Взагалі навантаження F може бути зображено виразом

$$F = p(x) - \frac{d^2 M_{Tz}}{dx^2}, \quad (4)$$

де F – сила; $p(x)$ – навантаження; M_{Tz} – момент сили.

Функція $p(x)$ навантаження, яке обумовлене не впливом теплового тиску. Наприклад, це може бути гравітаційне навантаження, незважаючи на те, що в МЕМС такий вплив має бути незначним. У такому випадку це є тиск, який виникає внаслідок нагрівання рідини.

M_{Tz} зобразимо як:

$$M_{Tz} = \int_A \alpha E T y dA \quad (5)$$

де інтеграл A – область, цілочислового інтегрування за перерізом. Припущення, що стрижень не рухається в площині $y-z$, вимагає, щоб аналогічний термін M_{Ty} був визначений, як:

$$M_{Ty} = \int_A \alpha E T z dA \quad (6)$$

але він є нульовим.

Якщо припустимо, що $p(x) = 0$, а T та жорсткість пластини є константи, то відхилення буде визначатися з рівняння, яке наведено нижче

$$\frac{d^4 v}{dx^4} + k^2 \frac{d^2 v}{dx^2} = 0, \quad (7)$$

де

$$k^2 = \frac{P}{EI}. \quad (8)$$

На кінцях стрижня встановлено такі крайові умови:

$$v(0) = v(L) = \frac{d^2 v}{dx^2}(0) = \frac{d^2 v}{dx^2}(L) = 0. \quad (9)$$

де L – довжина.

У мембрані актюатора термонапруження, які виникають, є залежними від температури. Отже, напруження в термоеластичному матеріалі залежить від натягу і температури. Припустимо, що кінці стрижня не переміщуються, тоді можна використати відношення Ньюмана, щоб обчислити P . Використовуючи закон Пуассона, запишемо [9]

$$P = \alpha A E (T - T_0) \quad (10)$$

Розв'язання задачі (3, 4) разом з крайовими умовами (9) здійснювали за допомогою методу Рунге-Кутта. Результати моделювання терморідинного актюатора показані на рис. 6–11.

Результати моделювання

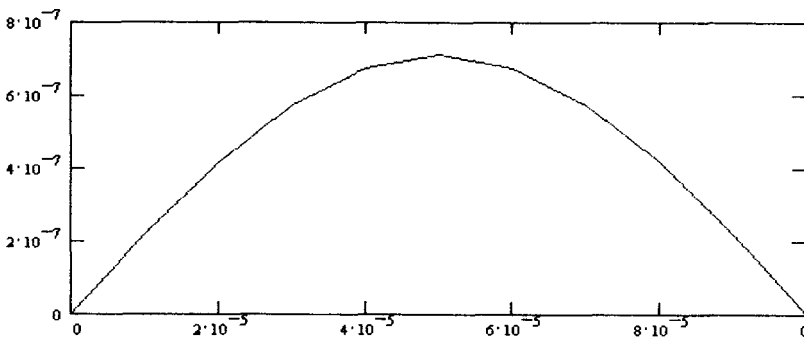


Рис. 6. Залежність прогину від координати ($L=100$ мкм, $\Delta T=50^\circ\text{C}$, Si)

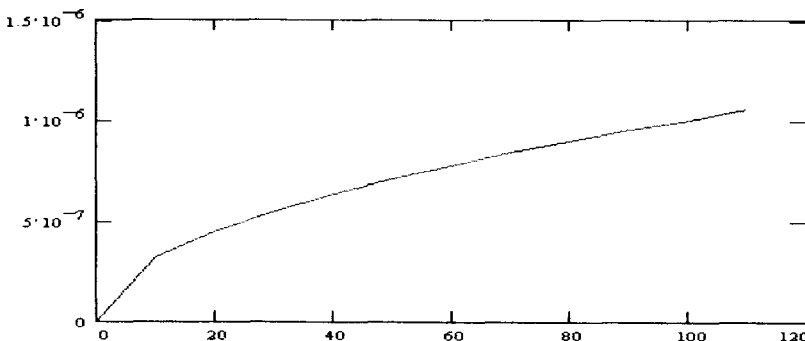


Рис. 7. Залежність максимального прогину від координати перепаду температури ($L=100$ мкм, Si)

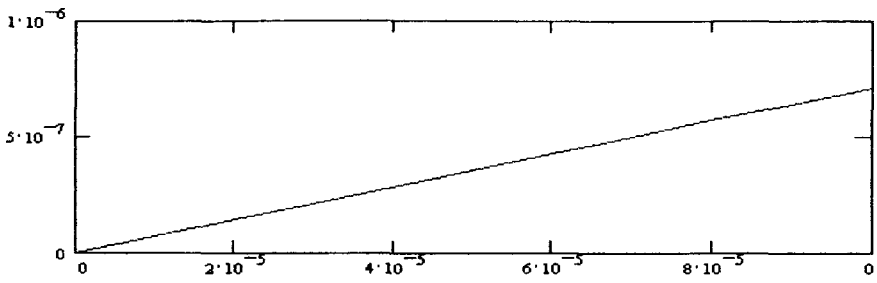


Рис. 8. Залежність максимального прогину від L ,

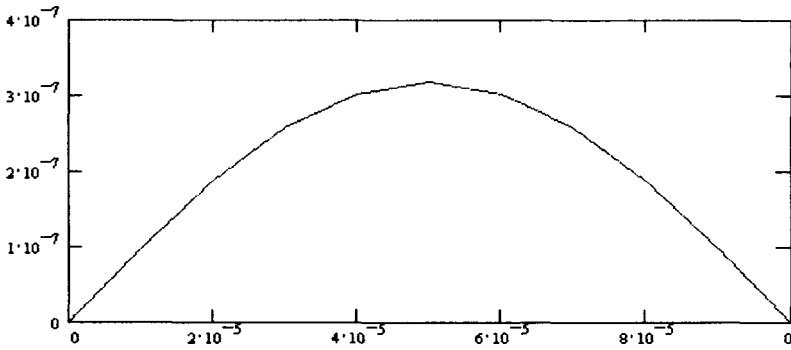


Рис. 9. Залежність прогину від координати ($L=100 \text{ мкм}$, $\Delta T=50^\circ\text{C}$, SiO_2)

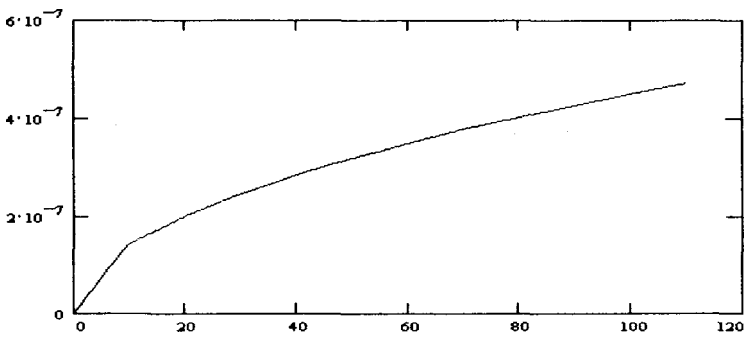


Рис. 10. Залежність максимального прогину від координати перепаду температури ($L=100 \text{ мкм}$, SiO_2)

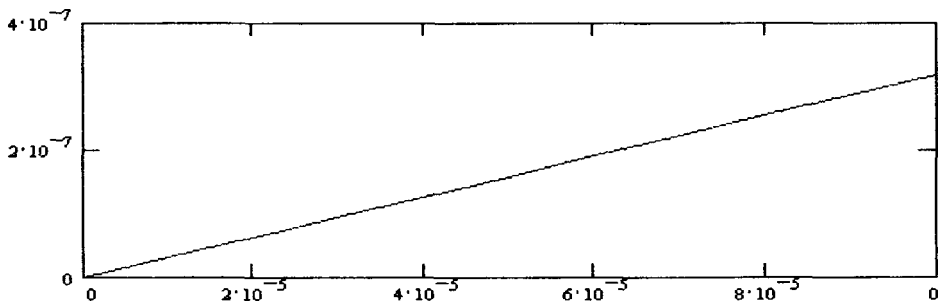


Рис. 11. Залежність максимального прогину від L , SiO_2

Отримані результати дають можливість стверджувати:

1. Виготовлення мембрани термоактюатора з кремнію порівняно з виготовленням даної мембрани з двооксиду кремнію SiO_2 дозволяє збільшити більш як в 2 рази податливість пружного елемента електромеханічного пристрою при створенні однакової величини навантаження.
2. Зростання довжини пружного елемента рідинного термоактюатора дає змогу значно збільшити його функціональні можливості (максимальний прогин).

Висновки. Отже, в роботі розроблена математична модель для аналізу роботи терморідного актюатора на функціонально-логічному рівні проектування.

1. <http://www.sysplan.com/>. 2. Menz, Wolfgang; Mohr, Jürgen: *Mikrosystemtechnik für Ingenieure*. VCH, Weinheim, New York, Basel, 2. Aufl. (1997). 3. Wagner, Hans-Joachim *Entwicklung von Technologien zur Herstellung von piezoelektrisch angeregten mikroelektromechanischen Resonatorstrukturen in Silizium und Quarz*. Shaker, Aachen (1995). 4. http://www.eecs.umich.edu/~jchae/pdf/Sirius_abstract.pdf. 5. Флетчер К. *Вычислительные методы в динамике жидкостей. Том 1.* – М.: Мир, 1991, – с. 37 – 41. 6. Флетчер К. *Вычислительные методы в динамике жидкостей. Том 2.* – М.: Мир, 1991, – с. 423 – 430. 7. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер П. *Вычислительная гидромеханика и теплообмен. Том 2.* – М.: Мир, 1990, – с. 550 – 559. 8. Латин Ю. В., Стрелец М. Х., *Внутренние течения газовых смесей.* – М.: Наука, 1989 – 38 с. 9. Б. Боли и Дж. Уэйнер. *Теория температурных напряжений. Пер. с англ. Ж. С. Сисляна и Б. Ф. Шорра/ Под ред. Э. И. Григолоука.* – М.: Мир, 1964.

УДК 517.513: 539.3: 935.3

В.Г. Горопацький¹, А.Ф. Обшта², М.Г. Стащук³

¹ДП “НДІ ”Система””

²Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра обчислювальної математики

³Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка
НАН України, м. Львів

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ ВЗАЄМОВПЛИВУ РОБОЧИХ СЕРЕДОВИЩ, КОНСТРУКЦІЙ ТА ЕЛЕМЕНТІВ ДАВАЧІВ ПІД ЧАС ФІЗИКО-ХІМІЧНИХ ВИМІРЮВАНЬ

© Горопацький В.Г., Обшта А.Ф., Стащук М.Г., 2004

Запропоновано аналітичний підхід до врахування впливу фізико-механічних характеристик металу давача та фізико-хімічних характеристик середовища на достеменність показів засобу вимірювальної техніки під час вимірювання. Наведено результати досліджень, виконаних на основі запропонованого підходу.

An analytical approach for taking into account the influence of the metal physical and mechanical characteristics of the sensor and the environment physical and chemical characteristics on the accuracy of measuring technique means work during the measurements of electric field of electricity conducting constructions is proposed. The research results that are done on the basis of proposed approach are presented.

Вступ. Засоби вимірювальної техніки та діагностики використовуються зазвичай в складних робочих умовах: впливу електромагнітного, температурного полів, фізико-хімічних факторів середовища, дії механічних навантажень тощо. Первинні перетворювачі (або давачі), які є основними функційними елементами цих приладів, перебувають під дією означених чинників. Крім того, ці елементи виготовлені з металу, тобто вони мають свої фізичні, механічні властивості, вони здатні кородувати тощо. Все це спричинює появу додаткових збурень під час вимірювань (діагностування). Однак існуючі методики проведення вимірювань не враховують взаємодії металу й середовища, що, на наш погляд, є суттєвим недоліком.

У статті описані результати досліджень [1–8], які підтверджують необхідність врахування означених аспектів для визначення достеменності показів вимірювально-діагностичної апаратури.