

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ІНТЕГРАЛЬНОГО ЄМНІСНОГО СЕНСОРА

© Теслюк В. М., Лобур М. В., Раєвський П. Ю., Денисюк П. Ю., 2004

Запропоновано математичну модель інтегрального ємнісного сенсора. Для розв'язання рівнянь в часткових похідних використано метод скінчених різниць. Наведені результати залежності вихідних характеристик від геометричних параметрів мікросенсора та діелектричної проникності зовнішнього середовища.

In article mathematical model for integral capacitive sensor is proposed. For solving differential equation finite differences method is used. Dependences of output characteristics from geometrical parameter of microsensor and environment permittivity are presented.

Вступ. Бурхливий розвиток сучасних мікроелектронних технологій та мікромініатюризація механічних пристроїв спричинили створення якісно нових інтегральних пристроїв – мікроелектромеханічних систем (МЕМС) [1–5]. Особливістю цих пристроїв є те, що на одному напівпровідниковому кристалі виготовляються за інтегральною груповою мікроелектронною технологією як мікропроцесорна частина пристрою (мікропроцесор, система керування), так і механічні рухомі складові мікроелектромеханічної системи (сенсори та актюатори). Тому розробка математичних моделей інтегральних сенсорів під час моделювання та проектування МЕМС є актуальною задачею сьогодення.

Конструкція інтегрального сенсора ємнісного типу. Приклад конструкції інтегрального сенсора ємнісного типу зображено на рис.1. Виготовляти відповідну конструкцію сенсора за допомогою мікроелектронних технологій не є складно і це детально описано в літературі [6–10]. Виготовляють такий пристрій на діелектрику, а провідником використовують метал або сильно легований напівпровідник. У загальному випадку цей сенсор є конденсатором, ємність якого залежить не лише від конструкції, але і від діелектричної проникності речовини, яка розміщена між та над його обкладками [11–13]. Тому контроль фізичних властивостей речовини проводиться саме на основі цього параметра.

Математична модель. Зробимо переріз інтегрального сенсора за перерізом А-А. Приклад цього перерізу показано на рис. 2. Згідно з отриманим перерізом для визначення розподілу потенціалу та напруженості електричного поля використовується рівняння Лапласа [11–13].

$$\Delta U(x, y) = \frac{d^2 U(x, y)}{dx^2} + \frac{d^2 U(x, y)}{dy^2} = 0, \quad (1)$$

$$\vec{E} = -\text{grad}U(x, y),$$

де $U(x, y)$ – значення електростатичного потенціалу в точці з координатами x, y ; $E(x, y)$ – значення електричного поля в точці з координатами x, y ; x, y – просторові координати.

З крайовими умовами

$$\frac{dU(x, y)}{dx} = \frac{dU(x, y)}{dy} = 0, \quad (2)$$

$$U(x, y) = U_0(x, y) \text{ при } U(x, y) \in A,$$

$$U(x, y) = -U_0(x, y) \text{ при } U(x, y) \in B.$$

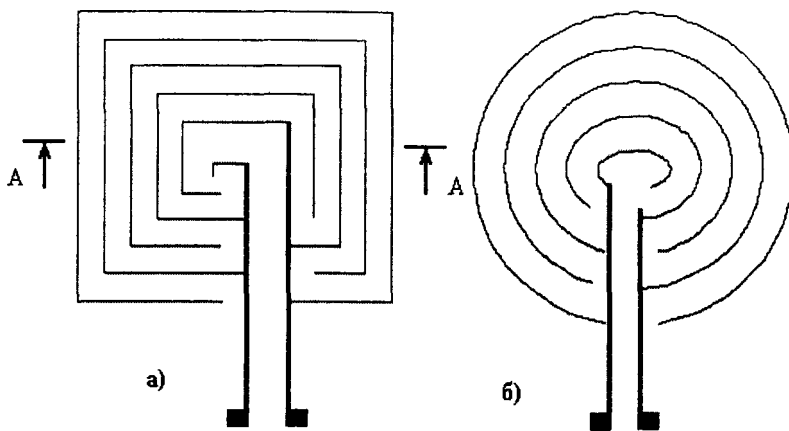


Рис. 1. Приклади можливих конструкцій інтегральних ємнісних сенсорів у формі еквідистантної спіралі Архімеда

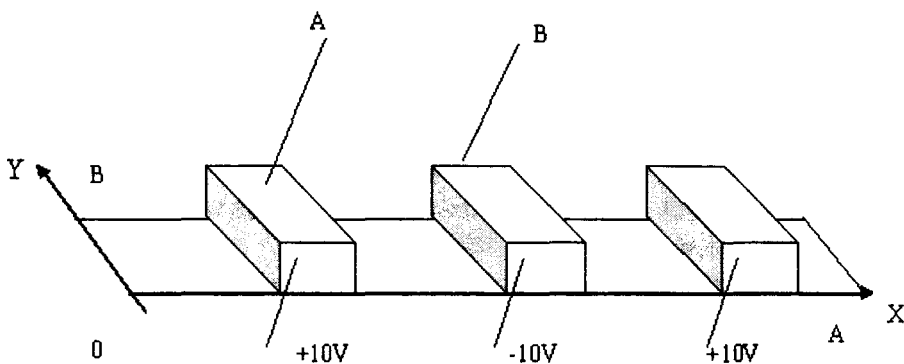


Рис. 2. Приклад перерізу конструкції сенсора А-А

Для визначення ємності інтегрального сенсора використовується формула (рис.3):

$$C_{\text{сумарне}} = C_1 + C_2, \quad (3)$$

$$C_2 = \epsilon_0 \epsilon_{\text{сеп}} \frac{S_2}{L + L_1}, \quad C_1 = \epsilon_0 \epsilon_{\text{сеп}} \frac{S_1}{L},$$

$$C_{\text{сумарне}} = \epsilon_0 \epsilon_{\text{сеп}} \left(\frac{S_2}{L + L_1} + \frac{S_1}{L} \right),$$

де $C_{\text{сумарне}}$, C_1 , C_2 – ємність сенсора, ємність бічної та плоскої поверхні сенсора, відповідно; L , L_1 – відстань між електродами та ширина електрода; S_1 , S_2 – площа бічної поверхні та плоскої поверхні сенсора; ϵ_0 , $\epsilon_{\text{сеп}}$ – діелектрична стала середовища.

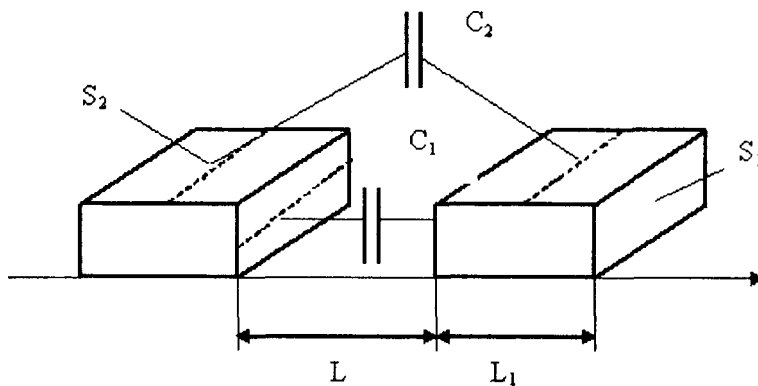


Рис. 3 Конструкція сенсора для визначення ємності

Застосування методу скінченних різниць до розв'язання задачі. Для розв'язання задачі (1)–(2) використовується метод скінченних різниць [14–16]. На першому етапі розв'язання задачі необхідно область моделювання покрити сіткою. Приклад такого покриття показано на рис. 4. У результаті оперуємо значення функції у вузлах ділянки моделювання, які змінною i будемо позначати номер вузла по координаті x , а по координаті y – j . Не важко переконатися, що для вузла (i, j) :

$$\begin{aligned} U_{i,j} &= U(i\Delta x, j\Delta y), \quad U_{i+1,j} = U((i+1)\Delta x, j\Delta y), \\ U_{i-1,j} &= U((i-1)\Delta x, j\Delta y), \quad U_{i,j-1} = U(i\Delta x, (j-1)\Delta y), \\ U_{i,j+1} &= U(i\Delta x, (j+1)\Delta y). \end{aligned} \quad (4)$$

Апроксимацію похідних у рівнянні (1) проведемо за допомогою таких скінченно-різницевих апроксимацій [14–16]:

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{U_{i+1,j} - 2U_{i,j} + U_{i-1,j}}{\Delta x^2}, \quad (5)$$

$$\frac{d^2U}{dy^2} = \frac{U_{i,j+1} - 2U_{i,j} + U_{i,j-1}}{\Delta y^2}, \quad (6)$$

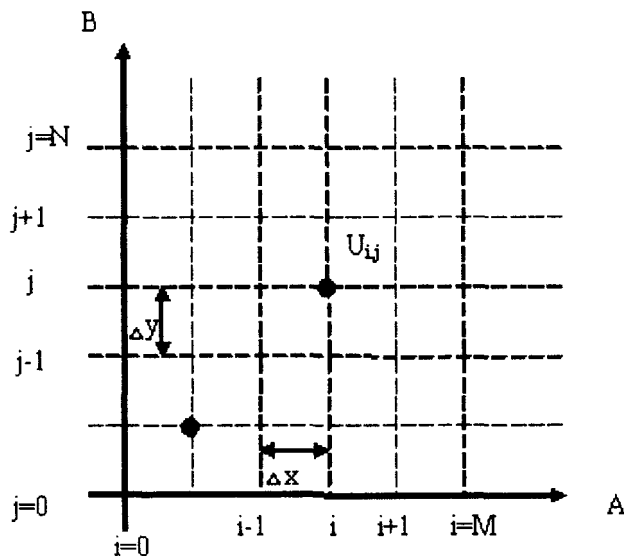


Рис. 4. Приклад покриття сіткою області моделювання

Підставимо (5)–(6) в рівняння Лапласа (1) і, в результаті, отримуємо

$$\frac{U_{i+1,j} - 2U_{i,j} + U_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{U_{i,j+1} - 2U_{i,j} + U_{i,j-1}}{\Delta y^2} = 0, \quad (7)$$

При $\Delta x = \Delta y$ рівняння (7) можна переписати в такому вигляді, попередньо домноживши праву та його ліву частини на Δx :

$$U_{i,j} = \frac{1}{4}(U_{i+1,j} + U_{i-1,j} + U_{i,j+1} + U_{i,j-1}). \quad (8)$$

У кожному вузлі ділянки моделювання справедливе рівняння (7). Це рівняння використовується для усіх внутрішніх вузлів.

Для вузлів, які розміщені на межі ділянки моделювання, слід враховувати крайові умови (2).

Зокрема скінченно-різницеві аналоги цих крайових умов:

$$\frac{dU}{dx} = \frac{U_{i+1,j} - U_{i-1,j}}{2\Delta x} = 0, \quad \frac{dU}{dy} = \frac{U_{i,j+1} - U_{i,j-1}}{2\Delta y} = 0. \quad (8)$$

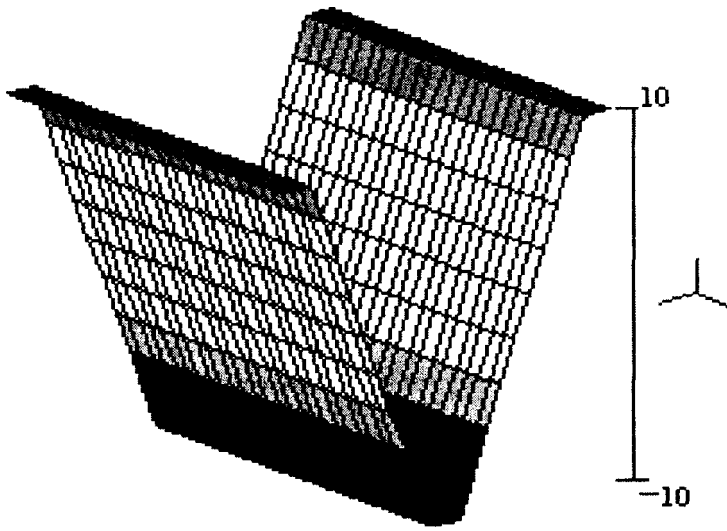


Рис. 5. Розподіл потенціалу між елементами інтегрального ємнісного сенсора

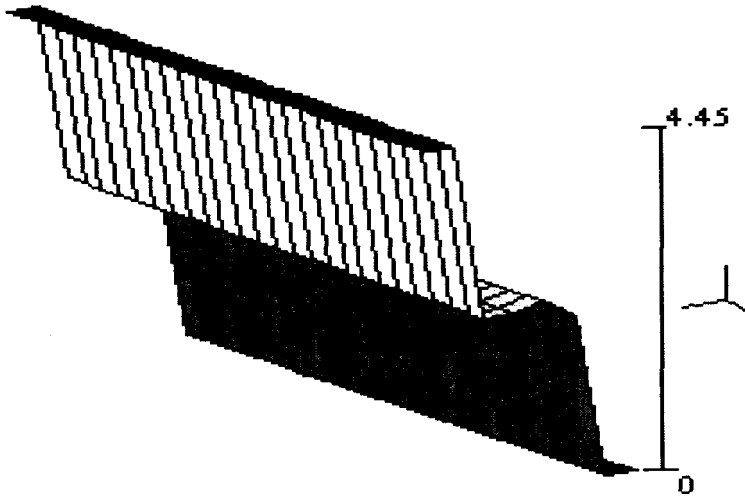


Рис. 6. Розподіл напруженості електричного поля між елементами інтегрального ємнісного сенсора

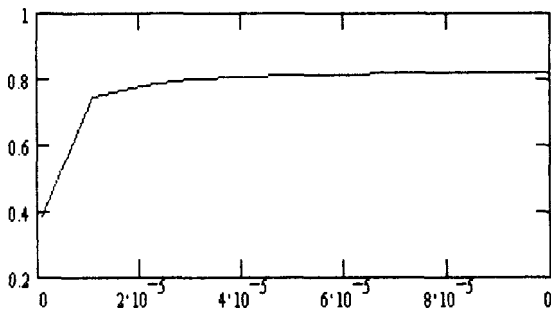


Рис. 7. Залежність зміни відносної ємності ($C_{\text{сумарне}} / C_2$) від відстані між електродами (L)

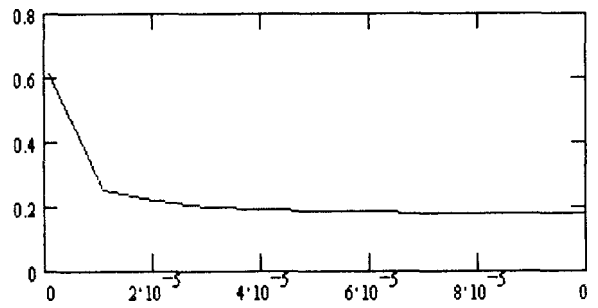


Рис. 8. Залежність зміни відносної ємності ($C_{\text{сумарне}} / C_1$) від відстані між електродами (L)

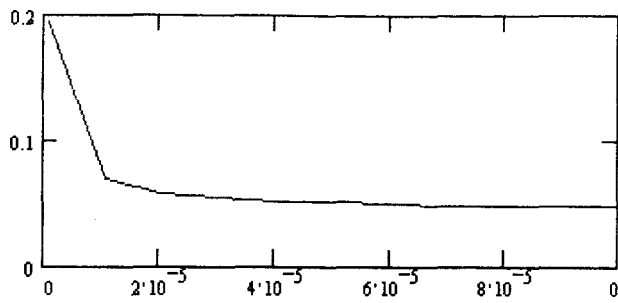


Рис. 9. Залежність зміни ємності сенсора ($C_{\text{сумарне}}$) від відстані між електродами (L)

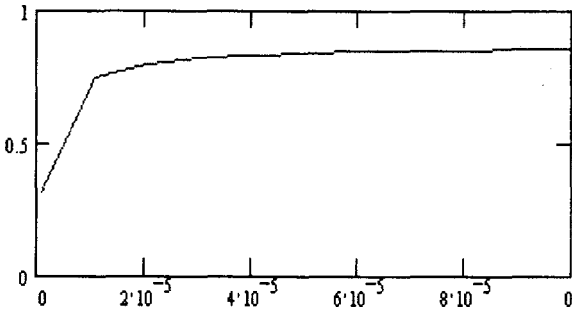


Рис. 10. Залежність зміни відносної ємності ($C_{\text{сумарне}} / C_2$) від ширини електродів (L_1)

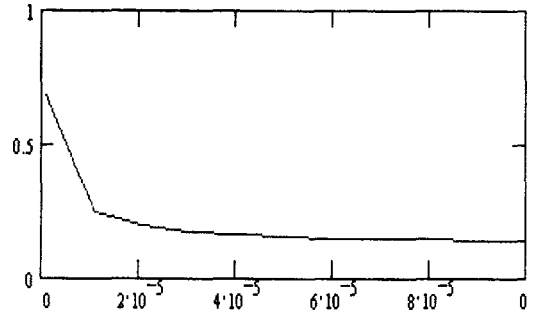


Рис. 11. Залежність зміни відносної ємності ($C_{\text{сумарне}} / C_1$) від ширини електродів (L_1)

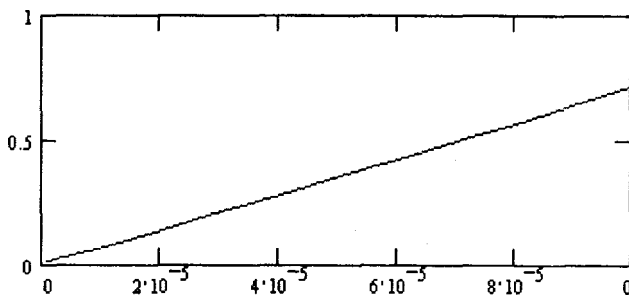


Рис. 12. Залежність зміни ємності сенсора ($C_{\text{сумарне}}$) від ширини електродів (L_1)

1. Gupta R.K., Zorian Y. *Introducing in Core-Based System Design //Design & Test of Computer*, Oct/Dec, 1997. 2. Muller, R. S. and K. Y. Lau, "Surface-Micromachined Microoptical Elements and Systems," in *Integrated Sensors, Microactuators, Microsystems (MEMS)*, Vol.86, No. 8, Aug. 1998. 3. Pister, K. S. J., et al., "Microfabricated Hinges", *Sensors and Actuators*, Vol. A33, No 3, June 1992. 4. R. Jacob Baker, Harry W. li, Daxid Bouce. *CMOS: Circuit Design, layout and Simulation*. John Wiley and Sons publishers. 1988, 902 p. 5. Maluf, Nadim *An introduction to microelectromechanical system engineering //Library of Congress Cataloging-in-Publication Data*. 6. Зи С. *Технология СБИС*. – М, – 1986. 1, 2 т. 7. Маллер Р., Кейминс Т. *Элементы интегральных схем*. – М, 1989 – 630 с. 8. Тилл У., Лаксон Дж. *Интегральные схемы*. М.: – 1985 – 504 с. 9. Таури Я. *Основы технологии СБИС*. М.: Радио и связь. 1985 – 480 с. 10. Митрофанов С.П. *Групповая технология машиностроительного производства*. – Л.: Машиностроение, 1983. – 779 с. 11. Тамм И.Е. *Основы теории электричества: Учеб. пособие для вузов.-10-е изд., испр.* – М.: Наука. Гл. Ред. Физ.-мат. Лит., 1989. – 504 с. 12. Марков Г.Т., Петров Б.М., Грудинский Г.П. *Электродинамика и распространение радиоволн: Учеб. пособие для вузов.* – М: Сов. Радио, 1979. 376 с. 13. Максвелл Дж.К. *Трактат об электричестве и магнетизме. В двух томах.* Т.1.М.: Наука, 1989. 14. Тихонов А. Н., Самарский А. А. *Уравнения математической физики*. М.: Наука, 1966 – 724 с. 15. Годунов С.К., Рябенкий В.С. *Разностные схемы*. – М.: Наука, 1973, – 400 с. 16. Самарский А. А. *Теория разностных схем*. – М.: Наука, 1983. – 432 с.