

МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРИ ЖИВЛЕННЯ ЗБУДЖУВАЧІВ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ

© Захарія Й.А. 2004

Пропонується апертурна квазістаціонарна модель структури живлення, придатна для аналізу некоординатних збуджувачів хвилеспрямовуючих структур. Принцип побудови моделі подано на прикладі аперттури виходу коаксіальної лінії. Наведено порівняння апертурної квазістаціонарної моделі з моделлю у вигляді дельта-генератора.

Aperture quasistationary model of supply structure which can be applied to analysis of non-coordinate exciter of waveguide structures is suggested. The principle of the construction of model is given by using the example of coaxial line aperture. The comparison of aperture quasistationary model with delta generator model is shown.

Вступ. Електромагнітні хвилі у хвилеспрямовуючих структурах збуджують за допомогою металевих випромінювачів, зокрема вібраторів, витків, смужок або їх комбінаціями. Живляться випромінювачі лініями різних типів, уведеними через отвір у стінці хвилеспрямовуючої структури. Таке з'єднання є основним вузлом переходу лінія – хвилеспрямовуюча структура.

Електродинамічний аналіз збуджувача хвилеспрямовуючої структури є надзвичайно громіздким. Сьогодні найбільш досконало здійснено аналіз циліндричного вібраторного збуджувача прямокутного хвилевода, живленого коаксіальною лінією [1], [7], [9]. Однак такий метод аналізу не придатний для хвилеводів з іншим перерізом, для некоаксіальної лінії живлення, для нециліндричного перерізу провідника вібратора. Він не враховує навантажень вібратора [2], нерівномірності розподілу густини струму за периметром вібратора [5], [8]. Тому для аналізу збуджувачів хвиль більше придатні методи прикладної електродинаміки, які використовують моделі досліджуваних структур. Лише так можливо врахувати вплив структури живлення на характеристики некоординатних збуджувачів, наприклад, смужково-вібраторних [3].

Метою електродинамічного аналізу є найчастіше визначення вхідного імпедансу збуджувача, від якого залежить його узгодження з лінією живлення. При цьому структура живлення випромінювача помітно впливає на вхідний імпеданс збуджувача. Найпростішою моделлю структури живлення випромінювача є дельта-генератор [4], [6]. Структура живлення замінюється такою моделлю вузькою щілиною у перерізі провідника випромінювача з прикладеною до неї напругою U . Напруженість електричного поля такого джерела (генератора) виражається за допомогою дельта-функції, даної для координати розташування щілини. Очевидно, така модель не враховує реальної структури живлення випромінювача. Більше адекватними є апертурні моделі, які враховують вплив аперттури виходу лінії живлення. Нижче, як приклад, розглянуто формування апертурної моделі структури живлення тонкого вібраторного випромінювача у прямокутному хвилеводі живленого коаксіальною лінією і наведено порівняння з моделлю у вигляді дельта-генератора.

Апертурна модель виходу коаксіальної лінії. Вважаємо, що вібраторний випромінювач живиться коаксіальною лінією, аперттура виходу якої прорізана у плоскому екрані. Внутрішній і зовнішній радіуси провідників коаксіальної лінії позначимо як a_1 і a_2 . Для напруги U в коаксіальній лінії напруженість електричного поля в лінії, E_r , дорівнює

$$E_r = \frac{U}{r \ln \frac{a_2}{a_1}}, \quad (1)$$

де r – радіальна координата коаксіальної апертури. Відповідно до теореми еквівалентності напруженість \mathbf{E}_r визначає поверхневий магнітний струм в апертурі. Аналіз збуджувача базується на використанні нульової граничної умови для напруженості електричного поля на поверхні випромінювача. Ця напруженість має дві складові: одну із них випромінює магнітний струм апертури, іншу – електричний струм у випромінювачі. Для розрахунку першої, \mathbf{E}_{xa} , можна використати квазістаціонарну модель, яка не враховує випромінюваного поля. Така модель правомірна, бо радіуси коаксіальної апертури і відстані до точок визначення поля є менші від довжини робочої хвилі λ . Як відомо, у ближній зоні поля апертури поле випромінювання є значно слабше від квазістаціонарного. Закономірно також, що квазістаціонарна модель не враховує незначного (смісного) навантаження виходу лінії. Для визначення \mathbf{E}_{xa} у площі апертури за теоремою еквівалентності розглянемо нитку колового магнітного струму і

$$\mathbf{i} = 2\mathbf{E}_r \mathbf{dr}. \quad (2)$$

Збільшення струму у два рази враховує вплив ідеально провідної стінки. Відповідно до закону Біо-Савара, записаного за принципом двоїстості для витка нитки магнітного струму (2), після інтегрування за периметром витка отримаємо

$$\mathbf{E}_{xa} = \frac{U}{\ln \frac{a_2}{a_1}} \int_0^{a_2} \frac{r \mathbf{dr}}{(x^2 + r^2)^{3/2}} \quad (3)$$

Останній інтеграл визначає напруженість електричного поля на осі x , перпендикулярній до апертури виходу коаксіальної лінії в її центральній точці, яка є також початком координати x . Інтегрування за площею апертури дає

$$\mathbf{E}_{xa} = \frac{U}{\ln \frac{a_3}{a_1}} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + a_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + a_2^2}} \right). \quad (4)$$

Зазначимо, що напруженість (4) визначена у вільному просторі. Вплив стінок хвилевода незначний, якщо апертура розташована на відстані, більшій як її діаметр від бокової стінки хвилевода [6].

Гранична умова на поверхні збуджувача, як згадано вище, виражається рівнянням

$$\mathbf{E}_x + \mathbf{E}_{xc} = 0, \quad (5)$$

де \mathbf{E}_x – напруженість створена струмом збуджувача на його поверхні, \mathbf{E}_{xc} – стороння напруженість від джерела живлення збуджувача. Для моделі у вигляді дельта-генератора $\mathbf{E}_{xc} = U\delta(x)$, де дельта-функція визначена у перерізі $x=0$. Будемо вважати, що у тонкому вібраторі збуджувача струм розподілений за законом

$$\mathbf{I}_x = \mathbf{I}_0 \mathbf{i}(x); \quad \mathbf{i}(x) = \frac{\sin(\beta(\mathbf{h} - x))}{\sin(\beta\mathbf{h})} \quad (6)$$

де $\beta = 2\pi/\lambda$; \mathbf{h} – висота вібраторного збуджувача.

Радіус провідника вібраторного збуджувача збігається з внутрішнім радіусом апертури виходу коаксіальної лінії. За допомогою функції Гріна знаходять напруженість \mathbf{E}_x у записі $\mathbf{E}_x = \mathbf{I}_0 \rho_0 \mathbf{F}(x)$, де $\rho_0 = 120\pi$ Ом. Відповідно до методу Гальоркіна, у рівнянні (5) формуємо скалярні добутки і знаходимо вхідний імпеданс

$$\mathbf{I}_0 \rho_0 \langle \mathbf{F}(x), \mathbf{i}(x) \rangle = -U \langle \delta(x), \mathbf{i}(x) \rangle = -U; \quad Z/\rho_0 = U/\mathbf{I}_0 = -\langle \mathbf{F}(x), \mathbf{i}(x) \rangle. \quad (7)$$

У випадку апертурної моделі $\mathbf{E}_{xc} = \mathbf{E}_{xa}$. Напруженість поля на осі апертури практично дорівнює її значенню на відстані малого радіуса випромінювача. Відповідно до виразу (4) запи-

шемо скорочено: $E_{xa} = UF_a(x)$. Вхідний імпеданс збуджувача з урахуванням впливу апертури живлення знайдемо з рівняння, аналогічного до рівняння (7)

$$I_0 \rho_0 \langle F(x), i(x) \rangle = -U \langle F_a(x), i(x) \rangle; \quad Z_a / \rho_0 = \frac{-\langle F(x), i(x) \rangle}{\langle F_a(x), i(x) \rangle}; \quad Z_a = Z f_a, \quad (8)$$

де множник f_a є величиною дійсною і дорівнює

$$\frac{1}{f_a} = \frac{1}{\ln \frac{a_2}{a_1}} \int_0^h \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + a_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + a_2^2}} \right) \sin(\beta(h-x)) dx. \quad (9)$$

Отже, через вплив апертури живлення збуджувача робоча і реактивна складові вхідного імпедансу змінюються однаково.

Точнішою є динамічна модель структури живлення збуджувача. Така модель враховує також поле випромінювання апертури виходу лінії. Реалізація такої моделі вимагає розв'язання некоординатної електродинамічної задачі, а також розрахунку поля в зоні розташування джерела поля і тому тут не розглядається. Така задача розв'язана для випадку, коли збуджувач і його живлення формують координатну структуру. Пропонована вище модель придатна для ліній живлення довільного типу і перерізу.

Результати аналізу. У наведеній нижче таблиці подано значення множника f_a , розрахованого за формулою (9). Цей множник вказує наскільки збільшується значення вхідного імпедансу тонкого вібраторного збуджувача прямокутного хвилевода, визначеного за допомогою дельта-генератора внаслідок впливу коаксіальної апертури в структурі живлення збуджувача. Розрахунок подано для таких параметрів збуджувача: нормована висота вібраторного збуджувача $h/B=0,8$, де B – висота перерізу прямокутного хвилевода, нормований радіус провідника збуджувача $a_1/A = 0,03$, де a – ширина перерізу прямокутного хвилевода, нормована довжина робочої хвилі $q = \lambda/2A$. Зовнішній радіус апертури виходу коаксіальної лінії однозначно взаємозв'язаний з хвильовим опором лінії Z_c . Для $Z_c=25; 50; 75$ Ом відповідно маємо $a_2/A = 0,046; 0,069; 0,105$.

Таблиця

Множник f_a , розрахований за формулою (9)

$q = \lambda/2A$	$Z_c=25$ Ом	$Z_c=50$ Ом	$Z_c=75$ Ом
0.6	1.015	1.055	1.077
0.7	1.020	1.067	1.097
0.8	1.064	1.160	1.152
0.9	1.126	1.184	1.225

З наведеної таблиці випливає, що модель у вигляді дельта-генератора може вносити похибку в кілька десятків процентів при високих хвильових опорах і довших робочих хвилях. Знак похибки додатний. Згадані похибки помітно зменшуються при низьких хвильових опорах лінії, звичайно неприйнятних з погляду узгодження.

Висновки. За структурою апертурна квазістаціонарна модель є більше адекватною як модель у вигляді дельта-генератора. Коаксіальна апертура збільшує вхідний імпеданс збуджувача відносно його значення при живленні дельта-генератором. Квазістаціонарна модель не має обмежень як щодо типу лінії живлення збуджувача, так і щодо типу хвилеспрямовуючої структури. Використання такої моделі незначно ускладнює розрахунок чи аналіз. Однак таку модель не можна вважати ідеальною.

1. Бугаев В.А., Рапопорт Г.Н. Эквивалентная схема волноводного сочленения // Известия ВУЗов СССР-Радиоэлектроника, т. 20, № 2, 1977. – С. 95–101. 2. Захарія Й.А. Торцеве навантаження хвилевідного штиря // Вісник ДУ "Львівська політехніка", "Теорія і проектування

напівпровідникових та радіоелектронних пристроїв”, 1995. № 289, – С. 32–36. 3. Захарія Й.А. Аналіз некоординатних площинних структур хвилевідних збуджувачів методом скінченних елементів / Вісник НУ “Львівська політехніка” Радіоелектроніка та телекомунікації, № 508. 2004. 4. Левин Л. Современная теория аолноаодов. –М.: Изд. Иностр. Лит., 1954. 5. Саркисьянц А. Распределение токов по периметру индуктивного штыря в волноводе/Радиотехника (М), т. 30, № 10, 1975. С 33-38. 6. Collin R.E. Field theory of guided waves. –New York, Toronto, london: McGrave Hill book company, 1960. P.591. 7. Otto D.V. Fourier transform method in cylindrical antenna theory/Radio science (New series), vol. 3, № 11, November 1968. P. 1050-1057. 8. Yehuda Leviatan, Der-Hua-Shau, Arlon T. Numerical study of the current distribution on a post in rectangular waveguide/IEEE Trans/ on Microwave iheory snd yechniques, vol. MTT- 32, № 10, October 1984. P. 1411-1415. 9. Williamson A.G. Coaxially feed hollow probe in rectangular waveguide/Proc. IEE № 10, H 132, August 1985. P/273-282.

УДК 517.958

В.М. Макар, О. М. Матвійків

Національний університет “Львівська політехніка”
кафедра САПР

h-АДАПТИВНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НА ОСНОВІ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ. ЧАСТИНА 3: РЕЗУЛЬТАТИ МОДЕЛЮВАННЯ НА ПРИКЛАДІ ЗАДАЧІ ЛЯМЕ

© Макар В.М., Матвійків О.М., 2004

У роботі, яка є третьою, завершальною, частиною циклу статей, присвячених *h*-адаптивному моделюванню складних задач математичної фізики на основі методу скінченних елементів, наведені числові результати розв'язання задачі Ляме про визначення напружено-деформованого стану порожнистого циліндра, який знаходиться під дією рівномірного тиску на внутрішню поверхню, за допомогою повного *h*-адаптивного обчислювального процесу. Досліджено ефективність апостеріорної Z^2 -оцінки та необхідність побудови оптимальної сітки у сенсі рівномірного розподілу за елементами локальної похибки дискретизації. Зроблено висновки про ефективність розглянутих алгоритмів прогнозування діаметра сітки.

In the paper, which is the third part of series of papers devoted to the *h*-adaptive finite element simulation of complex problems, the results of numerical simulation of Lamé problem for circular hollow cylinder are obtained with use of full *h*-adaptive computational process. The efficiency of Z^2 a posteriori error estimator and necessity of the optimal mesh generation in terms of local error discretization uniform distribution are investigated. The reliability and robustness of the algorithms of element size prediction are proved by obtained numerical results.

Вступ. Ця стаття базується на результатах попередніх робіт авторів [1,2], в яких розроблено структуру *h*-адаптивного обчислювального процесу на основі методу скінченних елементів (МСЕ) та детально розглянуто всі його етапи, такі як побудова апостеріорних оцінок похибки, вироблення стратегії локального згущення скінченноелементної сітки, алгоритми прогнозування діаметра сітки та методи генерації адаптивних сіток зі змінним діаметром. Кінцевою метою запропонованої *h*-адаптивної схеми МСЕ є автоматизація отримання числового розв'язку заданої точності при мінімальному втручанні користувача в обчислювальний процес. Програмна реалізація побудованих