ження оптимального розбиття при значних часових затратах. У той же час застосування коефіцієнтів втрат для сканування зменшує часові затрати, зменшує кількість прямокутників, але, не враховуючи специфіки зображення, огрубляє наближення.

1. Мельник Р.А., Алексеев О.А., Кластеризація мікрообразів для кодування зображень // Пр. міжн. конф. Укробраз'2004. – К. – 2004, с. 81–85. 2. Мельник Р.А., Алексеев О.А. Покритття образів прямокутниками // Вісник Національного університету "Львівська політехніка" "Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології". – 2004. 3. Мельник Р.А. Декомпозиція графів на основі нечіткого дерева згортання // Вісник Національного університету "Львівська політехніка" "Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології". – Львів, 1998, № 351. – С. 65–69.

УДК 621.3.019 : 51.001.57

О. Ю. Лозинський, С. В. Щербовських
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра електроприводу та автоматизації промислових установок

СИНТЕЗ МОДЕЛЕЙ НАДІЙНОСТІ НА ОСНОВІ МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ КОНЦЕПЦІЇ ПРОСТОРУ СТАНІВ

Запропоновано алгоритм побудови моделей надійності на основі методу Монте-Карло із застосування концепції простору станів. Подано приклад такої моделі надійності для ремонтованого об'єкта із двох елементів, які сполучені логічно послідовно.

In this paper the Monte-Carlo reliability model construction algorithm on the basis of state space conception application is offered. The example of such reliability model for two-component series repairable item is given.

Вступ. Під час проектування ремонтованих електромеханічних об'єктів одним із важливих показників, який необхідно забезпечити, є коефіцієнт готовності, що визначає імовірність перебування об'єкта в справному стані в заданий момент часу. Тривалий час єдиний спосіб розв'язання цієї задачі ґрунтувався на аналізі відповідної однорідної марківської моделі надійності такого об'єкта. Такі моделі надійності [1], в основі яких лежить концепція простору станів, формуються із умови, що всі випадкові процеси відмов та відновлення, що відбуваються в об'єкті, підпорядковуються тільки експоненціальним законам розподілу. При розрахунку коефіцієнта готовності електромеханічних об'єктів цей підхід не забезпечує високої адекватності, оскільки характеристики випадкових процесів, що відбуваються в досліджуваних об'єктах, не можуть бути з високим ступенем точності апроксимовані експоненціальним законом розподілу [2]. Із розвитком комп'ютерної техніки, для практичного розрахунку коефіцієнта готовності, набув застосування метод Монте-Карло, в основі якого лежить використання генератора випадкових чисел. На теперішній час можна констатувати, що моделі надійності на основі методу Монте-Карло багатоелементних ремонтованих об'єктів замінили собою відповідні однорідні марківські моделі надійності в більшості практичних досліджень, оскільки такі моделі взагалі не накладають обмежень на закони розподілу. Метод Монте-Карло передбачає декілька різних способів побудови моделей надійності, причому, залежно від об'єкта, різні типи таких комп'ютерних моделей можуть бути різною мірою зручними.

Постановка проблеми. Поєднання концепції простору станів, на основі якої ґрунтуються однорідні марківські моделі надійності, та методу Монте-Карло, постає актуальною проблемою, вирішення якої дозволить в перспективі розробити новий тип комп'ютерних моделей надійності, які будуть поєднувати переваги обох підходів. Для практики це дасть ще один інструмент для комп'ютерного аналізу надійності проектованого виробу, що збільшить гнучкість процедури проектування і сприятиме підвищенню її ефективності, а також зменшить затрати часу і трудомісткість.

Аналіз останніх досліджень. Із усієї множини моделей надійності на основі методу Монте-Карло, які відомі в літературі, можна виділити типи, залежно від застосування спеціалізованого та неспеціалізованого програмного забезпечення. Для моделювання із застосуванням неспеціалізованого програмного забезпечення, найбільшого поширення отримали моделі надійності, які ґрунтуються на використані табличного калькулятора Excel (або іншого аналогічного програмного засобу), принцип формування яких докладно подано в [1, 3]. Такі моделі надійності орієнтовані на розрахунок усередненого коефіцієнта готовності простих ремонтованих об'єктів та безвідмовності для неремонтованих об'єктів середнього рівня складності, і є прийнятними для оцінкових розрахунків. У тому випадку, якщо необхідно визначити поведінку коефіцієнта готовності, що є більш інформативною характеристикою, або/і структура об'єкта є складною, то такі моделі надійності, що реалізовані в табличному калькуляторі, стають надзвичайно громіздкими і неефективними, що обмежує їх подальше застосування.

Для моделювання надійності об'єкта на основі методу Монте-Карло розроблено спеціалізоване програмне забезпечення [4, 5, 6, 7], користуючись яким вдається ефективно здійснити розрахунок коефіцієнта готовності складного багатоелементного ремонтованого об'єкта. Таке програмне забезпечення ґрунтується на заданих користувачем блок-схемі об'єкта (Reliability Block Diagram) або графі несправностей (Fault Tree). Теоретичне обґрунтування таких моделей надійності подано в [8, 9]. При дослідженні впливу зміни стратегії ремонту на коефіцієнт готовності ремонтованого багатоелементного електромеханічного об'єкта, виявилось, що такі моделі надійності неприйнятні. Основна складність породжена тим, що на основі наявної реалізації таких моделей надійності не вдається відобразити стратегію ремонту, при якій відбувається, разом із несправним елементом, заміна групи справних, проте частково зношених, елементів об'єкта. У даному випадку найзручнішими могли б виявитись моделі надійності, що ґрунтуються на заданих користувачем діаграмі станів та переходів об'єкта (State-Transition Diagram). Такого роду моделі надійності також наявні в цих програмних пакетах, проте в їх основі лежить математичний апарат марківского аналізу, який передбачає лише експоненціальний закон розподілу для характеристик усіх випадкових процесів відмов та відновлення, що відбуваються в об'єкті, і що є неприйнятним для досліджуваного нами класу об'єктів.

Задача статті полягає у поданні загального алгоритму побудови моделей надійності багатоелементних ремонтованих об'єктів на основі методу Монте-Карло із застосуванням концепції простору станів.

Виклад основного матеріалу.

Концепція простору станів. Однією із найпродуктивніших ідей в теорії надійності, щодо визначення коефіцієнта готовності багатоелементних ремонтованих об'єктів, постає застосування концепції простору станів. Ця концепція полягає в тому, що функціонування та ремонт об'єкта розбивають на множину станів, відповідно до станів, в яких перебувають складові елементи такого об'єкта. Зміст саме такого способу аналізу ґрунтується на тому, що оскільки усі стани мають єдину стохастичну природу, то і визначення імовірностей таких станів має здійснюватися, враховуючи однакові правила. Ця концепція закладена в однорідні марківські моделі надійності, для яких, стосовно кожного стану, необхідно записати диференціальних рівняння Колмогорова – Чепмена, що формуються, враховуючи єдине правило стосовно переходів між станами. Постає питання про можливість застосування цієї концепції стосовно моделей надійності на основі методу Монте-Карло. Це має відображатись в тому, що в отриманій моделі надійності об'єкта, моделі окремих станів повинні формуватись згідно з єдиним для них усіх алгоритмом. Така уніфікованість моделей станів повинна компенсувати собою затрати, виконані на розбудову власне самого простору станів об'єкта. Подальші дослідження показали, що висунута ідея може бути ефективно реалізована наступним чином.

Загальний спосіб побудови досліджуваних моделі надійності. Остаточний результат полягає у формуванні матриці імовірностей $Pr_{j,i}$, алгоритм заповнення якої показано на рис. 1.

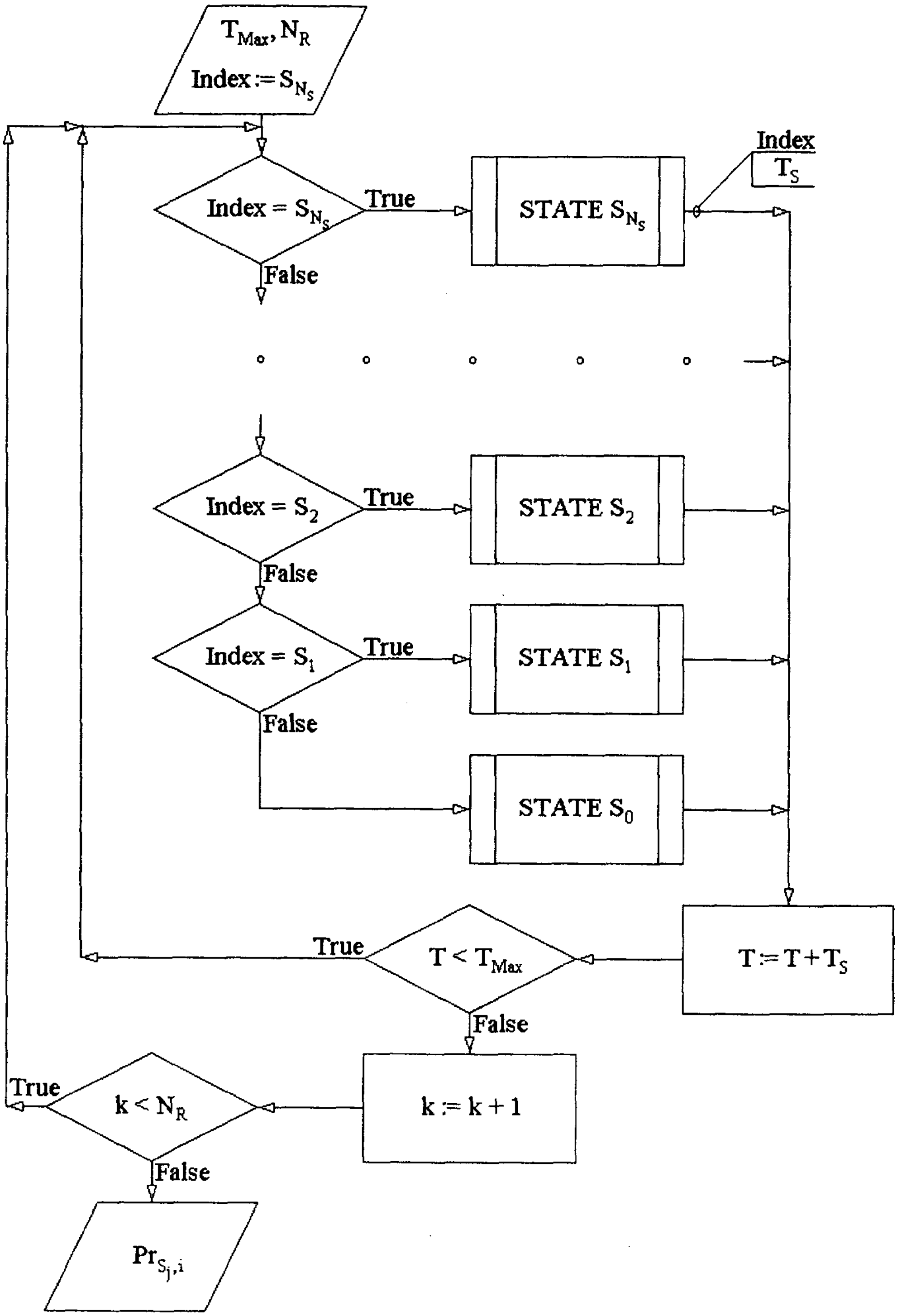

Рис. 1. Загальний алгоритм моделі надійності на основі методу Монте-Карло

В матриці $Pr_{j,i}$ індекс "i" відповідає поточному часовому проміжку і набуває значень із діапазону від 0 до N_t, де N_t – кількість ділянок, на яку розбивається часова вісь. Індекс "j" відповідає імовірності перебування об'єкта в поточному стані у відповідний часовий проміжок "i", цей індекс набуває значень від S_0 до S_{Ns}, де N_S – загальна кількість станів об'єкта. Без обмеження загальності приймаємо, що в нульовий момент часу досліджуваний об'єкт перебуває в стані із максимальним індексом S_{Ns}.

На початку задаються час, для якого здійснюється моделювання надійності об'єкта T_{Max}, кількість реалізацій випадкового процесу N_r, кількість ділянок, на яку розбивається часова вісь N_t, та початкове значення змінної, згідно з якою визначається, в який стан має здійснюватись перехід Index = S_{Ns}. Тривалості часових проміжків, які ставляться у відповідність індексу "i" матриці $Pr_{j,i}$, визначаються як T_{Max}/N_t. Величини T_{Max}, Index, N_S залежать від особливостей моделі надійності конкретного об'єкта, а тому вибір їх значення є строгим. Величини N_t та N_r, своєю чергою, не залежать від моделі об'єкта і вливають лише на точність моделювання, а тому вибір їх значення є довільним. Кількість реалізацій N_r є параметром, який визначально впливає на точність моделювання. Чим більше здійснюється реалізацій, тим точніший результат, проте тим довша процедура моделювання. Основною причиною того, що моделі надійності на основі методу Монте-Карло для багатоелементних ремонтованих об'єктів тривалий час мали надзвичайно вузьке застосування полягає в тому, що для досягнення задовільної точності необхідно було задатись такою кількістю реалізацій, що тривалість розрахунку була надмірно довгою. Строго кажучи, дане обмеження і на сьогодні не знято повною мірою. Також на точність моделювання опосередковано впливає кількість часових проміжків N_t. Чим більше задати часових проміжків, тим деталізованіше будуть відображені результуючі криві імовірностей станів об'єкта, проте, при наближенні числа часових проміжків N_t до числа реалізацій N_r, результат буде спотворюватись випадковими коливаннями. Щоб уникнути спотворення, N_t необхідно вибирати таким, щоб воно було меншим за N_r в 100 разів.

Алгоритм моделювання (рис. 1) – це два вкладених цикли. У зовнішньому циклі здійснюється почергове перебирання реалізацій випадкового процесу із одиничним кроком, а у внутрішньому циклі – формування вибраної реалізації в часі. Крок внутрішнього циклу дорівнює тривалості перебування об'єкта у поточному стані, а тому він є змінним. Отже, при попаданні у зовнішній цикл, здійснюється вибір номера наступної реалізації, а при попаданні у внутрішній цикл, згідно з поточним значенням змінної Index, здійснюється вибір підпрограми стану, в який має попасти моделювання. На основі допоміжних розрахунків, які здійснюються в підпрограмі кожного із станів, визначаються тривалість перебування об'єкта в такому стані T_S та нове значення змінної Index, згідно з яким вибирається перехід у наступний стан. У підпрограмі стану здійснюється також заповнення шуканої матриці імовірностей $Pr_{j,i}$. Якщо поточний час T стає більшим за T_{Max}, то виконується переривання внутрішнього циклу, а якщо кількість виконаних реалізацій k перевищить задану кількість реалізацій N_r, то виконується переривання процесу моделювання об'єкта. Результатом виконання даного алгоритму є заповнена в підпрограмах станів матриця $Pr_{j,i}$. Залежно від досліджуваного об'єкта, кількість станів буде різнитись. Введення нових станів у загальний алгоритм необхідно здійснювати шляхом додаванням нового умовного оператора, що перевіряє змінну Index на рівність номеру доданого стану, та власне підпрограми, яка реалізує моделювання доданого стану.

Формування підпрограм станів. Основна перевага моделей надійності на основі методу Монте-Карло із застосуванням концепції простору станів полягає в тому, що підпрограми станів об'єкта володіють уніфікованою структурою алгоритму, оскільки вони усі мають єдину стохастичну природу. Формування підпрограм станів покажемо на прикладі моделі надійності ремонтованого об'єкта із логічним послідовним сполученням складових елементів. Такий об'єкт функціонує ось як. Протягом експлуатації об'єкт може перебувати в одному із трьох станів S_3, S_2 та S_1. У початковий момент часу об'єкт перебуває в стані S_3, який відповідає справності об'єкта. Функціонування об'єкта в цьому стані забезпечується через функціонування обох елементів, які позначимо "a" та "b". Напрацювання до відмови елемента "a" визначається функцією безвідмовності $R_a(t)$, відповідно напрацювання до відмови елемента "b" визначається функцією безвідмовності $R_b(t)$. У разі відмови елемента "a", об'єкт переходить в несправний стан S_1, а у випадку відмови елемента "b" – в несправний стан S_2. Вважаємо, що засоби контролю в об'єкті є ідеальними, а тому ремонти елементів розпочинаються відразу як стаються відмови. У стані S_1 відбувається ремонт елемента "а", тривалість якого визначається функцією відновлення $M_a(t)$. Протягом часу, поки здійснюється ремонт, елемент "b" є відімкнений від навантаження і відмовити не може. Вважаємо, що після ремонту елемент "а" є "як новий". Внаслідок відновлення елемента "а", об'єкт повертається назад в працездатний стан S_3. Особливість полягає в тому, що в стані S_3 елемент "b" тепер розпочинає своє функціонування не як новий, а з моменту, в якому сталась відмова елемента "а". В стані S_2 відбувається ремонт елемента "b", тривалість якого визначається функцією відновлення $M_b(t)$. Протягом часу, поки здійснюється цей ремонт, елемент "а" є відімкнений від навантаження і відмовити не може. Вважаємо, що після ремонту елемент "b" є також "як новий". Внаслідок відновлення елемента "b", об'єкт повертається назад в працездатний стан S_3. Відповідно в цьому випадку, особливість полягає в тому, що в стані S_3 елемент "а" розпочинає своє функціонування не як новий, а з моменту, в якому сталась відмова елемента "а". Надалі наведена послідовність подій відмов та відновлення елементів повторюється зліченну кількість разів, що відображено діаграмою станів та переходів (рис. 2).

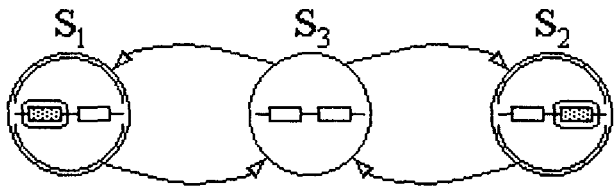

Рис. 2. Діаграма станів та переходів досліджуваного об'єкта

Алгоритм підпрограми, що реалізує моделювання стану S_3 (рис. 3) формуємо так. З метою можливості відображення попереднього напрацювання введемо наступні логічні змінні FlagA та FlagB, які є вхідною інформацією для даної підпрограми. Значення True такої логічної змінної позначає необхідність врахування попереднього напрацювання відповідного їй елемента, а значення False – навпаки. На початку моделювання цим логічним змінним надається значення False. Алгоритм формується із умови, що наявний генератор випадкових чисел RND із однорідним законом розподілу на проміжку від одиниці до нуля, оскільки саме цей інструмент наявний в більшості мов програмування. Розраховуємо випадкові тривалості напрацювання складових елементів T_{fa} та T_{fb} через відповідні зворотні функції безвідмовності, в яких аргументами є генератори випадкових чисел. Для простих законів розподілу, таких як експоненціальний, вейбулівський тощо зворотна функція визначається аналітичним перетворенням. Для складніших, таких як нормальний, фазові закони розподілу тощо для визначення тривалості напрацювання ми застосовували метод Ньютона. Залежно від співвідношення отриманих випадкових тривалостей напрацювання, по-різному буде визначатись тривалість перебування об'єкта в даному стані. Якщо $T_{fa} < T_{fb}$, то тривалість перебування об'єкта в стані S_3 буде дорівнювати тривалості напрацювання елемента "а" $T_S = T_{fa}$, при цьому змінна врахування попереднього напрацювання FlagA залишається дорівнювати False, а змінна вибору наступного стану набуває значення S_1. Для елемента "b", який залишився справним, визначаємо випадкове залишкове напрацювання як різницю поточного напрацювання та тривалості перебування об'єкта в даному стані $T_{fb} = T_{fb} - T_{fa}$, при цьому змінна врахування попереднього напрацювання FlagB набуває значення True. При повторному попаданні моделювання в стан S_3, розрахунок нового значення випадкового напрацювання елемента "b" буде пропущено, а далі буде використовуватись значення, яке було отримане ще при попередньому попаданні в цей стан, і яке враховує в собі задану передісторію. У випадку, якщо $T_{fa} \geq T_{fb}$, то процедура формується аналогічно, тільки елементи "а" та "b" міняються між собою. Отже, тривалість перебування об'єкта в стані дорівнює найменшій випадковій тривалості процесу функціонування або ремонту складового елемента, що відбувається в такому стані об'єкта.

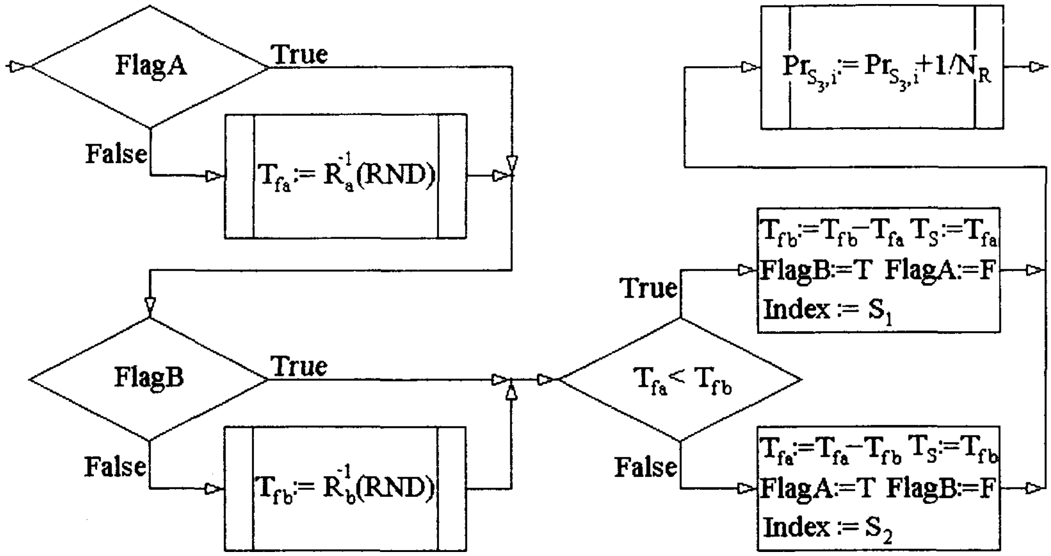

Рис. 3. Загальний алгоритм підпрограми стану, в якому відбуваються два випадкові процеси

Тепер заповнюємо матрицю імовірностей станів $Pr_{j,i}$, особливість якої полягає в тому, що індекс "і" матриці передбачає дискретність часу із кроком $1/N_t$, а при моделюванні випадкових процесів передбачається, що змінна поточного часу T та змінна тривалості перебування об'єкта в поточному стані T_S є неперервними. Процедура заповнення матриці $Pr_{j,i}$ полягає в тому, що до поточного значення комірок, які відповідають стану $j = S_1$ та часовому діапазону від $i = T/N_t$ до $i = (T+T_S)/N_t$, необхідно додати коефіцієнт $1/N_r$. Зрозуміло, що відношення тривалостей T та $T+T_S$ до кількості часових діапазонів N_t є дробовим числом, яке необхідно заокруглити до цілого значення індексу "і", що породжує одну із причин похибки моделювання. Застосування саме такого нормованого коефіцієнта $1/N_r$ забезпечує собою зміну імовірності стану в діапазоні від одиниці до нуля. Після виконання поданих операцій здійснюється вихід із підпрограми моделювання стану S_3 у внутрішній цикл загального алгоритму моделювання надійності.

Алгоритм підпрограми моделювання стану S_2 (рис.4) формується шляхом спрощення алгоритму для стану S_3. Оскільки в стані S_2 відбувається лише один процес відновлення елемента "а", без враховування попередньої передісторії, то одразу розраховуємо тривалість ремонту T_{ga} несправного елемента "а" через зворотну комплементарну функцію відновлення. Отримана тривалість ремонту, в свою чергу, дорівнює тривалості перебування об'єкта T_S в стані S_2, а змінна Index набуває відповідно значення S_3. Надалі здійснюється заповнення матриці $Pr_{j,i}$ поданим вище способом. Оскільки для стану S_2 немає необхідності враховувати попередній ремонт, то і немає потреби вводити логічної змінної врахування передісторії, оскільки вона весь час буде набувати значення False. Алгоритм для моделювання стану S_1 формується аналогічно до алгоритму моделювання стану S_2.

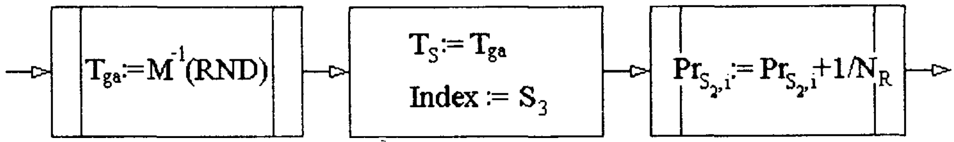

Рис. 4. Загальний алгоритм підпрограми стану, в якому відбуваються два випадкові процеси

Поєднавши загальний алгоритм (рис.1) із алгоритмами моделювання окремих станів (рис. 3, 4), отримуємо модель надійності досліджуваного ремонтованого об'єкта із двома елементами, які сполучені логічно послідовно при поелементній стратегії ремонту.

З метою перевірки адекватності поданої моделі надійності об'єкта, розрахуємо імовірності станів за умови, що характеристики випадкових процесів відмов та відновлення, які відбуваються в об'єкті, означуються експоненціальним законом розподілу. На рис. 5 подані функції імовірностей $Ph_i(t)$ станів S_1, S_2 та S_3 криві 1, 2 та 3, відповідно, які отримані шляхом моделювання методом Монте-Карло із застосуванням концепції простору станів. Прийнято при моделюванні, що N_r = 10000, а N_t = 100. В даного об'єкта коефіцієнт готовності A(t) збігається із імовірністю єдиного справного стану S_3. Перевіркові графіки імовірностей станів S_1, S_2 та S_3, що отримані внаслідок розрахунку однорідної марківської моделі надійності цього ж об'єкта показано на рис. 5, криві 5, 6 та 7 відповідно.

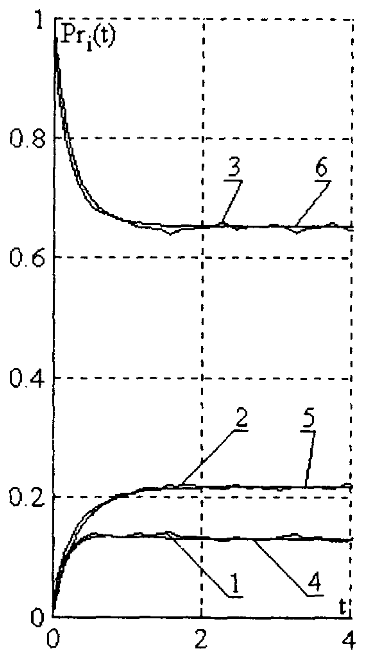

Рис. 5. Графіки імовірностей

Висновки. Порівняння результатів, отриманих на основі розрахунку цих двох моделей надійності, показує їх ідентичність у межах стохастичної похибки моделювання, яка породжена методом Монте-Карло. Надалі нами були сформовані моделі надійності на основі методу Монте-Карло із застосуванням концепції простору станів для цього ж ремонтованого об'єкта при альтернативній стратегії ремонту, для простих ремонтованих об'єктів із паралельним та заміщувальним резервом, при обмеженій та необмеженій стратегіях ремонту. Кожний раз, коли приймався експоненціальний закон розподілу, результуючі криві, що отримані на основі даного підходу, та на основі відповідних однорідних марківських моделей надійності збігались, що підтверджує коректність запропонованого способу формування моделей надійності.

Подальші дослідження спрямовані на те, щоб реалізувати на основі поданих моделей надійності визначення таких показників, як кількість запасних частин та імовірність того, що саме така кількість знадобиться.

1. Grosh Doris Lloyd. A Primer of Reliability Theory, N.Y.; John Wiley & Sons, 1989 – 369 p. 2.MIL-HDBK-217F. Reliability Prediction of Electronic Equipment. – Superseding MIL-HDBK-217E, Intr. 2 December 1991. – US DOD, 1991. – 205 p. 3.Alexander D. Application of Monte-Carlo Simulations to System Reliability Analysis // Proc. of The 20st International Pump Users Symposium (2003). – Houston, Texas, USA. – 2003. – P.91-94. 4. www.isograph.com. 5.www.itemuk.com. 6. relexsoftware.com 7. www.sydvest.com. 8. Marseguerra M., Zio E. Basics of the Monte-Carlo Method with Application to System Reliability. – Hagen, Germany, 2002. – 141 p. 9. ReliaSoft Corporation, System Analysis Reference: Reliability Availability and Optimization. – ReliaSoft Publishing, Tucson, Arizona, 2003. – 436 p.