УДК 62-523.8

А.Р. Сидор
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра АСУ

ОЦІНЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ НЕСИМЕТРИЧНИХ ІЄРАРХІЧНИХ СИСТЕМ ЗІ СТАРІЮЧИМИ ЗА ЗАКОНОМ РЕЛЕЯ ВИХІДНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ

Досліджено основні характеристики надійності невідновлюваних несиметричних ієрархічних систем, розгалужених до рівня 3, зі старіючими вихідними елементами. Розроблено моделі ймовірності відмови, частоти відмов та інтенсивності відмов для випадку, коли надійність старіючих вихідних елементів описується розподілом Релея.

Main reliability characteristics of unrestorable unsymmetrical hierarchical systems ramified to level 3 with ageing output elements are examined in this paper. Models of the failure probability, the failure frequency and the failure rate are worked out in the case when the lifetime of ageing output elements is circumscribed by the Rayleigh distribution.

Вступ. Аналіз надійності складних систем є обов'язковим під час їх проектування. При цьому складність систем часто зростає швидше від розвитку математичних методів їх досліджень. Недостатньо висока надійність може призвести до надмірних витрат на ремонт і відновлення або навіть до серйозніших наслідків, зокрема до небезпечних ситуацій або аварій.

Існуючі традиційні методи аналізу й оцінки надійності систем здебільшого орієнтовані на прості об'єкти й не можуть повною мірою задовольнити потреби аналізу надійності великих систем. Актуальним є порівняння характеристик надійності розгалужених систем із параметрами надійності, передбаченими державними стандартами України [1, 2]. Це порівняння дасть можливість оцінити, наскільки останні параметри ефективні при оцінці надійності розгалужених систем. Це питання важливе через те, що останнім часом в нашій країні поширюється використання комп'ютерних систем, які часто можна розглядати як ієрархічні розгалужені системи.

Обґрунтовані інженерні методи у прогнозуванні надійності розгалужених комп'ютерних систем тепер ще не набули широкого застосування, хоча в інших інженерних дисциплінах, наприклад, у проектуванні трубопроводів, такі методи застосовуються частіше.

Розробка виразів для характеристик надійності. Розглянемо систему, у якій елементові 0-го рівня безпосередньо підпорядковуються два елементи 1-го рівня, першому елементу 1-го рівня – $a_2^{(1)}$ елементів 2-го рівня, кожному з яких безпосередньо підпорядковуються $a_3^{(1)}$ елементів 3-го рівня, другому елементу 1-го рівня безпосередньо підпорядковуються $a_2^{(2)}$ елементів 2-го рівня, кожному з яких безпосередньо підпорядковуються $a_3^{(2)}$ елементів 3-го рівня (рис. 1), де $a_2^{(1)}$, $a_2^{(2)}$ – коефіцієнти розгалуження до другого рівня відповідно першої та другої гілки, $a_3^{(1)}, a_3^{(2)}$ – коефіцієнти розгалуження до третього рівня відповідно першої та другої гілки . Без обмеження загальності припустимо, що $a_2^{(1)} a_3^{(1)} \le a_2^{(2)} a_3^{(2)}$.

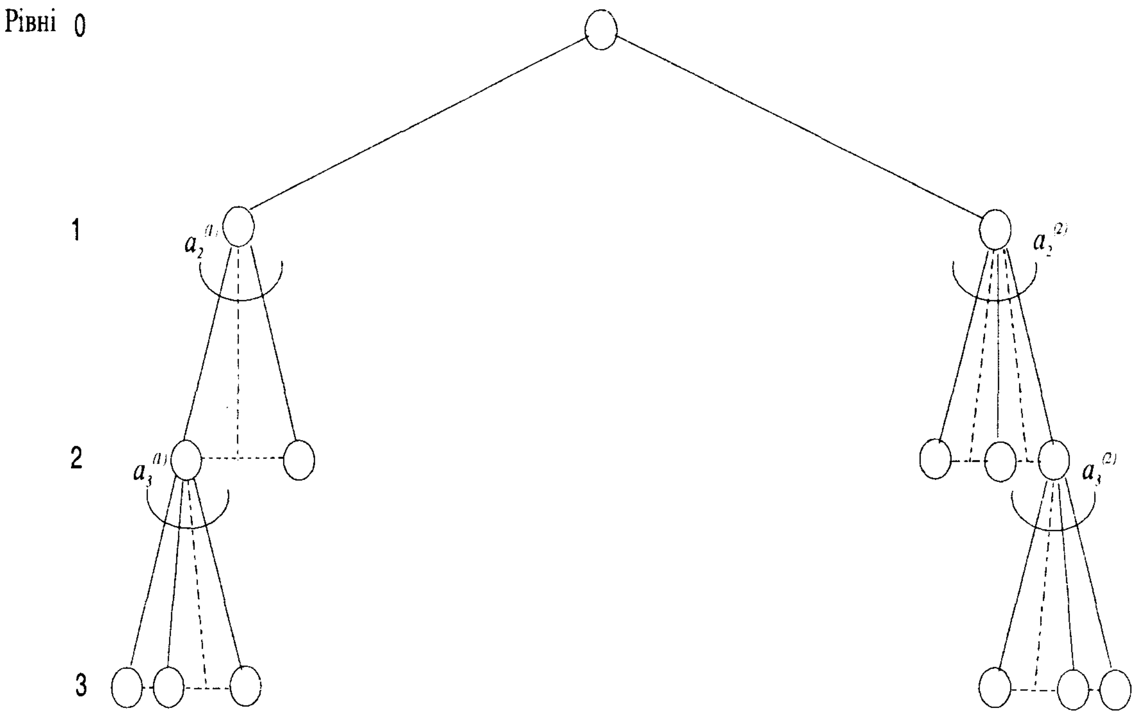

Рис. 1. Несиметрична ІРС із двома нерівноцінними гілками на 1-му рівні, розгалужена до 3-го рівня

Враховуючи результати, одержані у роботі [3], розробимо вирази для ймовірності відмови, частоти й інтенсивності відмов.

Позначимо через $Q_{3R}(k,t)$ імовірність відмови системи при заданому стані готовності k, де $0 < k \le a_2^{(1)} a_3^{(1)} + a_2^{(2)} a_3^{(2)}$, за умови, що ймовірність безвідмовної роботи вихідних елементів описується законом Релея. Одержимо при $a_2^{(1)} a_3^{(1)} \le a_2^{(2)} a_3^{(2)}$:

$$Q_{3R}(k,t) = 1 - e^{-\lambda_0 t} \sum_{x_3=k}^{a_2^{(1)}a_3^{(1)}+a_2^{(2)}a_3^{(2)}} \sum_{x_3^{(1)}=\max\{0,x_3-a_2^{(2)}a_3^{(2)}\}}^{\min\{x_3,a_2^{(1)}a_3^{(1)}\}} \sum_{x_1^{(1)}=ceil\left(\frac{ceil\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_3^{(1)}}\right)}{a_2^{(1)}}\right)}^{1} \sum_{x_2^{(1)}=ceil\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_3^{(1)}}\right)}^{a_2^{(1)}x_1^{(1)}} C_{a_2^{(1)}x_1^{(1)}}^{x_2^{(1)}} C_{a_3^{(1)}x_2^{(1)}}^{x_3^{(1)}} \times$$

$$\times \sum_{x_1^{(2)}=ceil\left(\frac{ceil\left(\frac{x_3-x_3^{(1)}}{}\right)}{a_2^{(2)}}\right)}^{1} e^{-\lambda_1(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})t}\left(1-e^{-\lambda_1 t}\right)^{2-(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})} \sum_{x_2^{(2)}=ceil\left(\frac{x_3-x_3^{(1)}}{a_3^{(2)}}\right)}^{a_2^{(2)}x_1^{(2)}} C_{a_2^{(2)}x_1^{(2)}}^{x_2^{(2)}} C_{a_3^{(2)}x_2^{(2)}}^{x_3-x_3^{(1)}} \times$$

$$\times e^{-\lambda_2(x_2^{(1)}+x_2^{(2)})t}\left(1-e^{-\lambda_2 t}\right)^{a_2^{(1)}x_1^{(1)}+a_2^{(2)}x_1^{(2)}-(x_2^{(1)}+x_2^{(2)})} e^{-\frac{x_3 t^2}{2\sigma_3^2}} \left(1-e^{-\frac{t^2}{2\sigma_3^2}}\right)^{a_3^{(1)}x_2^{(1)}+a_3^{(2)}x_2^{(2)}-x_3}$$

Позначимо через $a_{3R}(k,t)$ частоту відмов системи при заданому стані готовності k, де $0 < k \le a_2^{(1)} a_3^{(1)} + a_2^{(2)} a_3^{(2)}$, за умови, що ймовірність безвідмовної роботи вихідних елементів описується законом Релея. $a_{3R}(k,t)$ дорівнює похідній від коефіцієнта готовності $K_{\Gamma 2R}(k,t)$, взятій із протилежним знаком. Одержимо:

$$a_{3R}(k,t)=e^{-\lambda_0 t}\sum_{x_3=k}^{a_2^{(1)}a_3^{(1)}+a_2^{(2)}a_3^{(2)}}\ \sum_{x_3^{(1)}=\max\{0,x_3-a_2^{(2)}a_3^{(2)}\}}^{\min\{x_3,a_2^{(1)}a_3^{(1)}\}}\ \sum_{x_1^{(1)}=ceil\left(\frac{ceil\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_3^{(1)}}\right)}{a_2^{(1)}}\right)}^{1}\ \sum_{x_2^{(1)}=ceil\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_3^{(1)}}\right)}^{a_2^{(1)}x_1^{(1)}} C_{a_2^{(1)}x_1^{(1)}}^{x_2^{(1)}}C_{a_3^{(1)}x_2^{(1)}}^{x_3^{(1)}}\times$$

$$\times\sum_{x_1^{(2)}=ceil\left(\frac{ceil\left(\frac{x_3-x_3^{(1)}}{}\right)}{a_2^{(2)}}\right)}^{1} e^{-\lambda_1(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})t}\left(1-e^{-\lambda_1 t}\right)^{2-(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})}\sum_{x_2^{(2)}=ceil\left(\frac{x_3-x_3^{(1)}}{a_3^{(2)}}\right)}^{a_2^{(2)}x_1^{(2)}} C_{a_2^{(2)}x_1^{(2)}}^{x_2^{(2)}}C_{a_3^{(2)}x_2^{(2)}}^{x_3-x_3^{(1)}}\times$$

$$\times\sum_{j_1=0}^{2-(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})} C_{2-(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})}^{j_1}(-1)^{j_1}\sum_{j_2=0}^{a_2^{(1)}x_1^{(1)}+a_2^{(2)}x_1^{(2)}-(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})} C_{a_2^{(1)}x_1^{(1)}+a_2^{(2)}x_1^{(2)}-(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})}^{j_1}(-1)^{j_2}\times$$

$$\times\sum_{j_3=0}^{a_3^{(1)}x_2^{(1)}+a_3^{(2)}x_2^{(2)}-x_3} C_{a_3^{(1)}x_2^{(1)}+a_3^{(2)}x_2^{(2)}-x_3}^{j_2}(-1)^{j_3}\left(\frac{x_3+j_3}{\sigma_3^2}t+\lambda_0+\lambda_1(x_1^{(1)}+x_1^{(2)}+j_1)+\lambda_1(x_1^{(1)}+x_1^{(2)}+j_1)\right)\times$$

$$\times e^{-\left(\lambda_1(x_1^{(1)}+x_1^{(2)}+j_1)+\lambda_2(x_2^{(1)}+x_2^{(2)}+j_2)\right)}e^{-\frac{x_3+j_3}{2\sigma_3^2}t^2}.$$

Позначимо через $a_{3R}(k,t)$ частоту відмов системи при заданому стані готовності k, де $0<k\le a_2^{(1)}a_3^{(1)}+a_2^{(2)}a_3^{(2)}$, за умови, що ймовірність безвідмовної роботи вихідних елементів описується законом Релея. $a_{2R}(k,t)$ дорівнює похідній від імовірності відмови $Q_{2R}(k,t)$. Одержимо при $a_2^{(1)}a_3^{(1)}\le a_2^{(2)}a_3^{(2)}$:

$$a_{3R}(k,t)=e^{-\lambda_0 t}\sum_{x_3=k}^{a_2^{(1)}a_3^{(1)}+a_2^{(2)}a_3^{(2)}}\ \sum_{x_3^{(1)}=\max\{0,x_3-a_2^{(2)}a_3^{(2)}\}}^{\min\{x_3,a_2^{(1)}a_3^{(1)}\}}\ \sum_{x_1^{(1)}=ceil\left(\frac{ceil\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_3^{(1)}}\right)}{a_2^{(1)}}\right)}^{1}\ \sum_{x_2^{(1)}=ceil\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_3^{(1)}}\right)}^{a_2^{(1)}x_1^{(1)}} C_{a_2^{(1)}x_1^{(1)}}^{x_2^{(1)}}C_{a_3^{(1)}x_2^{(1)}}^{x_3^{(1)}}\times$$

$$\times\sum_{x_1^{(2)}=ceil\left(\frac{ceil\left(\frac{x_3-x_3^{(1)}}{}\right)}{a_2^{(2)}}\right)}^{1} e^{-\lambda_1(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})t}\left(1-e^{-\lambda_1 t}\right)^{2-(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})}\sum_{x_2^{(2)}=ceil\left(\frac{x_3-x_3^{(1)}}{a_3^{(2)}}\right)}^{a_2^{(2)}x_1^{(2)}} C_{a_2^{(2)}x_1^{(2)}}^{x_2^{(2)}}C_{a_3^{(2)}x_2^{(2)}}^{x_3-x_3^{(1)}}\times$$

$$\times\sum_{j_1=0}^{2-(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})} C_{2-(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})}^{j_1}(-1)^{j_1}\sum_{j_2=0}^{a_2^{(1)}x_1^{(1)}+a_2^{(2)}x_1^{(2)}-(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})} C_{a_2^{(1)}x_1^{(1)}+a_2^{(2)}x_1^{(2)}-(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})}^{j_1}(-1)^{j_2}\times$$

$$\times\sum_{j_3=0}^{a_3^{(1)}x_2^{(1)}+a_3^{(2)}x_2^{(2)}-x_3} C_{a_3^{(1)}x_2^{(1)}+a_3^{(2)}x_2^{(2)}-x_3}^{j_2}(-1)^{j_3}\left(\frac{x_3+j_3}{\sigma_3^2}t+\lambda_0+\lambda_1(x_1^{(1)}+x_1^{(2)}+j_1)+\lambda_1(x_1^{(1)}+x_1^{(2)}+j_1)\right)\times$$

$$\times e^{-\left(\lambda_1(x_1^{(1)}+x_1^{(2)}+j_1)+\lambda_2(x_2^{(1)}+x_2^{(2)}+j_2)\right)}e^{-\frac{x_3+j_3}{2\sigma_3^2}t^2}.$$

Позначимо через $\lambda_{3R}(k,t)$ інтенсивність відмов системи при заданому стані готовності k, де $0<k\le a_2^{(1)}a_3^{(1)}+a_2^{(2)}a_3^{(2)}$, за умови, що ймовірність безвідмовної роботи вихідних елементів описується законом Релея. Одержимо при $a_2^{(1)}a_3^{(1)}\le a_2^{(2)}a_3^{(2)}$.

$$\lambda_{3R}(k,t)=\Bigg(\sum_{x_3=k}^{a_2^{(1)}a_3^{(1)}+a_2^{(2)}a_3^{(2)}}\ \sum_{x_3^{(1)}=\max\{0,x_3-a_2^{(2)}a_3^{(2)}\}}^{\min\{x_3,a_2^{(1)}a_3^{(1)}\}}\ \sum_{x_1^{(1)}=ceil\left(\frac{ceil\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_3^{(1)}}\right)}{a_2^{(1)}}\right)}^{1}\ \sum_{x_2^{(1)}=ceil\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_3^{(1)}}\right)}^{a_2^{(1)}x_1^{(1)}} C_{a_2^{(1)}x_1^{(1)}}^{x_2^{(1)}}C_{a_3^{(1)}x_2^{(1)}}^{x_3^{(1)}}\times$$

$$\times\sum_{x_1^{(2)}=ceil\left(\frac{ceil\left(\frac{x_3-x_3^{(1)}}{}\right)}{a_2^{(2)}}\right)}^{1} e^{-\lambda_1(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})t}\left(1-e^{-\lambda_1 t}\right)^{2-(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})}\sum_{x_2^{(2)}=ceil\left(\frac{x_3-x_3^{(1)}}{a_3^{(2)}}\right)}^{a_2^{(2)}x_1^{(2)}} C_{a_2^{(2)}x_1^{(2)}}^{x_2^{(2)}}C_{a_3^{(2)}x_2^{(2)}}^{x_3-x_3^{(1)}}\times$$

$$\times\sum_{j_1=0}^{2-(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})} C_{2-(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})}^{j_1}(-1)^{j_1}\sum_{j_2=0}^{a_2^{(1)}x_1^{(1)}+a_2^{(2)}x_1^{(2)}-(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})} C_{a_2^{(1)}x_1^{(1)}+a_2^{(2)}x_1^{(2)}-(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})}^{j_1}(-1)^{j_2}\times$$

$$\times\sum_{j_3=0}^{a_3^{(1)}x_2^{(1)}+a_3^{(2)}x_2^{(2)}-x_3} C_{a_3^{(1)}x_2^{(1)}+a_3^{(2)}x_2^{(2)}-x_3}^{j_2}(-1)^{j_3}\left(\frac{x_3+j_3}{\sigma_3^2}t+\lambda_0+\lambda_1(x_1^{(1)}+x_1^{(2)}+j_1)+\lambda_1(x_1^{(1)}+x_1^{(2)}+j_1)\right)\times$$

$$\times e^{-\left(\lambda_1(x_1^{(1)}+x_1^{(2)}+j_1)+\lambda_2(x_2^{(1)}+x_2^{(2)}+j_2)\right)}e^{-\frac{x_3+j_3}{2\sigma_3^2}t^2}\Bigg)/$$

$$/\Bigg(\sum_{x_3=k}^{a_2^{(1)}a_3^{(1)}+a_2^{(2)}a_3^{(2)}}\ \sum_{x_3^{(1)}=\max\{0,x_3-a_2^{(2)}a_3^{(2)}\}}^{\min\{x_3,a_2^{(1)}a_3^{(1)}\}}\ \sum_{x_1^{(1)}=ceil\left(\frac{ceil\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_3^{(1)}}\right)}{a_2^{(1)}}\right)}^{1}\ \sum_{x_2^{(1)}=ceil\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_3^{(1)}}\right)}^{a_2^{(1)}x_1^{(1)}} C_{a_2^{(1)}x_1^{(1)}}^{x_2^{(1)}}C_{a_3^{(1)}x_2^{(1)}}^{x_3^{(1)}}\times$$

$$\times\sum_{x_1^{(2)}=ceil\left(\frac{ceil\left(\frac{x_3-x_3^{(1)}}{}\right)}{a_2^{(2)}}\right)}^{1} e^{-\lambda_1(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})t}\left(1-e^{-\lambda_1 t}\right)^{2-(x_1^{(1)}+x_1^{(2)})}\sum_{x_2^{(2)}=ceil\left(\frac{x_3-x_3^{(1)}}{a_3^{(2)}}\right)}^{a_2^{(2)}x_1^{(2)}} C_{a_2^{(2)}x_1^{(2)}}^{x_2^{(2)}}C_{a_3^{(2)}x_2^{(2)}}^{x_3-x_3^{(1)}}\times$$

$$\times e^{-\lambda_2(x_2^{(1)}+x_2^{(2)})t}\left(1-e^{-\lambda_2 t}\right)^{a_2^{(1)}x_1^{(1)}+a_2^{(2)}x_1^{(2)}-(x_2^{(1)}+x_2^{(2)})}e^{-\frac{x_3t^2}{2\sigma_3^2}}\left(1-e^{-\frac{t^2}{2\sigma_3^2}}\right)^{a_3^{(1)}x_2^{(1)}+a_3^{(2)}x_2^{(2)}-x_3}\Bigg).$$

Висновки. Досі були розроблені методи для розрахунку характеристик надійності послідовно-паралельних схем. Для ІРС зі складними структурами, таких як системи з переходом через один і більше рівнів, несиметричні системи з двома і більше нерівноцінними гілками, розгалужені до 3-го й більше рівнів, не було математичних виразів для таких характеристик надійності, як імовірність відмови, частота відмов та інтенсивність відмов за заданої умови готовності.

У роботі для несиметричних ІРС зі старіючими вихідними елементами, розгалуженими до 3-го рівня, побудовано моделі ймовірності відмови, частоти відмов та інтенсивності відмов, що дає можливість оцінювати такі характеристики. Під час проектування ієрархічних систем на основі цих результатів приймають рішення про структуру системи та планування виділення коштів для підтримання системи у працездатному стані. Розрахунок інтенсивності відмов комплексу технічних засобів системи дозволяє передбачити вихід з ладу обладнання, що важливо для вчасного проведення планових і профілактичних ремонтів.

1. ДСТУ 2860-94. Надійність техніки. Терміни та визначення. – Введ. 28.12.94. – К.: Держстандарт України, 1995. – 92 с. 2. ДСТУ 2862-94. Методи розрахунку показників надійності. Загальні вимоги. – Введ. 8.12.94. – К.: Держстандарт України, 1995. – 40 с. 3. Марунчак Д., Сидор А. Надійність несиметричних розгалужених систем зі старіючими вихідними елементами// Матер. 5-ї Міжнар. наук.-техн. конф. "Досвід розробки і застосування САПР в мікроелектроніці". – Львів: 1999. – С. 26–28.

УДК 658.562

Л.А. Недоступ, Ю.Я. Бобало, М.Д. Кіселичник, О.В. Лазько, Г.М. Васьків
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра ТРР

ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ КОМПЛЕКСНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ

Описується програмний комплекс "ДРЕЙФ", призначений для вирішення завдань комплексної оптимізації технологічних процесів виготовлення радіоелектронних пристроїв за критерієм мінімуму сумарних витрат на забезпечення їх якості та надійності.

The "DREYF" software designed for the complex optimization of electronic devices production process problem solution by criterion of total costs minimum is described.

Постановка задачі. Виробництво сучасних радіоелектронних пристроїв і систем супроводжується значними економічними витратами на проведення технологічних процесів, процедур контролю якості та гарантійного обслуговування впродовж певного періоду їх експлуатації. Для забезпечення ефективності їх виробництва загалом ці витрати повинні бути виправданими і оптимізованими їх наскрізним моделюванням і оптимізацією.

Системи забезпечення якості виробів мають структури, адекватні до технологічних процесів, але на відміну від них зображаються послідовностями формалізованих процедур формування та контролю якості на всіх стадіях виробництва, ефективність яких оцінюється загальним показником їх функціональної ефективності – імовірністю появи виробничих дефектів і загальним показником економічної ефективності – сумарними витратами на забезпечення якості. Не розглядаючи теоретичні аспекти моделювання таких систем (цим питанням присвячені праці [1, 2, 3, 4]), відмітимо, що опис багатокрокових процесів зручно провадити у матричному вигляді із використанням правила їх скалярного добутку [2]. В цьому випадку сумарні виробничі витрати C_Σ на забезпечення якості виробів зображаються адитивною функцією вигляду:

$$C_\Sigma=(\mathbf{C}_в, \mathbf{K}_в)+(\mathbf{B}, \boldsymbol{\chi}, \mathbf{C}_{кон})+(\mathbf{C}_к, \mathbf{P}_{вя})+(\mathbf{C}_е, \mathbf{P}_{вя.е}), \quad (1)$$

в якій $(\mathbf{C}_в, \mathbf{K}_в), \ldots, (\mathbf{C}_е, \mathbf{P}_{вя.е})$, – скалярні добутки матриць: