

інерційними силами ролика. При цьому одночасно відбуваються деформації стиску і зсуву. Контактний шар стрічки буде навантажений більше, ніж наступні шари. Дати точну математичну оцінку цим процесам можна на базі напрацювань Похгаммера і Крі, але це є окремою і досить складною проблемою. В нашому випадку можливо обмежитись введенням числового коефіцієнта в граничних умовах, який уточняв би ці моменти. Вважаючи, що цей коефіцієнт дорівнює 0,25, побудуємо АЧХ для декількох значень X_3 при $\lambda=0,5$, які показано на рис. 4. Жирними лініями позначено спектр власних частот для попереднього випадку, коли $K=1$. Наочно видно зміщення спектра у бік зменшення, причому проходить воно нерівномірно. Найбільше зміщення має перша власна частота, а зміщення наступних проходить із значним зменшенням у прямо пропорційній залежності від порядкового номеру власної частоти (приблизно на 120 Гц кожної). Зменшуються амплітудні значення на резонансних частотах, особливо на першій.

Висновки. При швидкостях стрічки, що наближаються до критичної, за інших однакових умов, зменшується динамічна похибка транспортування стрічки. Це уможливило використання стрічки для реєстрації значних обсягів інформації при великих швидкостях.

Окремо необхідно зазначити доцільність використання частотних методів для аналізу динамічної точності механічних континуальних систем. Такий підхід дає змогу безпосередньо порівнювати характеристики електронних і механічних систем у відповідному діапазоні частот для конкретних конструктивних виконань механізмів реєстрації інформації.

1. Стрижак В.Я., Триц Г.Г. *Определение динамических характеристик пары "лента – направляющий ролик"* // Вестник Львов. политехн. ин-та. – 1979. – №134. – С. 39–41. 2. Навицкас А.И., Рагульскис К.М., Скуркайте О. – М.А. *Некоторые вопросы динамики тракта магнитных головок* // Вибротехника. – 1970. – № 3 (12). – С. 197–206. 3. Барвинский А.Ф., Пархоменко А.Л. *Анализ собственных частот подвижного элемента с распределенными параметрами в двухмассовой колебательной системе* // Вестник ЛОЛПИ "Математика и механика". – 1977. – №119. – С. 173 с. 4. Своуп Р.Д., Эймс В. *Колебания движения нити*. В кн. "Механика", 1964. – №4. – С. 86–92. 5. Доценко П.Д. *Колебания и устойчивость движущейся полосы*. – М.: Машиностроение, 1969. – №5. – С. 38–42. 6. Морз Ф. *Колебания и звук*. – М. – Л.: Гостехиздат, 1949 – 496 с. 7. Скучик Е. *Простые и сложные колебательные системы*. – М.: Мир, 1971. – 556 с.

УДК 621.01:621-868

О.С. Ланець, В.С. Шенбор, Ю.П. Шоловій

Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра автоматизації та комплексної механізації машинобудівної промисловості

РОЗРАХУНОК ПОПЕРЕЧНИХ КОЛИВАНЬ ДОВГОМІРНОГО РОБОЧОГО ОРГАНУ ВІБРАЦІЙНОГО ТРУБЧАСТОГО КОНВЕЄРА

© Ланець О.С., Шенбор В.С., Шоловій Ю.П., 2005

Наведено методику розрахунку поперечних коливань довгомірного робочого органу вібраційного трубчастого конвеєра з електромагнітним приводом за допомогою загального диференціального рівняння поперечних коливань з використанням функцій А.Н. Крилова.

In the article the calculation of the transversal vibrations of a long-sized end-effector of the vibration tubular conveyer with an electromagnetic drive with the help of common differential equating of the transversal vibrations with the use of Krilov's functions is carried out.

Вступ. Важливим завданням під час розробки та експлуатації вібраційних транспортних засобів є забезпечення рівномірної швидкості транспортування за усією довжиною робочого органу (РО). Це особливо актуально, коли РО значної протяжності знаходяться під дією складових поперечних примусових сил. Пояснюється це тим, що ці складові викликать окрім необхідного

корисного поперечного коливання РО і додаткові паразитні поперечні коливання, накладання яких за довжиною РО конвеєра призводитиме до того, що на певних ділянках РО спостерігатиметься нерівномірність руху, а в деяких місцях транспортування може бути відсутнім.

Постановка проблеми. Ще на стадії розробки вібраційних транспортувальних засобів необхідно розрахувати величини амплітуд поперечних коливань РО за його довжиною, щоб розроблена конструкція забезпечувала стабільне рівномірне транспортування за всією довжиною РО. Реальною установкою, яка вимагає таких досліджень, є вібраційний трубчастий конвеєр (ВТК) [1], зображений на рис. 1.

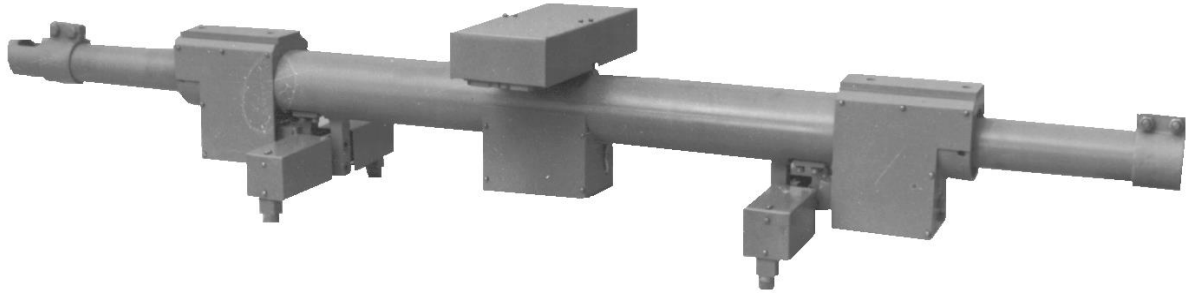


Рис. 1. Вібраційний трубчастий конвеєр

Аналіз останніх досліджень. У літературі [2] добре розроблені методики розрахунку поперечних коливань довгомірних балок з розподіленими масами. Однак робіт, присвячених прикладним задачам розрахунку довгомірних робочих органів на пружній основі, що застосовуються у вібраційних конвеєрах, не виявлено.

Постановка задачі. Мета статті – розрахувати поперечні коливання довгомірного робочого органу вібраційного трубчастого конвеєра з електромагнітним приводом, встановленого на пружній основі. Увага акцентуватиметься на аналізі впливу пружного кріплення РО на його форму та амплітуду коливань. Тому визначення амплітуд та форм коливань РО, розташованого на пружних елементах, і є основним завданням цієї статті.

Виклад основного матеріалу. Конструктивну схему ВТК наведено на рис. 2.

Довжина РО 1 ВТК дорівнює $l = 2$ м, при зовнішньому діаметрі поперечного перерізу $d_{\text{зов}} = 74.5$ мм та внутрішньому $d_{\text{внут}} = 68$ мм. Цей ВТК виконаний за схемою з незалежним збудженням коливань РО у вертикальному та в горизонтальному напрямках. Посередині РО діє поперечне примусове зусилля $P(t)$ від електромагнітного віброзбудника 2 вертикальних коливань. При цьому не виключене виникнення окрім корисного поперечного коливання, яке має бути рівномірним за довжиною, паразитних поперечних коливань. РО кріпиться за допомогою чотирьох блоків пружин 3, 4, 5, 6 до реактивного елемента 7.

Розрахункову схему РО ВТК з пружними підвісками, опорами та прикладеним зусиллям наведено на рис. 3. Протяжний РО розташовуються на трьох пружних елементах з жорсткостями c_1, c_2, c_3 (жорсткість c_2 прийнята як сумарна жорсткість пружних блоків 4 та 5 (див. рис.1), оскільки відстань між блоками мінімальна).

Модель РО як пружної балки з вільними кінцями та розподіленою масою давно відома з літератури, наприклад з [2]. Оскільки довжина РО ВТК значно перевищує його поперечні розміри, в загальному вигляді рівняння вільних коливань РО як пружної балки з розподіленою масою без врахування інерції обертання поперечного перерізу можна записати так:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + c^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0, \quad (1)$$

де y – координата відхилення точок РО ВТК у поперечному (вертикальному) напрямку; x – координата точок РО ВТК у горизонтальному напрямку; t – час; $c = \sqrt{\frac{EJ}{\mu}}$ (EJ – жорсткість на згин; E – модуль пружності; J – момент інерції поперечного перерізу РО ВТК відносно нейтральної осі перерізу, перпендикулярної до площини коливань; μ – маса одиниці довжини РО). Розв’язання цього рівняння за головними коливаннями матиме вигляд:

$$y(x, t) = \varphi(x) \sin(pt + \alpha), \quad (2)$$

де $\varphi(x)$ – функція власної форми коливань, p – власна частота коливань; α – кут зсуву фаз власної форми коливань.

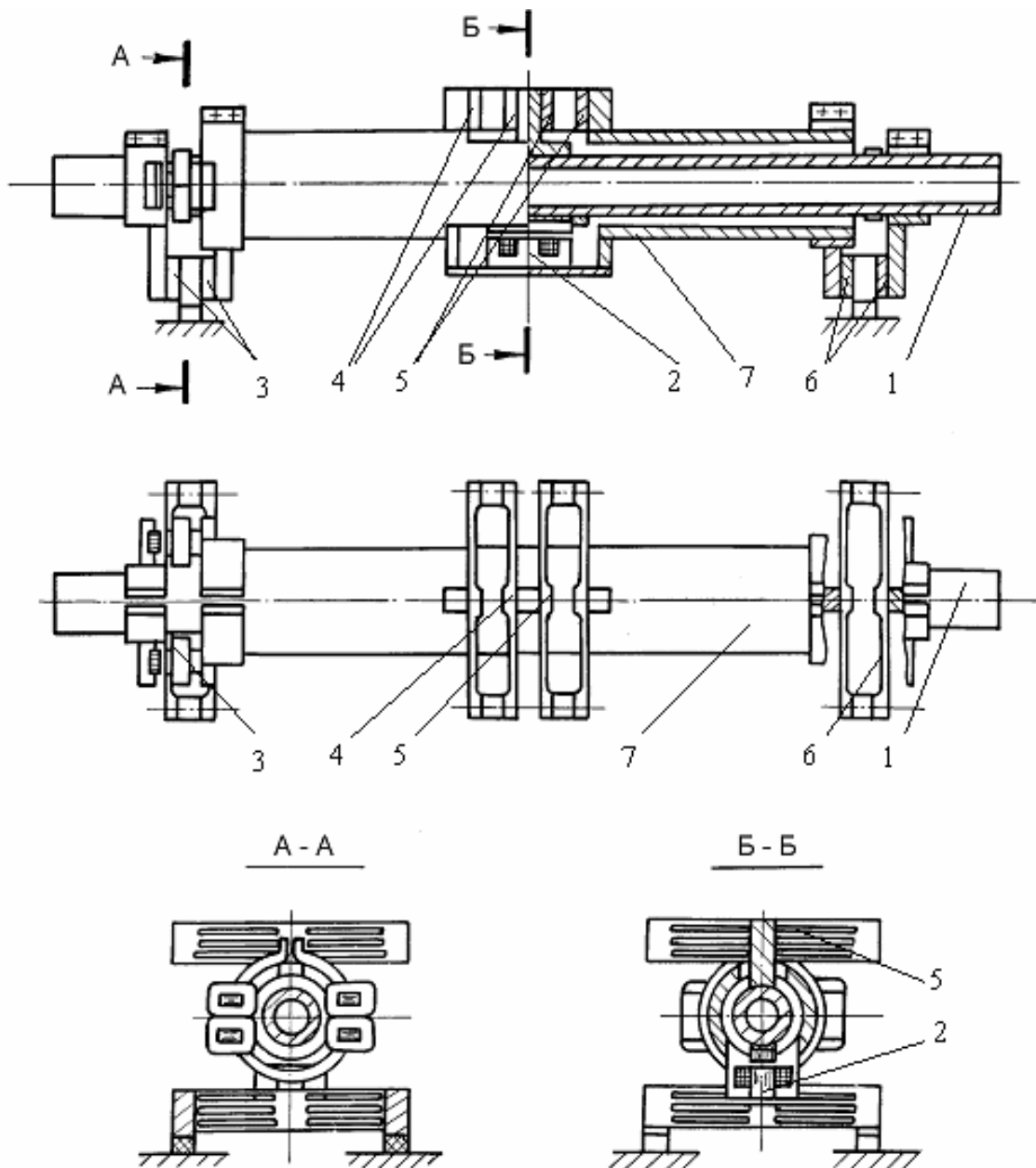


Рис. 2. Конструктивна схема вібраційного трубчастого конвеєра

Інтеграл функції $\varphi(x)$ дорівнює:

$$\varphi(x) = A \cos kx + B \sin kx + C \operatorname{ch} kx + D \operatorname{sh} kx, \quad (3)$$

де A, B, C, D – довільні постійні, що визначаються з крайових умов; $k^4 = \mu p^2 / EJ$.

Перепишемо цей інтеграл з врахуванням функцій А.Н. Крилова:

$$\varphi(x) = AS(kx) + BT(kx) + CU(kx) + DV(kx), \quad (4)$$

де функції А.Н. Крилова $S(kx), T(kx), U(kx), V(kx)$ відповідно дорівнюють:

$$\begin{aligned} S(kx) &= \frac{1}{2}(\operatorname{ch} kx + \cos kx), & T(kx) &= \frac{1}{2}(\operatorname{sh} kx + \sin kx), \\ U(kx) &= \frac{1}{2}(\operatorname{ch} kx - \cos kx), & V(kx) &= \frac{1}{2}(\operatorname{sh} kx - \sin kx). \end{aligned} \quad (5)$$

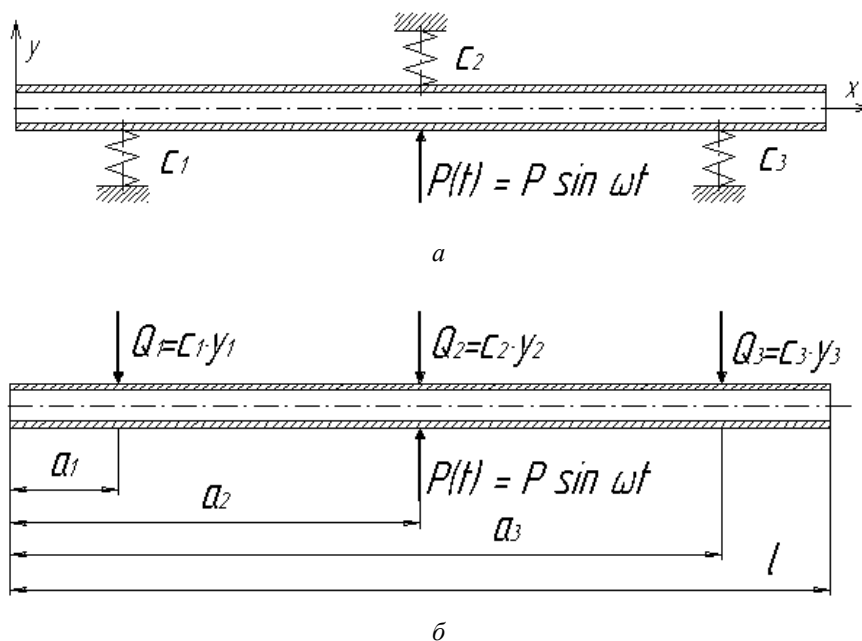


Рис. 3. Розрахункова схема робочого органа вібраційного трубчастого конвеєра на пружній підвісці під дією силового навантаження

У нашому випадку РО ВТК не має кріплень на кінцях, тому крайові умови матимуть вигляд:

$$\varphi''(0) = \varphi'''(0) = 0, \quad (6a)$$

$$\varphi''(l) = \varphi'''(l) = 0. \quad (6b)$$

Інтеграл, що задовольняє умову на кінці $x = 0$ (умова 6a):

$$\varphi(x) = AS(kx) + BT(kx). \quad (7)$$

Для $x = l$:

$$\varphi(l) = AS(kl) + BT(kl) + \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_P, \quad (8)$$

де Φ_1, Φ_2, Φ_3 – значення часткових інтегралів А.Н. Крилова, які для наших умов відповідно дорівнюють:

$$\Phi_1(x) = \frac{c_1 y_1}{k^3 EJ} V[k(l - a_1)], \quad \Phi_2(x) = \frac{c_2 y_2}{k^3 EJ} V[k(l - a_2)], \quad \Phi_3(x) = \frac{c_3 y_3}{k^3 EJ} V[k(l - a_3)], \quad (9)$$

де Φ_P – збурювальне гармонійне зусилля, $\Phi_P = -\frac{P}{k^3 EJ} V[k(l - a_2)]$.

Задовольнивши умову (6б), рівняння (8), можна переписати так:

$$AU(kl) + BV(kl) + \frac{c_1 y_1}{k^3 EJ} T[k(1-a_1)] + \frac{c_2 y_2}{k^3 EJ} T[k(1-a_2)] + \frac{c_3 y_3}{k^3 EJ} T[k(1-a_3)] - \frac{P}{k^3 EJ} T[k(1-a_2)] = 0; \quad (10)$$

$$AT(kl) + BU(kl) + \frac{c_1 y_1}{k^3 EJ} S[k(1-a_1)] + \frac{c_2 y_2}{k^3 EJ} S[k(1-a_2)] + \frac{c_3 y_3}{k^3 EJ} S[k(1-a_3)] - \frac{P}{k^3 EJ} S[k(1-a_2)] = 0.$$

Використовуючи рівняння (7) та (8), можна записати три рівняння, що враховують переміщення y_1, y_2, y_3 :

при $x = a_1$

$$AS(ka_1) + BT(ka_1) - y_1 = 0;$$

при $x = a_2$

$$AS(ka_2) + BT(ka_2) + \frac{c_1 y_1}{k^3 EJ} V[k(a_2 - a_1)] - y_2 = 0; \quad (11)$$

при $x = a_3$

$$AS(ka_3) + BT(ka_3) + \frac{c_1 y_1}{k^3 EJ} V[k(a_3 - a_1)] + \frac{c_2 y_2}{k^3 EJ} V[k(a_3 - a_2)] - \frac{P}{k^3 EJ} V[k(a_3 - a_2)] - y_3 = 0.$$

Отже, система рівнянь, що описує власну форму коливань РО ВТК з урахуванням систем рівнянь (10) та (11), матиме вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} AS(ka_1) + BT(ka_1) - y_1 = 0; \\ AS(ka_2) + BT(ka_2) + \frac{c_1 y_1}{k^3 EJ} V[k(a_2 - a_1)] - y_2 = 0; \\ AS(ka_3) + BT(ka_3) + \frac{c_1 y_1}{k^3 EJ} V[k(a_3 - a_1)] + \frac{c_2 y_2}{k^3 EJ} V[k(a_3 - a_2)] - \frac{P}{k^3 EJ} V[k(a_3 - a_2)] - y_3 = 0; \\ AU(kl) + BV(kl) + \frac{c_1 y_1}{k^3 EJ} T[k(1-a_1)] + \frac{c_2 y_2}{k^3 EJ} T[k(1-a_2)] + \frac{c_3 y_3}{k^3 EJ} T[k(1-a_3)] - \frac{P}{k^3 EJ} T[k(1-a_2)] = 0; \\ AT(kl) + BU(kl) + \frac{c_1 y_1}{k^3 EJ} S[k(1-a_1)] + \frac{c_2 y_2}{k^3 EJ} S[k(1-a_2)] + \frac{c_3 y_3}{k^3 EJ} S[k(1-a_3)] - \frac{P}{k^3 EJ} S[k(1-a_2)] = 0. \end{array} \right. \quad (13)$$

Аналітичний розв'язок системи рівнянь (13) через постійні A, B та y_1, y_2, y_3 є досить громіздким. Тому в цьому випадку будемо користуватися числовим способом. Для обчислень використовуватимемо програмне забезпечення MathCAD. Можливі і аналітичні розв'язки системи за допомогою існуючого програмного забезпечення Maple, Mathematica, MathLab і MathCAD, однак виведення результатів обрахунку в аналітичному вигляді становить деякі труднощі.

Невідомі постійні можна визначити за таким рівнянням:

$$\mathbf{X} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{P}, \quad (14)$$

де \mathbf{X} – матриця-стовпець невідомих; \mathbf{C}^{-1} – матриця коефіцієнтів при невідомих; \mathbf{P} – матриця-стовпець вимушених зусиль.

У розширеному вигляді рівняння (14) можна переписати так:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(ka_1) & T(ka_1) & -1 & 0 & 0 \\ S(ka_2) & T(ka_2) & \frac{c_1}{k^3 EJ} V[k(a_2 - a_1)] & -1 & 0 \\ S(ka_3) & T(ka_3) & \frac{c_1}{k^3 EJ} V[k(a_3 - a_1)] & \frac{c_2}{k^3 EJ} V[k(a_3 - a_2)] & -1 \\ U(kl) & V(kl) & \frac{c_1}{k^3 EJ} T[k(1 - a_1)] & \frac{c_2}{k^3 EJ} T[k(1 - a_2)] & \frac{c_3}{k^3 EJ} T[k(1 - a_3)] \\ T(kl) & U(kl) & \frac{c_1}{k^3 EJ} S[k(1 - a_1)] & \frac{c_2}{k^3 EJ} S[k(1 - a_2)] & \frac{c_3}{k^3 EJ} S[k(1 - a_3)] \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{P}{k^3 EJ} V[k(a_3 - a_2)] \\ \frac{P}{k^3 EJ} T[k(1 - a_2)] \\ \frac{P}{k^3 EJ} S[k(1 - a_2)] \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Функцію власної форми коливань $\varphi(x)$ на окремих ділянках можна записати так:

при $0 \leq x \leq a_1$

$$\varphi(x) = AS(kx) + BT(kx);$$

при $a_1 \leq x \leq a_2$

$$\varphi(x) = AS(kx) + BT(kx) + \frac{c_1 y_1}{k^3 EJ} V[k(1 - a_1)];$$

при $a_2 \leq x \leq a_3$

$$\varphi(x) = AS(kx) + BT(kx) + \frac{c_1 y_1}{k^3 EJ} V[k(1 - a_1)] + \frac{c_2 y_2}{k^3 EJ} V[k(1 - a_2)] - \frac{P}{k^3 EJ} V[k(1 - a_2)]; \quad (15)$$

при $a_3 \leq x \leq l$

$$\begin{aligned} \varphi(x) = & AS(kx) + BT(kx) + \frac{c_1 y_1}{k^3 EJ} V[k(1 - a_1)] + \frac{c_2 y_2}{k^3 EJ} \times \\ & \times V[k(1 - a_2)] + \frac{c_3 y_3}{k^3 EJ} V[k(1 - a_3)] - \frac{P}{k^3 EJ} V[k(1 - a_2)]. \end{aligned}$$

Останнє рівняння системи (15) і буде загальним рівнянням форми коливань РО ВТК за усією його довжиною. Отже, визначивши з (14) числові значення невідомих A, B та y_1, y_2, y_3 за заданих параметрів механічної коливальної системи з розподіленою масою і підставляючи їх в рівняння для форм коливань РО, можна отримати форму РО на заданій вимушеній частоті коливань ω . Так, для параметрів:

$$\begin{aligned} l = 2 \text{ м}; a_1 = 0.55 \text{ м}; a_2 = 1 \text{ м}; a_3 = 1.45 \text{ м}; E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}; c_1 = 268000 \text{ Н/м}; \\ \mu = 7 \text{ кг/м}; J = 5.3 \cdot 10^{-7} \text{ м}^{-4}; P = 200 \text{ Н}; \omega = 157 \text{ рад/с}; c_2 = 482142 \text{ Н/м}; \\ c_3 = 268000 \text{ Н/м}. \end{aligned}$$

форма коливань в функції $\varphi(x)$ матиме вигляд, як на рис. 4, а. За частоти вимушених коливань $\omega = 3000$ рад/с форма коливань для РО матиме вигляд, як на рис. 4, б.

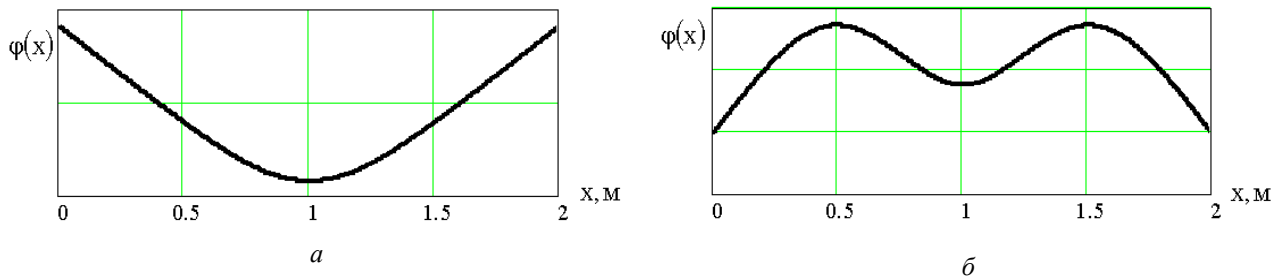


Рис. 4. Форми коливань РО для частоти примусових коливань $\omega = 157$ рад/с (а); $\omega = 3000$ рад/с (б)

Висновки. Вищеописана математична модель РО дає змогу проаналізувати форми коливань, а також їх амплітуди в кожній точці РО, а також виявити небезпечні частоти коливань РО. Отже, можна більш прогнозовано розробляти вібраційні конвеєри з довгомірними РО на пружній основі.

Ці дослідження, а також визначення найоптимальніших варіантів кріплення пружних елементів, заплановані на майбутнє.

1. *Вибрационный конвейер: А.с. №1433882 СССР, МКИ В 65 G 27/0 ./ В.А. Повидайло, В.С. Шенбор (СССР). – Оpubл. 1988, Бюл. № 40.* 2. *Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наука, 1968.*

УДК 621.01:621-868

О.С. Ланець, В.С. Андреев*, Я.В. Шпак

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра автоматизації та комплексної механізації машинобудівної промисловості,
*кафедра технології машинобудування

РОЗРАХУНОК ТА ПЕРЕВАГИ ПЛОСКИХ РІВНОМІЦНИХ ПРУЖНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ ПЕРЕДАВАННЯ ПРЯМОЛІНІЙНОГО РУХУ У РЕЗОНАНСНИХ ВІБРАЦІЙНИХ МАШИНАХ

© Ланець О.С., Андреев В.С., Шпак Я.В., 2005

Описано методику розрахунку рівноміцних плоских пружних елементів, які використовують у резонансних вібраційних машинах із прямолінійними коливаннями. Обґрунтовано переваги використання таких пружних елементів порівняно з класичними плоскими пружними елементами прямокутного профілю.

In the article the method of calculation equally strong flat spring elements, which are used in the resonance vibration machines with rectilinear oscillation, is described. Advantages of use of such spring elements on comparison with classic flat spring elements of a rectangular type are grounded.

Вступ. Найвідповідальнішими деталями в резонансних вібраційних машинах є пружні елементи. Від їх правильного розрахунку залежать надійність та ефективність (необхідна продуктивність та довговічність) роботи усієї конструкції машини.

Постановка проблеми. У сучасних резонансних вібраційних машинах для передавання прямолінійного руху найчастіше використовують плоскі пружні елементи, форма перерізу яких прямокутна і постійна за довжиною (такі пружні елементи називатимемо плоскими пружними